A műszálipar-fejlesztés új dinamikus programozási modelljének vázlata

NIM
IPARGAZDASÁGI ÉS ÜZEMSZERVEZÉSI INTÉZET BUDAPEST

NIM Ipargazdasági és Üzemszervezési
Intézet
Közgazdasági Osztály

Kornai János:

Az uj, dinamikus müszálprogramozás modelljének vázlata

Készült a 114-51/3 számu "A népgazdaság szálasanyagokkal történő leggazdaságosabb ellátása érdekében a nehézipar területén szükségessé váló fejlesztés irányai és ütemezése" c. téma kutatásának keretében.

Témafelelős: Vidos Tibor.

Budapest, 1963. december

Tartalom

Bevezető

A NIM Ipargazdasági és Üzemszervezési Intézet keretében folytatódik az a kutatás, amelynek feladata: matematikai módszerek segitségével vizsgálni a magyar müszálipar távlati fejlesztési terveit. E kutatás eredetileg a Müanyagipari Kutatóintézetben indult meg, majd a Magyar Tudományos Akadémia Számitástechnikai Központjában folytatódott. Első szakaszának eredményeképpen több változatban elkészült a müszálipar távlati fejlesztési programja.x/

A kutatás mostani, uj szakaszában tovább akarjuk fejleszteni a számitások metodikáját, mind közgazdasági, mind matematikai-számitástechnikai szempontból. Olyan metodika kidolgozására törekszünk, amely képes fokozottabban figyelembevenni a probléma dinamikus összefüggéseit, s pontosabban tükrözi az iparág költségalakulásának sajátosságait. Noha munkánk most közvetlenül a müszálipar problémáira koncentrálódik, azt reméljük, hogy metodikai eredményeink szélesebb körben is hasznosithatók lesznek.

Ez a tanulmány a számitás uj modelljének vázlatát irja le. Röviden meg kell világitanunk, hogyan értendő a "vázlat" szó: mit nyujt és mit nem nyujt ez a tanulmány.

Részletesen leirjuk, milyen tipusu döntési problémákra felelünk modellünkben. Vázoljuk a modell szerkeze-

---

x/ Lásd az erről készült [7] zárójelentést.

tét: a változók és a korlátozó feltételek jellegét, tipusát, a célfüggvény közgazdasági tartalmát stb. Mindezt részletesen tárgyaljuk: az olvasót tájékoztatni akarjuk arról, hogyan akarunk bizonyos közgazdasági összefüggéseket matematikai formában reprezentálni.

Uj modellünkről elmondhatjuk, hogy az elektronikus gépen számitástechnikailag megoldható. Ezzel kapcsolatban azonban csak utalunk a szakirodalmi forrásokra, amelyekben a szükséges algoritmusok megtalálhatók; ezek részletes leirására itt nem kerül sor.

E vázlatnak nem feladata megadni: pontosan hány változónk és feltételünk lesz, s ezeknek mi lesz a konkrét közgazdasági tartalma. /Tehát pl. leirjuk, hogy lesznek "beruházási változók", de egyelőre még nem jelöljük meg, hogy az 1. számu beruházási változó Nylon-selyem termelés lesz-e, NDK technológiával vagy valami egyéb./ Jelenleg tehát egy általános modellt irunk le, amelyet a későbbi kutatásban kell konkrétabbá tenni.

A konkretizáláshoz két irányu további vizsgálatra lesz szükség:

1. Számitástechnikai tisztázásra. Mekkora méretü modellt "bir el" elektronikus gépünk az itt leirt modelltipus alkalmazása esetén?

2. Adatgyüjtésre. Eközben derül majd ki, melyek lesznek a legjellemzőbb változók és feltételek, amelyeket figyelembe kell vennünk.

Jelen tanulmány olvasóiról feltételezzük, hogy részletesen ismerik az első müszálipari programozásról készült, emlitett zárójelentést; ehhez képest semmit sem ismétlünk, az ott leirt fogalmakat ismertnek tételezzük fel.

1. Az uj modell általános áttekintése

Az 1963-ban befejezett müszálipari programozásban /amelyet a továbbiakban r é g i m o d e l l nek nevezünk/, a következő döntési problémákra feleltünk:

1. Milyen termékeket termeljünk hazailag - és melyeknél rendezkedjünk be tartósan importra? /Mit?/

2. Mennyit termeljünk a hazai termelésre kijelölt cikkekből: a hazai szükséglet mekkora hányadát fedezzük, illetve mennyit gyártsunk a hazai szükségleten felül exportra is? /Mennyit?/

3. A hazai termelés technológiai variánsainak esetében: melyik variánst alkalmazzuk? Használjuk-e tovább a már meglévő kapacitásokat? /Hogyan?/

Most, az u j m o d e l l ben, ezeken a döntési problémákon felül még a következőkkel foglalkozunk:

4. Milyen időpontban mekkora uj kapacitást léptessünk üzembe? /Mikor?/

5. Mennyi ideig tartson az uj kapacitás elkészitése; milyen hosszu legyen a beruházási idő? Mennyire "süritsük össze", illetve nyujtsuk el a beruházások megvalósitását? /Mennyi ideig?/

A régi modellben a beruházási és termelési tevékenységek ráforditásaival kapcsolatban a következő feltevésekkel éltünk:

a/ Az üzem nagysága bármilyen kicsi lehet.[x/]

b/ A modell célfüggvényében figyelembevettük az üzemnagyság függvényében fellépő költségdegresszió jelenségét: nagyobb üzem esetén csökken az egységre eső beruházási és üzemeltetési költség. Ez a költségdegresszió minden határ felett jelentkezik: minden többlet-üzemnagyság feltétlenül relativ költségmegtakaritáshoz vezet. /Konkáv hatványfüggvény, mint költségminimalizálási célfüggvény./

c/ A költségdegressziót csak a célfüggvényben vettük figyelembe, a feltételrendszerben - egyebek között a beruházási erőforrásokat elosztó feltételekben is - figyelmen kivül hagytuk. /A feltételek linearitása./

d/ Feltételeztük, hogy az üzemnagyság /gyakorlatilag tonna per évben mérve/ folytonos változó; az üzem nagyságában nincsenek szükségszerü ugrások.

e/ Feltételeztük, hogy az üzem nagyságának, mint folytonos változónak a függvényében folytonosan nő a beruházási és üzemeltetési költség; ezekben nincsenek ugrások.

f/ A d/ és e/ feltevésekkel összhangban feltételeztük: egy üzem minden technikai fázisának /üzemrészének, technológiai folyamatának stb./ azonos a keresztmetszete azzal, amit az üzem végső kibocsátása megkiván. Eszerint

---

x/ Régi modellünkben nem szabtunk közvetlenül felső határt sem az üzemnagyságnak, mivel ezt közvetve amúgyis korlátozták a beruházási stb. keretek. Egyébként a modell matematikai természete megengedte volna ilyen felső határ előirását - ellentétben az a/ pont alatt emlitett feltevéssel, amelyet modellünk matematikai természete kényszeritett ránk.

a végső kibocsátás növelése bővitést igényel minden előzetes fázisban. /Tehát pl. a termék kibocsátásának függvényében folytonosan növelni kell az üzemhez kapcsolt vizművet, erőművet stb./

g/ Figyelembevettük azt a tényt, hogy a beruházási idő elnyujtásának vannak népgazdasági hátrányai, a hoszszabb ideig tartó eszközlekötés, "tőkebefagyasztás" következtében - azzal, hogy a beruházási költségeket felmerülésük időpontja szerint felkamatozva számitottuk. Elhanyagoltuk azonban azt a tényt, hogy a beruházások időbeni "süritése" is nehézségekkel, többletköltségekkel járhat.

Uj modellünk valamennyi felsorolt egyszerüsitő feltevést elejti; a beruházási és termelési tevékenységek, valamint a ráforditások közötti kapcsolatokat lényegesen pontosabban tükrözzük. Uj modellünket, a fenti szempontok szerint sorra haladva, a következők jellemzik:

a/ Minden olyan beruházási és termelési tevékenységgel kapcsolatban, amelynél ez müszakilag indokolt, kimondhatjuk a következő feltevést:

Vagy egyáltalán nem épitünk uj üzemet, vagy ha igen, akkor ez nem lehet kisebb egy bizonyos alsó határnál.

b/ Feltételezzük, hogy a költségdegresszió csak egy bizonyos üzemnagyságig - a d e g r e s s z i ó s h a t á r i g - jelentkezik; azon felül nem. A degressziós határ felett a költségfüggvény lineáris.

c/ A költségdegresszió jelenségét figyelembevesszük a feltételi rendszerben is; mindazokban a feltételekben, amolyekben a valóságban is érvényesül. /Pl. a beruházási erőforrások felhasználásában mutatkozó degresszió stb./

d/ Ahol müszakilag indokolt, ott az üzemnagyságot folytonos változónak tekintjük. Ahol viszont ez müszakilag nem indokolt, ott más módon járunk el: itt az üzemnagyság csak bizonyos előre rögzitett nagyságok valamelyikét veheti fel.

e/ Ahol müszakilag indokolt, ott feltesszük: a ráforditások folytonosan változnak az üzemnagyság függvényében. Ahol viszont ez müszakilag nem indokolt, ott figyelembeveszszük: bizonyos üzemnagyságoknál ugrás következik be a ráforditásokban; a költségfüggvény ezekben az esetekben nem folytonos.

f/ Ahol müszakilag indokolt, megtartjuk a régi modell f/ feltételezését: egy üzem minden rész-fázisának keresztmetszete a végső kibocsátás volumenének függvényében folytonosan változik. Ahol viszont ez müszakilag nem indokolt, ott feltételezzük: egy termék kibocsátásához több résztevékenység együttes müködése szükséges. E résztevékenységek külön-külön folytonosak vagy nem-folytonosak; ráforditási függvényeik is folytonosak vagy nem-folytonosak, lineárisak vagy degresszivek - aszerint, milyenek müszaki jellemzőik.

g/ Figyelembevesszük azt a tényt, hogy a beruházási tevékenységek időbeni "süritése" egyfelől előnyös /az eszközök rövidebb ideig vannak "befagyasztva"/, másfelől hátrányokkal járhat /szervezési nehézségek/.

2. A modell dinamizálása

2.1. A változók és feltételek áttekintése

A régi modell egy hosszabb időszak utolsó évére, 1975-re határozta meg az optimális termelési és külkereskedelmi programot, azzal a feltevéssel: az 1966-1975. időszakban kell végrehajtani azokat a beruházásokat, amelyek az 1975-re előírt termelést lehetővé teszik.

Az uj modellben egy T évből álló t e r v i d ő - s z a k van. Legyen pl. a tervidőszak 1966-75, azaz T=10.x/ Az uj modell nemcsak a 10. évre, hanem az 1., 2., ...,9. évre is meghatározza a teendőket.

Mivel 10 évre programozunk, minden olyan korlátozó feltételt, amelynek nemcsak a kezdő és a végállapot szempontjából, hanem a közbeeső állapotok szempontjából is jelentősége van, 10-szer kell előirni. Pl. a régi modellben minden végtermékre kimondtuk a következő korlátozó feltételt:

Az 1975. évi hazai termelés + az 1975. évi import - az 1975. évi export = az 1975. évi hazai szükséglet.

Most emellett hasonló feltételt kell kimondani minden termékre 1966-ra, 1967-re,...,1974-re is.

---

x/ Nem szükséges, hogy a tervidőszakon belüli kisebb időegység éppen 1 év legyen; ez lehet 2 vagy 5 stb. év is. Itt csupán illusztrációképpen tekintünk 1 évet időegységnek. Egyébként ez felel meg a tervezés szokásos gyakorlatának.

A modellnek ezt a dinamizálását figyelembe kell venni a változók megszerkesztésénél is.

Vegyük először a külkereskedelmi változókat, pl. a terilén importot. Tizféle terilén-importtevékenységre lesz szükség: a terilén 1966. évi importja, 1967. évi importja,...,1975. évi importja. Hasonló a helyzet az exportváltozókkal is. Minden régi modellbeli külkereskedelmi tevékenység helyébe 10-10 időbeli variáns lép.

A régi müszálmodellben nem voltak külön beruházási és külön termelési változók. Feltételeztük, hogy a beruházás során keletkező üzemek normális kihasználással folyamatosan termelnek. Most szétválasztjuk a beruházási és termelési tevékenységeket, külön-külön változókká /és ugyanakkor megfelelő korlátozó feltételekkel kapcsoljuk össze őket/.

A dinamizálás érdekében a beruházási változókat is "szaporitani" kell; ezeknél is időbeli variánsokra van szükség. Vegyük pl. egy uj terilén-üzem létesitését. Beruházási időbeli variánsaink megegyeznek abban, hogy valamennyi azonos technológiáju terilén-üzem létesitéséhez vezet; az uj üzem mindegyiknél azonos minőségü szálat fog termelni stb. A variánsok csak abban különböznek, hogy a/ mikor kezdődik el a beruházás, b/ milyen időbeli elosztásban hajtják végre a beruházást, c/ mikor kezdődik el a termelés és d/ milyen időbeli elosztásban történik a termelés felfutása a normális szintre. Tegyük fel, az egyszerüség kedvéért, hogy teriléngyárunk felépithető "normális tempóban" 3 év alatt, s "gyorsitott tempóban" 2 év alatt. A modellbe beépitendő variánsokról az 1. táblázat nyujt áttekintést.

Beruházási időbeli variánsok **1. tablazat**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1966	+									+							
1967	+	+								+	+						
1968		+	+							+	+	+					
1969			+	+							+	+	+				
1970				+	+							+	+	+			
1971					+	+							+	+	+		
1972						+	+							+	+	+	
1973							+	+							+	+	+
1974								+	+							+	+
1975									+								+

Az 1. táblázaton + jellel jelöltük azt az évet, amely alatt a beruházás folyik. Csupán olyan variánsokat vettünk figyelembe, amelyek nem kezdődnek 1966 előtt, s nem végződnek 1975-nél később. Ilymódon 17 időbeli variánshoz jutottunk. Természetesen ez csupán példa; aszerint, hogy a beruházási idő mennyire nyujtható vagy "süríthető", egyáltalán hány évig tart; a beruházással kapcsolatos rész-akcióknak hányféle időbeli elosztása lehetséges stb. - kialakitható több vagy kevesebb időbeli variáns is.

A termelési változók "szaporitása" ugyanugy történik, mint a külkereskedelmi változóké. Terilén-szál termelése 1966-ban, terilén-szál termelése 1967-ben,..., terilén-szál termelése 1975-ben. Ugyanakkor minden évre ki kell mondani egy-egy megfelelő korlátozó feltételt, amely a termelési változót összekapcsolja a beruházási változóval: pl. a terilén-szál 1970. évi termelése nem lehet több, mint az a terilén-kapacitás, amelyet 1970-ig a megfelelő beruházási tevékenységek /az 1. táblázaton: az 1.,2.,3., 10. és 11. beruházási változók/ már létrehoztak.x/

Megkiséreljük jellemezni a változók és a korlátozó feltételek elrendezését a dinamikus modellben. Mivel itt

---

x/ Elképzelhető, hogy modellünkben figyelembe akarunk venni több terilén-gyártási technológiát, pl. az "A" és a "B" technológiát. Ezesetben külön-külön beruházási tevékenységek kellenek az "A" és a "B" technológiáju üzem létesitésére, s külön-külön termelési tevékenységek az "A" és a "B" technológiáju üzem üzemeltetésére. Mindezeknek a technológiai variánsoknak azután - a fentiek értelmében - további időbeli variánsai is lesznek.

csak a modellszerkesztés technikáját kivánjuk illusztrálni, csupán két tipusu feltételt irunk le: a beruházási kereteket és a terilénmérlegeket; ezeket sem valamennyi évre. Tegyük fel, hogy a terilén-előállitásnak csak egyféle technológiája van.

A változók és feltételek elrendezését a feltételi egyenletek együttható-mátrixán mutatjuk be. /Lásd a 2. táblázatot, a 12. oldalon./ A táblázaton az "a" szimbólum szerepel ott, ahol az együttható 1-től különböző pozitiv szám. A +1 és -1 együtthatókat kiirtuk; a mátrix **minden** olyan eleme, amely a táblázaton üres, 0-val egyenlő. A kipontozások utalnak arra, hogy a táblázaton csupán a változók és a feltételek egyrészét tüntettük fel.

A 2. táblázaton egyetlen termék beruházási, termelési, import- és export-változóinak együttható-mátrixát szemléltettük. A továbbiakban bemutatjuk a több termékre kiterjedő modell együttható-mátrixát, mégpedig a modell időbeli tagolása szerint elrendezve. x/ Az elrendezést az 1. és 2. ábra szemlélteti. /Lásd a 15. és 16. oldalt./

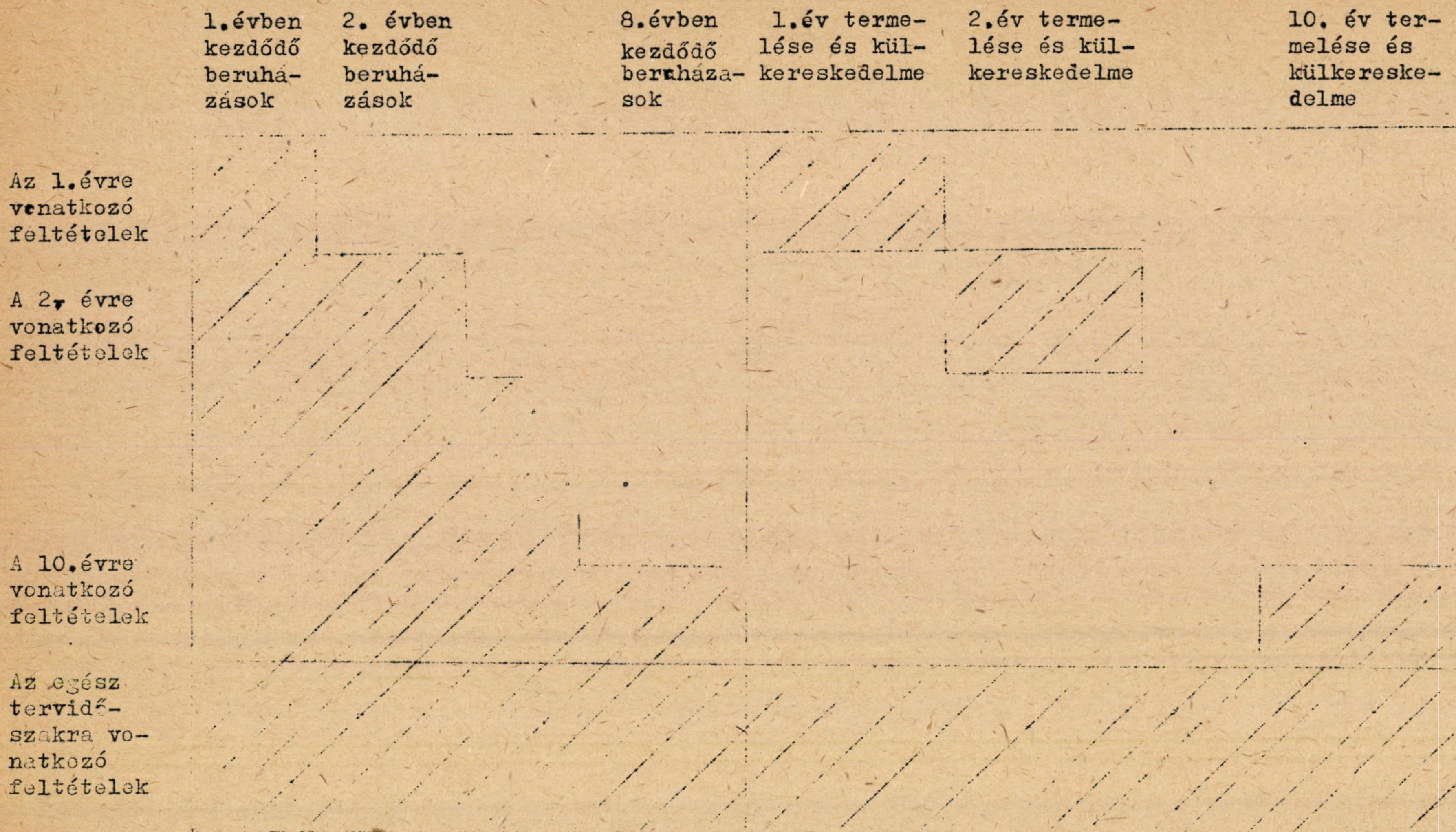
---

x/ Amennyiben sor kerülne arra, hogy a feladatot valamely dekompoziciós eljárás segitségével oldjuk meg /lásd 4.2. szakasz/, ugy feltehetően célszerübb lesz a mátrix oszlopait termékek szerint csoportositani; az egy-egy termékre vonatkozó összes változó kerüljön egymás mellé.

A dinamikus modell sémája

2. tablázat

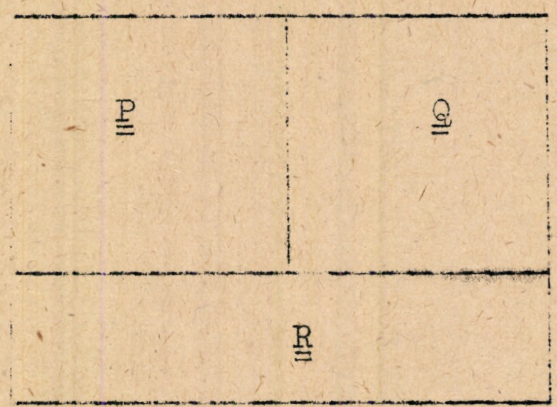
Korlátozó feltétel	BERUHÁZÁSI VÁLTOZÓK						TERMELÉSI VÁLTOZÓK						IMPORTVÁLTOZÓK						EXPORTVÁLTOZÓK					
	66-os ind./2 éves/	67-es ind./2 éves/	73-as ind./2 éves/	66-os ind./3 éves/	72-es ind./3 éves/	...	66	67	...	73	74	75	66	67	...	73	74	75	66	67	...	73	74	75
Beruh.keret 1966	a			a																				
Termékmérleg 1966							1						1						-1					
Beruh.keret 1967	a	a		a																				
Termékmérleg 1967								1						1						-1				
.																								
.																								
.																								
Beruh.keret 1973			a		a																			
Termékmérleg 1973										1						1						-1		
Beruh.keret 1974			a		a																			
Termékmérleg 1974											1 1						1 1						-1	-1
Termékmérleg 1975												1						1						-1


1.évben kezdődő beruházások
2. évben kezdődő beruházások
8.évben kezdődő beruházasok
1.év termelése és külkereskedelme
2.év termelése és külkereskedelme
10. év termelése és külkereskedelme
Az 1.évre vonatkozó feltételek
A 2. évre vonatkozó feltételek
A 10.évre vonatkozó feltételek
Az egész tervidőszakra vonatkozó feltételek

1. ábra

Az 1. ábrán üresen maradtak azok a blokkok, amelyekben <u>kizárólag</u> 0 elemek vannak. A harántcsikozott blokkokban vannak 0-tól különböző elemek /bár persze egyes elemek itt is lehetnek 0-k/.

Az 1. ábra fő blokkjait szemlélteti a 2. ábra.



2. ábra

Kezdjük a magyarázatot az R blokkal. Ez az i n t e r - t e m p o r á l i s feltételeket tartalmazza. /Például: a tervidőszakban felmerült összes devizabevitel és devizakiadás pozitiv egyenlege nem lehet kisebb egy megszabott előirányzatnál./

Mint látjuk, az intertemporális feltételek között olyan feltételek szerepelnek, amelyek a tervidőszak több vagy összes évében mutatkozó hatásokat összegezik. Ezért ezekben a sorokban a mátrix bármely oszlop-csoportjában találhatunk 0-tól különböző elemeket. /Erre utal, hogy az R blokk végig harántcsikozott az 1. ábrán./

A Q blokk a termelési, import- és export-tevékenységek oszlopainak t e m p o r á l i s elemeit /az intertemporális feltételeken kivüli, temporális feltételekhez tartozó együtthatóit/ tartalmazza. Ha ezeket a változókat ugy rendezzük sorba, hogy az azonos évre vonatkozókat teszszük egymás mellé, akkor a Q blokkon belül 10 al-blokkot kapunk. Ilyenformán itt ugynevezett blokk-diagonális mátrixot kapunk. A Q mátrix-nak ez a speciális tulajdonsága előnyökkel járhat a számitástechnikai feldolgozás során.

A P blokk tartalmazza a beruházási változók oszlopainak temporális részét. Ha ezeket a változókat megkezdésük időpontja szerint rendezzük sorba, ugy a 2. évben kezdődő változóknak az 1. évi feltételekre vonatkozó elemei 0-k, a 3. évben kezdődő változóknak az 1. és 2. évi feltételekre vonatkozó elemei 0-k stb. Mint az 1. ábrából is kitünik: a P blokk harántcsikozott része balról jobbra lejtő "lépcső"; azaz a P mátrix ugynevezett blokk-trianguláris mátrix. Ez a speciális tulajdonság is előnyökkel járhat a számitástechnikai feldolgozás során.

Mindazok a feltétel-tipusok, amelyek a régi müszálmodellben szerepeltek, az uj modellben is szerepelhetnek, az elmondottak szerint értelemszerüen dinamizálva. Ilyen feltétel-tipusok:

-- Végtermék mérlegek. /Termelés, import, export és hazai szükséglet egyensulya./
-- Belső anyagmérleg. /Termelés, import, export, hazai extern szükséglet és a modellen belüli termelő-felhasználási szükséglet egyensulya./
-- Anyagkeretek.
-- Beruházási erőforrások keretei.
-- Devizális mérlegek.
-- Export-értékesitési korlátok.
-- Meglévő, régi kapacitások korlátai.

A feltételek és változók számának "szaporodására" nem lehet pontos előzetes számot adni: ez a modell végleges konkrét szerkezetétől függ. Durva becslésként azt mondhatjuk: ha az egész tervidőszakon belül figyelembevett részidőszakok /példánkban: évek/ száma T, akkor mind a feltételek, mind a változók száma T-szeresére nő.

Ez durva becslés. Egyfelől: vannak intertemporális feltételek, amelyek száma független a részidőszakok számától, s amelyek nem teszik szükségessé a változók számának "szaporitását". Másfelől viszont, mint láttuk, a beruházási tevékenységek időbeli variánsainak száma lehet T-nél nagyobb; egyes pótlólagos feltételekhez uj maradékváltozókat is be kell iktatni stb. De ha a becslés nem is pontos, általános tájékoztatásra alkalmas.

2.2. A célfüggvény és az időpreferenciák

Tegyük fel, első közelítésként, hogy a következő célfüggvénnyel számolunk:

$$/2.1/ \quad C\,/\underline{\underline{x}}/ = \sum_{t=1}^{10} \sum_{j=1}^{n} c_{jt}\,/x_j/ \longrightarrow \text{min!}$$

ahol

n = a változók száma. /Ezeket most sorbaszámoztuk./

$c_{jt}\,/x_j/$ = a j-edik tevékenység költsége a t-edik évben. Ez a beruházási, termelési és import-tevékenységeknél pozitiv, az exporttevékenységeknél negativ.

Itt most nem tárgyaljuk a bevételek és kiadások forintban való számbavételének ismert problematikáját /a hazai árak realitása, kalkulativ árak alkalmazásának jogosultsága, devizaárfolyamok, stb./ Ebben a tekintetben folytatni akarjuk azoknak a kalkulativ elszámolási elveknek az alkalmazását, amelyeket a korábbi iparági programozásokban alkalmaztunk.x/ Csupán a dinamika szempontjából vizsgáljuk a célfüggvény problematikáját.

---

x/ Lásd erről a [7] zárójelentést, valamint az [5] könyvet.
Költségminimalizálási modellel megkerülhetjük azt a kérdést: milyen áron számoljuk el a hazai szükségletek kielégitésére szánt termelést. Egyébként költségminimalizálási feladatunk ekvivalens egy hozadékmaximalizálási feladattal, ha 1. az export- és importár egyenlő és 2. a hazai szükséglet kielégitésére történő kibocsátást külkereskedelmi áron számoljuk el.
Összehasonlitásként esetleg számolunk majd hozadékmaximalizálási modellel is.

A /2.1/ célfüggvény egyszerü összegezése a különböző időpontokban felmerült kiadásoknak és bevételeknek. Ez arra serkent, hogy az importhoz képest előnyösebbnek mutatkozó, ill. exportszempontból kedvező hazai termelést lehetőleg minél előbb inditsuk meg, mert akkor ez az előny hosszabb időn át érvényesül, s nagyobb sullyal esik latba a /2.1/ szerinti összeg képzésénél.

Ez az i d ő p r e f e r e n c i a tovább erősithető egy diszkonttényező beiktatásával:

$$/2.2/ \quad C\,/\underline{\underline{x}}/ = \sum_{t=1}^{T} D^{t} \sum_{j=1}^{n} c_{jt}\,/x_j/\ ,$$

ahol

$$/2.3/ \quad D = \frac{1}{1+k}\ ,$$

azaz D a diszkonttényező, k kamatláb mellett.

Valójában a beruházások haszna /az importra való tartós berendezkedéshez képest mutatkozó előnye/ nemcsak az 1966-75. időszakban mutatkozik meg, hanem annál hosszabb időn át érvényesül. Tulajdonképpen mindaddig érvényesül, amig az 1966-75-ben létesitett üzemek müködnek. Mivel azonban ez az élettartam nem müszakilag adott nagyság, hanem későbbi döntésektől függ, ezért nem könnyü elhatározni: tulajdonképpen mennyi időre vegyük figyelembe a jövőbeni hasznos hatásokat.

A huzamos időn át mutatkozó jövőbeni hatások figyelembevételére átalakitjuk célfüggvényünket. Vezessük be a következő jelöléseket:

A változókat ugy rendezzük sorba, hogy a sor végére kerüljenek az utolsó, T-edik év termelési, export- és import-változói. E változók elé kerül a sorban összesen m darab változó: a modell valamennyi beruházási változója, továbbá az 1., 2.,..., /T-1/-edik év termelési és külkereskedelmi változói; utánuk következnek /m+1/-edik, /m+2/-edik, ...,n-edik változóként a T-edik év termelési és külkereskedelmi változói. Az x_{m+1}, x_{m+2},...,x_n változók együttese adja meg az iparág v é g á l l a p o t á t .

A következő feltevéseket alkalmazzuk:

1. Az iparág termelési és külkereskedelmi strukturája a T-edik év után is "örökké" azonos marad a végállapottal. Ha tehát pl. a müszálipar 1975-ben 10 000 tonna terilént gyárt és 12 000 tonna orlont importál, ugy ettől fogva évről-évre ezt teszi.

2. Minden termelő üzem, amely a T-edik évben müködik, ettől fogva "örökké" üzemben marad, ugyanazzal az évi termeléssel és technológiával, mint a T-edik évben /példánkban 1975-ben/. Ez azt jelenti: a termelés költségei között kell elszámolnunk az egyszerü ujratermelés minden költségét, beleértve a felujitások és a szinttartó beruházások költségeit is. A felujitásoknak és a szinttartó beruházásoknak biztositaniok kell, hogy az üzem "örökké" ugyanazzal a technikával, ugyanolyan üzemeltetési ráforditásokkal termelhessen, mint a T-edik évben.

3. A termelés költségeit /ideértve a 2. pont értelmében a felujitások és a szinttartó beruházások költségeit is/, valamint a külkereskedelem költségeit hosszabb időre előre láthatjuk.[x/] Jelöljük azoknak az éveknek a számát, amelyekben még a T-edik év után is előre meghatározhatjuk a költségek dinamikáját, Z-vel. /Ha T nagy, illetve ha az előrelátás lehetőségei szükek, ugy esetleg Z=0./ Nevezzük a T+Z éveket együttesen *előrelátási időszaknak*.

4. A T+Z-edik év utáni időre már nincs információnk a költségek dinamikájáról. Ezért feltételezzük, hogy ettől fogva a költségek az időben változatlanok:

$$/2.4/ \quad C_{jt}/x_j/ = \bar{C}_j\,/x_j/ = C_{j,T+Z}/x_j/ \qquad t > /T+Z/$$

E feltevések bevezetése után az eredeti /2.2/ célfüggvény helyett a következőt alkalmazzuk:

---

x/ Ebben a tanulmányban nem térünk ki az előrelátás bizonytalanságára. A régi műszálprogramozásban különböző módszereket alkalmaztunk az adatok bizonytalanságának figyelembevételére; ezek értelemszerüen itt is alkalmazhatók lesznek. Amennyiben pl. alkalmaznánk a "biztonsági programozás"-nak nevezett eljárást, ugy érdemes lesz az időben növekvő bizonytalansággal /illetve ennek reprezentálására az időben növekvő szórással/ számolni.

$$C/\underline{x}/ = \sum_{t=1}^{T} D^t \sum_{j=1}^{n} c_{jt}/x_j/ + \sum_{t=T+1}^{T+Z} D^t \sum_{j=m+1}^{n} c_{jt}/x_j/ + \tag{2.5}$$

$$+ \sum_{t=T+Z+1}^{\infty} D^t \sum_{j=m+1}^{n} c_{jt}/x_j/ .$$

A célfüggvény első tagja megegyezik az eredeti /2.2/ célfüggvénnyel. A második tag: a végállapot állandó ismétlésével felmerülő költségek diszkontált összege, az előrelátási időszaknak T utáni részében, azaz akkor, amikorra még előrelátjuk a költségek dinamikáját. Végül a harmadik tag: a költségek diszkontált összege, abban az időben, amikor a költségek dinamikáját már nem látjuk előre - a végtelenig.

Noha a költségeket végtelen időre összegezzük, a <u>diszkontált</u> költségek idősorának összege konvergens, s ezért a diszkontált összeg <u>véges</u> szám. A harmadik tag számszerü meghatározása igen egyszerü.

Bebizonyitható, hogy

$$\sum_{t=T+Z+1}^{\infty} D^t \sum_{j=m+1}^{n} \bar{c}_j/x_j/ = \frac{D^{T+Z+1}}{1-D} \sum_{j=m+1}^{n} \bar{c}_j/x_j/ . \tag{2.6}$$

Vagyis pl. abban az esetben, ha a kamatláb 10 %, és a T+Z előrelátási idő 20 év, ugy a T+Z+1-edik évtől a "végtelenig" felmerülő költségek diszkontált összegeként a T+Z-edik év költségének, $\bar{c}_j/x_j/$-nek kereken másfélszeresét kell az előrelátási idő diszkontált költségeihez hozzáadni.[x] Láthatjuk: bármilyen hangzatosnak tünik is, hogy a költségeket végtelen időre összegezzük, az előrelátási időszak <u>utáni</u> diszkontált költségek már aránylag kis tételt jelentenek.

Tisztában vagyunk azzal, hogy a javasolt eljárás alapjául szolgáló feltevések absztraktak. Egy üzem nyilván nem él örökké, nem dolgozik örökké azonos ráforditásokkal stb. Mégis, ezek az absztrakt feltevések legalább következetesen biztositják, hogy a modell minden alternativája <u>egyenlő eséllyel</u> szerepeljen a "versenyben". Bármilyen véges időre számolnánk is a költségeket, ezáltal indokolatlanul hátrány-

---

x/ Ebben az esetben $\frac{D^{T+Z+1}}{1-D} = 1,49.$

ba kerülnének a későbbi tevékenységek. Bármilyen véges elszámolási idő tartamának kijelölésében több az önkényesség, mint a végtelen időre való elszámolás absztrakciójában. Azt a kérdést, hogy "örökké" működni képes üzemeink közül végülis mikor mit alakitanak át, mit szerelnek le - rábizhatjuk a jövő tervezőire, akik majd annakidején ismét "végtelen időre előrepillantva" döntik el ezt a kérdést.

Ha a célfüggvény /2.5/ tipusa végtelen időre veszi is figyelembe a gazdasági hatásokat, a feltételi rendszer csak a T-edik évig, azaz egy véges időszak végéig biztositja a szükséges arányosságokat. Modellünk ezért nem garantálja, hogy 1973-ban, 1974-ben, 1975-ben is megkezdődjenek olyan á t m e n ő beruházások, amelyek majd csak 1976-ban, 1977-ben, 1978-ban járulnak hozzá a hazai szükségletek kielégitéséhez. Ilyen átmenő beruházásokra azonban nyilván szükség van. Nem lenne azonban érdemes ma konkréten megtervezni ezeket. Ezért a teendő: a tervidőszak utolsó éveinek beruházási erőforrásaiból le kell vonni egy részt és /a modellen kivül/ "tartalékolni" az átmenő beruházások céljaira. A programozás során tehát nem kell a müszálipar egész 1973., 1974. és 1975. évi beruházási keretével számolni, hanem csupán az átmenő beruházásokra szánt összeg levonása utáni, csökkentett kerettel.

3. A költségalakulás pontosabb jellemzésére alkalmas módszerek

3.1. Az ugynevezett "kevert" feladat

A további tárgyalás egyszerüsitésére most már nem térünk ki modellünk időbeli összefüggéseire; feltesszük, hogy dinamikus modellt alkalmazunk, a 2. fejezetben leirt szerkezettel.

Abban a modell-tipusban, amelyről a 3. fejezetben szólunk, kétféle tipusu változó szerepel. A változók egyik csoportja folytonos. Számuk n, terjedelmüket x_j-vel jelöljük /j=1,2,...,n/. E változókra kikötjük a szokásos nem-negativitási feltételt:

$$/3.1/ \qquad x_j \geqq 0 \qquad /j=1,\dots,n/.$$

A változók másik csoportja nem-folytonos. Számuk r, terjedelmüket y_h-val jelöljük /h=1,2,...,r/. E változókra kikötjük, hogy csupán kétféle értéket vehetnek fel: vagy 0-t, vagy 1-t.

$$/3.2/ \qquad y_h = 0,1 \qquad /h=1,\dots,r/.$$

Programozási feladatunk általános alakja a következő: Keressük azt az optimális $[\underline{\underline{x}}^*, \underline{\underline{y}}^*]$ programot, amely eleget tesz az

$$/3.3/ \qquad \underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{x}} + \underline{\underline{D}}\,\underline{\underline{y}} = \underline{\underline{b}}$$

$$/3.4/ \qquad \underline{\underline{x}} \geqq \underline{\underline{0}}$$

$$/3.5/ \qquad y_h = 0,1 \qquad /h=1,\dots,r/$$

feltételeknek és amely mellett a célfüggvény értéke minimális:

$$/3.6/ \qquad C\,/\underline{\underline{x}},\underline{\underline{y}}/ = \underline{\underline{c}}'\underline{\underline{x}} + \underline{\underline{k}}'\underline{\underline{y}} \longrightarrow \text{min!}$$

Ez ugynevezett *kevert lineáris programozási* feladat. Lineáris, mert mind a feltételek, mind a célfüggvény lineáris; "kevert", mert a változók egyrésze folytonos, másrésze diszkrét.[x/]

A kevert lineáris programozási feladat megoldásának egyik alkalmazható algoritmusa megtalálható <u>A.H.Land</u> és <u>A.G.Doig</u> cikkében.[xx/] Ezzel az utalással kizárólag azt kivánjuk érzékeltetni, hogy a feladat <u>megoldható</u>, matematikai és számitástechnikai szempontból. Lehetséges, hogy található a Land-Doig-algoritmusnál kedvezőbb eljárás is; különös tekintettel modellünk egyes, a továbbiakban leirásra kerülő speciális vonásaira. Ennek tisztázása a további kutatás egyik feladata lesz.

A továbbiakban az x_j-vel jelölt változók mindig folytonos, az y_h-val jelölt változók pedig mindig diszkrét, csak 0 vagy 1 értéket felvevő változókat jelölnek; erre nem is teszünk külön utalást.

---

x/ A /3.6/ képletben a kevert lineáris programozási feladat célfüggvényének általános alakját irtuk le. A mi konkrét modellünkben a $\underline{\underline{k}}'$ vektor minden komponense 0.

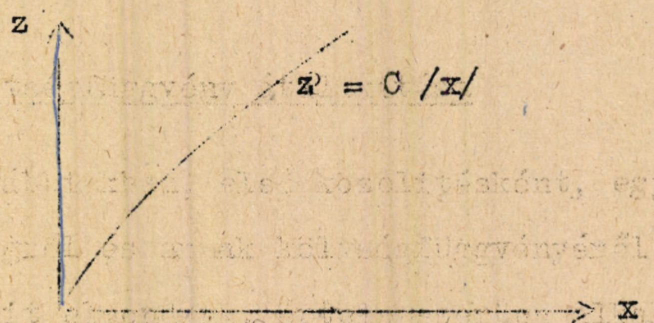
xx/ Lásd [8].

Rátérünk annak tisztázására, hogyan fogalmazható át problémánk a "kevert feladat" szerkezetének megfelelően. Ehhez az átfogalmazáshoz főként G.B.Dantzig cikkét használtuk fel.x/

3.2. A költségfüggvény átalakitása

A továbbiakban, első közelitésként, egy beruházási tevékenységről és annak költségfüggvényéről beszélünk. Mindaz, amit elmondunk, értelemszerüen alkalmazható a termelési tevékenységek költségfüggvényére is. Mindvégig csak egy tevékenységről szólunk, s ezért, az egyszerüség kedvéért, el is hagyjuk a j indexet, amely a tevékenység modellbeli sorszámára utalna.

A vizsgált beruházási tevékenységet a költségdegresszió jellemzi. A tevékenység terjedelmét x-szel jelöljük; költségfüggvényét C /x/-szel. A költségfüggvény a degresszió miatt konkáv. /Lásd a 3. ábrát./



3. ábra

---

x/ Lásd [2]. A "tiszta" és a "kevert" diszkrét programozási feladatok megoldására alkalmas algoritmusokról, valamint e programozási modellek felhasználási lehetőségeiről referál Kondor Gy. [4] beszámolója.

A régi műszálmodellben a 3. ábrán bemutatott függvényhez hasonló folytonos, konkáv költségfüggvényekkel reprezentáltuk a beruházási és termelési tevékenységek költségalakulását. Most viszont az eredeti C /x/ függvényt egy másik, <u>szakaszosan lineáris</u> $\hat{C}$ /x/ függvénnyel pótoljuk.

Eljárásunk a következő:

A tevékenységet m résztevékenységre bontjuk:

/3.7/ $x = x_1 + x_2 + \dots + x_m$.

Az egyes résztevékenységeket korlátozzuk:

$$
\begin{aligned}
&0 \leqq x_1 \leqq H_1\\
&0 \leqq x_2 \leqq H_2\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad /3.8/\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&0 \leqq x_{m-1} \leqq H_{m-1}\\
&0 \leqq x_m ,
\end{aligned}
$$

ahol H_k /k=1,...,m-1/ a k-adik üzemnagyság-tartomány. Feltételezzük, hogy az m-edik résztevékenységnek nincs a többihez hasonló felső korlátja.

Az uj, szakaszosan lineáris költségfüggvény, $\hat{C}$ /x/ :

/3.9/ $C\ /x/ \geqq \hat{C}\ /x/ = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_{m-1}x_{m-1} + c_mx_m$.

Az első, második, /m-1/-edik résztevékenységekhez tartozó $c_1, c_2, \dots, c_{m-1}$ egységköltségek a megfelelő linearitási szakaszokon az egyenes szakaszok iránytangensei. Ezeket a következőképpen határoztuk meg:

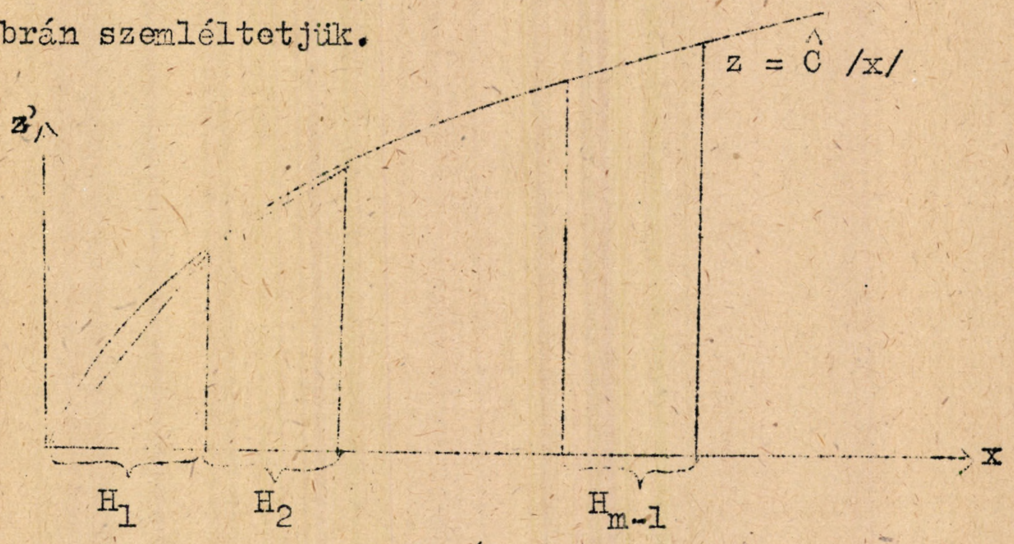
$$c_1 = \frac{C\,/H_1/}{H_1}\,,\; c_2 = \frac{C\,/H_1+H_2/ - C\,/H_1/}{H_2}\,, \dots ,$$

/3.10/

$$c_{m-1} = \frac{C\left(\sum\limits_{k=1}^{m-1} H_k\right) - C\left(\sum\limits_{k=1}^{m-2} H_k\right)}{H_{m-1}} .$$

Az utolsó, m-edik résztevékenység egységköltségét a $C\,/x/ \left[X > \sum\limits_{k=1}^{m-1} H_k \right]$ függvény alkalmas lineáris közelítésével határozzuk meg.[x/]

Az ilymódon meghatározott $\hat{C}\,/x/$ költségfüggvényt a 4. ábrán szemléltetjük.



4. ábra

---

x/ Rendszerint mérnöki becslésekből kell levezetnünk a költségfüggvényt. Ez esetben közvetlen becslést kérhetünk magára c_m-re: mi az egységköltség azon az üzemnagyságon, degressziós határon felül, amelyen tul már a költségdegresszió elhanyagolható.

A közelités annál pontosabb, minél nagyobb m, minél több résztevékenységre bontjuk az eredeti tevékenységet.

Programozási modellünkben nem alkalmazhatjuk minden további nélkül a /3.9/ költségfüggvényt. Gondoljunk arra, hogy az eredeti C /x/ függvény konkáv jellege miatt az egységköltségek rendre csökkennek:

/3.11/ $c_1 > c_2 \dots > c_{m-1} > c_m$.

Ha tehát - egyéb korlátozások nélkül - a /3.9/ függvényt alkalmaznánk célfüggvényként, akkor az optimális programban szerepelhetne az m-edik résztevékenység, mivel ez a legolcsóbb, miközben az első, második, ..., /m-1/-edik résztevékenység nem szerepel az optimális programban. /Azaz gyakorlatilag: meg kell épiteni egy uj üzem 8001-edik, 8002-edik, ...,9000-edik kapacitásegységét - miközben <u>nem</u> épitjük meg az első, a második, ..., a 8000-edik kapacitásegységet./ Ez nyilván értelmezhetetlen abszurdum. Biztositani kell, hogy x_2 csak akkor lehet pozitiv, ha $x_1 = H_1$, x_3 csak akkor lehet pozitiv, ha $x_1 + x_2 = H_1 + H_2$ és igy tovább.

Ennek biztositására speciális változókat és feltételeket kell modellünkbe beépiteni. /Ennek, mint látni fogjuk, egyéb szempontból is jelentősége lesz./

Az első résztevékenységre kimondjuk a következő feltételt:

/3.12/ $x_1 = y_1 H_1$.

Ha $y_1 = 0$, akkor $x_1 = 0$.

Ha $y_1 = 1$, akkor $x_1 = H_1$.

A második résztevékenységre kimondjuk a következő feltételt:

/3.13/ $x_2 \leqq y_1 H_2$.

Ha $y_1 = 0$, akkor $x_2 = 0$, /és akkor az előbbiek szerint x_1 is 0./

Ha $y_1 = 1$, akkor $0 \leqq x_2 \leqq H_2$ /és akkor az előbbiek szerint $x_1 = H_1$./

Itt álljunk meg egy pillanatra. A /3.12/ és /3.13/ feltételek, valamint az x_j-re és y_h-ra korábban kimondott /3.4/ és /3.5/ feltételek együttesen biztositják: x_2 csak akkor lehet pozitiv, ha $x_1 = H_1$. Ennek a feltétel-tipusnak alapvető jelentősége lesz az egész további fejtegetésben.

Nevezzük azt az eseményt, hogy $x_1 < H_1$, azaz az első résztevékenység kisebb az üzemnagyságtartománynál, A eseménynek. Nevezzük azt az eseményt, hogy $x_2 > 0$, azaz a programban szerepel pozitiv értékkel a második résztevékenység is, B eseménynek. A /3.4/, /3.5/, /3.12/ és /3.13/ feltétel biztositja, hogy az A és a B esemény együttesen semmiképpen se következzék be. Ezt a feltétel-együttest a továbbiakban ö s s z e f é r h e t e t l e n s é g i k i k ö t é s n e k nevezzük.[x/]

Térjünk vissza e kis kitérő után résztevékenységeinkre. A 3. résztevékenységgel kapcsolatban is megtesszük az összeférhetetlenségi kikötést:

/3.14/ $x_2 \geqq y_2 H_2$.

/3.15/ $x_3 \leqq y_2 H_3$.

Ismét láthatjuk: ha $y_2 = 0$, akkor $x_3 = 0$. A 3. résztevékenység csak akkor lehet pozitiv, ha a 2. résztevékenység egyenlő az üzemnagyságtartománnyal. Ha ugyanis $y_2 = 1$, akkor biztos, hogy $x_2 = H_2$. Ilyenkor ugyanis a /3.13/ feltétel előirja, hogy x_2 legyen kisebb vagy egyenlő H_2-nél, a /3.14/ feltétel pedig azt irja elő, hogy legyen nagyobb vagy egyenlő H_2-nél. A kettő együtt pedig csak ugy teljesülhet, ha éppen egyenlő H_2-vel.

---

x/ Az ökonometriai irodalom ezt a kikötést "vagy-vagy" tipusu feltételként is emliti: vagy A vagy B következhet be. /Lásd pl. Dantzig idézett [2] cikkét./

Ez az elnevezés azonban nem teszi világossá: milyen tipusu "vagy-vagy" kikötésről van szó. A matematikai logika müveleteinek analógiájára: 1. összeférhetetlenségről vagy 2. kizáró diszjunkcióról. Az 1. "vagy-vagy" tipusnál csak ahhoz ragaszkodunk, hogy A és B egyszerre nem következhet be, de megengedjük, hogy sem A, sem B ne következzék be /összeférhetetlenség/. Viszont a 2. "vagy-vagy" tipusnál nemcsak ahhoz ragaszkodunk, hogy A és B egyszerre ne következzék be, hanem ahhoz is, hogy vagy A vagy B bekövetkezzék /kizáró diszjunkció/.

Világos, hogy A és B fenti definiciója esetén mi az összeférhetetlenséget kötöttük ki; megengedjük, hogy sem A, sem B ne következzék be. /Pl. megengedjük az $x_1 = H_1$, $x_2 = 0$ esetet./

Ugyanezt a "fogást" alkalmazzuk a 4-edik, 5-ödik, ...,/n-1/-edik résztevékenységnél. Formailag ugyanezt teszszük az m-ediknél is:

/3.16/ $x_{m-1} \geqq y_{m-1} H_{m-1}$

/3.17/ $x_m \leqq y_{m-1} H_m$.

A /3.17/ feltételben szereplő H_m azonban nem valóságos, hanem csupán fiktiv üzemnagyságtartomány. Nagyságát olyan magasan állapitjuk meg a gyakorlati számitás során, hogy biztosan tudhassuk róla: x_m nem lépheti tul. /Pl. az az üzemnagyság, amelyet akkor érünk el, ha az egész beruházási keretet erre az egy tevékenységre forditjuk./

Az összeférhetetlenségi kikötések biztositják, hogy az emlitett abszurditás ne következhessék be: a nagyobb sorszámu résztevékenység, a nagyobb üzemnagyságtartomány csak akkor szerepelhet a programban, ha a kisebb is szerepel már. E kikötések lehetővé teszik, hogy gyakorlatilag alkalmazzuk az uj C /x/ költségfüggvényt.

Ezekután térjünk vissza az 1. fejezetben leirt feltevésekre. A költségfüggvénynek a fentiekben leirt átalakitása, az összeférhetetlenségi kikötésekkel együtt módot ad arra, hogy ezek egyrészét máris érvényesithessük.x/

---

x/ A továbbiakban az 1. fejezetbeli a/, b/, c/ stb. pontok szerint hivatkozunk a feltevésekre.

Az a/ feltevéshez

Legyen H_1 a müszakilag minimális üzemnagyság. Ezesetben a /3.12/ feltétel biztositja, hogy H_1-nél kisebb üzem ne létesülhessen: x_1 vagy 0 vagy H_1-gyel egyenlő.

A b/ feltevéshez

Legyen $\sum_{k=1}^{m-1} H_k$ a degressziós határ, az az üzemnagyság, amely felett a költségdegresszió már elhanyagolható. Költségfüggvényünk, mint láttuk, e határ felett lineáris, azaz ezen felül a költségdegresszió már nem érvényesül. Eddig a határig viszont költségfüggvényünk /ha nem is pontosan, de elfogadható közelitéssel/ figyelembeveszi a költségdegressziót.

A c/ feltevéshez

Miután az eredeti tevékenységet m résztevékenységre bontottuk, minden résztevékenység külön változót jelent a modellben. Természetesen minden változónak saját oszlopa van a feltételi együtthatók mátrixában. Ilymódon semmi akadálya annak, hogy a költségdegresszió kifejezésre jusson a feltételi rendszerben is. Legyen pl. az eredeti /még fel nem bontott/ beruházási tevékenység beruházás-igényének függvénye G /x/ konkáv függvény. A régi modellben ezt, nagyon durván, egyetlen g x lineáris függvénnyel közelitettük. Most viszont G /x/-t a $\hat{G}$ /x/ $= g_1x_1 + g_2x_2 + \dots + g_mx_m \mid g_1 > g_2 > \dots > g_m$ szakaszosan lineáris függvénynyel pótoljuk, ami nyilván lényegesen jobb közelités és kifejezésre juttatja /ha nem is egészen pontosan/ a beruházási költségek degresszióját. A $g_1, g_2, \ldots, g_m$ együtthatók meghatározása analóg a $c_1, c_2, \ldots, c_m$ egységköltségek meghatározásával. /Lásd a /3.10/ képletet./

A résztevékenységekre való bontás lényegesen megszaporitja a modell változóinak és feltételeinek számát. A most leirt esetben /ideértve azt a feltételezésünket, hogy az első H_1 határnál kisebb üzem nem létesithető stb./ a "szaporodás" a következő:

Az eredeti x változó helyébe m darab x_k résztevékenységváltozó és m-1 darab diszkrét y_h változó lép. Ezen kivül be kell iktatni 2 /m-1/ darab korlátozó feltételt, az összeférhetetlenségi kikötések érvényesitésére.x/

Ha pl. m = 4, akkor az eredeti 1 változó helyébe 4 folytonos, 3 diszkrét változó és 6 pótlólagos korlátozó feltétel lép. A "szaporodás" tehát igen jelentős. /Ezenkivül vannak azok a speciális feltételek, amelyek kikötik, hogy y_h csak 0 vagy 1 lehet./

---

x/ E feltételek közül egy, az m-edik résztevékenységet korlátozó feltétel /3.17/ elláthatja egy érdemleges közgazdasági tartalommal rendelkező feltétel szerepét is: pl. termelési tevékenység esetén igy irhatjuk elő az exportkorlátot stb. Ennyiben csökkenthető a "szaporodás".

3.3. A rögzitett üzemnagyságok

A d/ feltevéshez

Az elmondottak után egyszerü megvilágitani, hogyan épithetők be modellünkbe nem-folytonos változók. Ez akkor szükséges, ha pl. egy uj üzem csak rögzitett nagyságokban /blokkokban, strangokban stb./ épithető.

Jelöljük ezeket a rögzitett üzemnagyságokat M_1-gyel, M_2-vel,...,M_s. /Nem kell, hogy ezek egymás többszörösei legyenek./

Müszaki-gazdasági szempontból két eset lehetséges.

Az első eset: egymástól függetlenül megépithető több, azonos terméket kibocsátó, azonos technológiáju, de más-más nagyságu üzem. /Pl. épitünk egy M_1 és egy M_7 nagyságu üzemet, egymástól függetlenül. Ilyenkor modellünkben szerepeljenek a következő rész-tevékenységek és feltételek:

$$x_1 = y_1 M_1$$

$$x_2 = y_2 M_2$$

/3.18/ $$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$x_s = y_s M_s \ .$$

Aszerint, hogy y_h = 0 vagy 1, x_h-t vagy megépitjük vagy nem /h=1,...,s/.

A második eset: müszaki-gazdasági szempontok alapján a különböző üzemnagyságu üzemeket egymást kizáró alternativáknak kell tekintenünk: vagy M_1 vagy M_2 vagy ... vagy M_s nagyságu üzemet épitünk.

Ezesetben a /318/ feltételeket ki kell egésziteni egy összeférhetetlenségi kikötéssel:

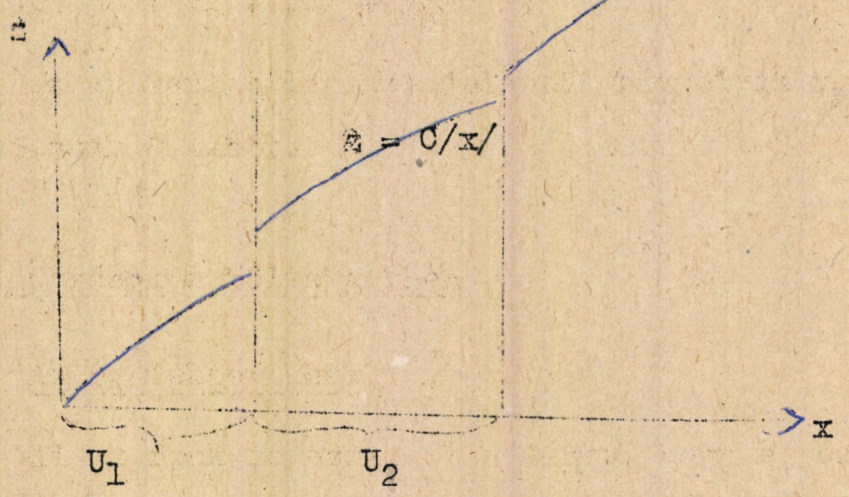
/3.19/ $y_1 + y_2 + \dots + y_s \leq 1.$

Ez gyakorlatilag azt jelenti: bármelyik $y_h = 1$, a többi csak 0 lehet.

3.4. Ugrások a költségekben

Az e/ feltevéshez

Ki akarjuk fejezni azt a tényt, hogy egyes költségfüggvények nem-folytonosak /még az esetben is, ha magát a tevékenységet, amelynek költségeit vizsgáljuk, folytonos változóval reprezentálhatjuk is/. /Pl. egy üzem 5000 tonnás kapacitásig üzemeltethető 1 kazánnal, azonfelül 2 kazán szükséges: ezért 5000 tonnánál megugrik a beruházási költség. Szemléltessük ezt grafikusan./



5. ábra

Az ábrából kitünik: az U_1, U_2 stb. intervallumokon belül konkáv költségfüggvényekkel van dolgunk, az intervallumok határánál azonban ugrás következik be.

Ilyenkor is a 3.2. szakaszban leirt eljárást alkalmazzuk: a tevékenységet résztevékenységekre bontjuk; a résztevékenységeket külön-külön korlátozzuk, az eredeti költségfüggvényt szakaszosan lineáris függvénnyel közelitjük, s az összeférhetetlenségi kikötések érvényesitésére megfelelő speciális feltételeket irunk elő.

Durvább közelités esetében az U_1, U_2 stb. intervallumhoz egy-egy résztevékenységet rendelünk, pontosabb közelités esetén többet. /Ennek konzekvenciái ismét a változók és feltételek "szaporodásában" mutatkoznak meg./

3.5. Az üzem fokozatos kiépitésének problémái

Az f/ feltevéshez

Gyakran találkozunk a távlati tervezésben a következő problémával:

Létesitünk egy 5000 tonnás üzemet. Annyi gépet szerzünk be, amennyi képes lesz a tervezett időben 5000 tonnást kibocsátani. Az épületet azonban ugy méretezzük, hogy abba - egy későbbi időpontban - további 3000 tonna kibocsátására alkalmas gépet szerelhessünk be. A vizmüvet pedig ugy méretezzük, hogy az egy összesen 10 000 tonnás üzemet is kiszolgálhasson.

Ez az eljárás drágitja az első lépcsőt, az 5000 tonnás üzem beruházási költségeit, de végeredményben, az üzem bővitése után, kifizetődővé válhat. Igaz, a 2000 tonnás gépi kapacitás elhelyezéséhez szükséges többlet-épület és az 5000 tonnás kapacitás kiszolgálásához szükséges többlet-vizmü épitésébe fektetett eszközök egy ideig "befagynak", s ez veszteség - ezt azonban ellensulyozhatja az épitésnél, a vizmü létesitésénél fellépő költségdegresszió.

Ez az egyik jellegzetes dinamikus döntési probléma: milyen fokozatokban, "lépcsőkben" épitsünk ki egy uj üzemet, s az egyes lépcsőkben hogyan készüljünk fel a későbbi lépcsőkre.

Az uj modell módot ad ennek figyelembevételére, következőképpen:

Az eredeti tevékenységet /pl. egy uj müszálüzem épitését/ e l e m i   m ü s z a k i   tevékenységekre bontjuk. Pl.:

1. épület létesitése. Volumene x_1.

2. gépi kapacitás létrehozása. Volumene x_2.

3. Kiszolgáló vizmü létesitése. Volumene: x_3 - és igy tovább.

Ezeket az elemi müszaki tevékenységeket - a költségdegresszió figyelembevételére - a 3.2. szakaszban leirt módon, további résztevékenységekre bontjuk. Pl. x_{11}, x_{12}, ..., x_{1m} x/. /Az eljárás leirását felesleges lenne ismételni./

---

x/ Ha az elemi müszaki tevékenységek nem folytonos változók, ugy alkalmazzuk a 3.3. szakaszban leirt eljárást; ha az elemi müszaki tevékenységek költségfüggvényében ugrások vannak, ugy alkalmazzuk a 3.4. szakaszban leirt eljárást.

A továbbiakban bizonyos speciális feltételekkel kötjük össze az elemi müszaki tevékenységeket. Pl.:

$$\sum_{j=1}^{m_2} h_{2j}x_{2j} \leq \sum_{j=1}^{m_1} h_{1j}x_{1j} \qquad /3.20/$$

ahol h_{1j} a j-edik épitési résztevékenység egysége által teremtett épülettér, h_{2j} pedig a j-edik gépkapacitás-létesitő résztevékenység egysége által igényelt épülettér.

Hasonló feltétellel biztositható, hogy a vizmü ne legyen kisebb annál, amennyi a termelő gépek kiszolgálásához szükséges stb.

Eljárásunk biztositja, hogy a korábbi lépcsőkben a későbbi lépcsőkre való felkészülésnek, a későbbi bővitéshez való "tartalékok" /épülettartalékok, kiszolgálóüzemtartalékok stb./ képzésének előnye, az ezzel kapcsolatos költségdegresszió messzemenően kifejezésre jussanak. Ugyanakkor a 2. fejezet szerinti dinamizálás módot ad e "tartalékképzés" hátrányainak /az eszközök "befagyásának"/ figyelembevételére.

3.6. A beruházási tevékenység "süritésének" hatása

A g/ feltevéshez

Modellünk a 3.2. és 3.5. szakaszban leirtak értelmében figyelembeveszi a nagyobb létesitménnyel járó előnyöket, a beruházási és termelési tevékenységek koncentrációjának hasznos hatását.

A modell célfüggvénye /lásd 2.2. szakasz/ figyelembeveszi a beruházási tevékenységek időbeli sűritésének előnyeit.

Ebből az következne, hogy lehetőleg minél több beruházást végezzünk el a lehető legrövidebb idő alatt. Ez azonban hibás orientáció lenne, a következők miatt:

1. Az egy időszakban /mondjuk egy évben/ rendelkezésre álló erőforrások mennyisége korlátozott.

2. A tul hamar felfutó kapacitások termékét esetleg nem értékesithetjük.

3. A beruházások tulzott időbeli sűritése megnöveli a szervezési, vezetési nehézségeket, kapkodáshoz vezet, s végsősoron veszteségeket okoz.

Az 1. és 2. tényezőket megfelelő korlátozó feltételek beépitésével vehetjük figyelembe.

Ad 1. Előirjuk, hogy az 1966-ban, 1967-ben,..., 1970-ben igénybevett épitőipari tevékenység nem lépheti tul az 1966-ra, 1967-re,...,1970-re rendelkezésre bocsátott épitő kapacitást. Hasonló korlátokat adunk más erőforrásokhoz is.

Ad 2. Előirjuk, hogy - adott hazai szükségleten felül - mennyi legyen az 1966, 1967,..., 1970 évi export korlátja.

Másjellegü a 3. tényező; ezzel kapcsolatban ismét a problémának a "kevert" modell szerinti megfogalmazására van szükség. /Mivel most csupán egy adott évről szólunk, az erre utaló indexet elhagyjuk - dinamikus modellünkben persze minden évre külön-külön be kell vezetnünk az alábbiakban leirásra kerülő eljárást./

Vezessük be a következő fogalmakat és jelöléseket:

u = a beruházások összvolumene

K = a beruházások összvolumenének az a kritikus értéke, amely felett már többletköltséget, veszteséget okoz a beruházások további növelése.

v = a kritikus volumen feletti, "hajszolt" beruházások volumene.

B = a beruházási keret.

p = a "hajszolt" beruházások egységére eső többletköltség .

/3.21/ $$u = \sum_{j=1}^{n} g_j x_j,$$

ahol g_j a j-edik tevékenység beruházási egységköltsége. /Lásd a 32. oldalt./ A beruházások összvolumene tehát egyszerü összegezése az egyes tevékenységek /s ezen belül résztevékenységek/ beruházás-igényének.

/3.22/ $$v = u - K,$$

vagyis a "hajszolt" beruházások volumene egyenlő az összvolumennek a K határ feletti részével.

/3.23/ A beruházások tulzott időbeli "süritése", "hajszolása" miatt fellépő veszteség:

/3.24/ $$P = p\,v\ .$$

Ezt a P "hajsza-veszteséget" hozzá kell adni a költségminimalizálási célfüggvényhez.

Biztositanunk kell, hogy P legyen 0, ha u kisebb a kritikus K határnál, viszont legyen pozitiv, ha nagyobb annál. Ismét megtesszük tehát a szokásos összeférhetetlenségi kikötést.

$$/3.25/ \quad u \geq y K ,$$

$$/3.26/ \quad v \leq y /B - K/ .$$

Eszerint, ha $y = 0$, akkor $v = 0$. /Ezesetben az u-ra vonatkozó /3.25/ feltétel triviális, csupán u nem-negativitását köti ki./ Ha viszont $y = 1$, akkor $u \geq K$. Másszóval: v, a "hajszolt" beruházás csak akkor lehet pozitiv, ha a beruházások összvolumene tullépte a kritikus határt.

Ezt az eljárást tovább finomithatjuk azzal, hogy a K és B közötti intervallumot több részre bontjuk, a v változót több rész-változóra tagoljuk, s feltételezzük: az első, második,..., r-edik részváltozóhoz tartozó p_1, p_2,..., p_r többletköltség rendre nő. Másszóval: a hajsza miatti többletköltség, veszteség progresszív jellegü.

Mint látjuk: modellünk módot ad a tulzott időbeli sürités figyelembevételére. Más kérdés: hogyan sikerül K és p értékét megbecsülni. Esetleg, első kisérletképpen, dolgozhatunk az összefüggést inkább csak jelképező, durvább becslésekkel is.

4. A kutatás feladatai

4.1. Számitástechnikai feladatok

A régi müszálprogramozásban rendkivüli nehézségeket okozott a feladat számitástechnikai oldala, a célfüggvény jellege miatt. A költségeket folytonos változók konkáv függvényeként kezeltük. Sajnos a szakirodalomban nem ismeretes e feladattipus jól kezelhető exakt megoldása. Elméletileg exakt megoldást kapunk, ha megkeressük a megengedett programok halmazának összes extrém pontjait, valamennyihez meghatározzuk a célfüggvény értékét s igy tisztázzuk: melyik az optimális program.x/ Valamennyi extrém pont megoldása, jelentősebb méretü feladat esetén számitástechnikailag - adott gépeink mellett - megoldhatatlan.

Szimplex-tipusu eljárások alkalmazása esetén- konkáv minimalizálandó célfüggvény mellett - csupán lokális optimumokat határozhatunk meg, amelyekről nem tudjuk: melyikük esik egybe a globális optimummal. A régi müszálipari programozás során azt tettük, hogy egész sor lokális optimumot határoztunk meg, majd szisztematikus próbálgatással igyekeztünk "valószinüsiteni", hogy a lokális optimum egybeesik-e a globális optimummal.xx/

---

x/ Lásd Uzawa / [11] , 23-31. és 179-188.old./ és Lipták T. [9] eljárásait.

xx/ Az eljárást Frey T. dolgozta ki. Lásd [7] , 171-181.old.

Most más uton keressük a konkáv programozással kapcsolatos problémák, nehézségek megoldását.

Az uj modell szerint az eredeti /lineáris feltételrendszerü, konkáv minimalizálási célfüggvényü, folytonos változóju/ feladatot pótoljuk egy másik, "kevert" lineáris programozási feladattal. Ez utóbbi feladatnak nem közelitő, hanem exakt megoldását kivánjuk adni.[x/] A kutatás jelen

---

x/ Természetesen - mint minden közgazdasági-matematikai modell - ez a modell is csupán megközelitően, s nem tökéletesen pontos tükörképe a valóságnak; ez is alkalmaz egyszerüsitő feltevéseket stb. Igy például itt szakaszosan lineáris költségfüggvényt alkalmazunk olyankor is, amikor a valóságos költségalakulást pontosabban tükrözné egy szigoruan konkáv görbe stb.

Nem szabad összekevernünk azonban azt a kérdést, hogy egy modell mennyire pontosan tükrözi a valóságot, azzal a másik kérdéssel, hogy egy modellben szereplő matematikai feladat exakt megoldását biztositjuk-e vagy csupán a megoldás közelitését /s utóbbi esetben: melyek e közelités jellemző tulajdonságai/.

stádiumában ugy tünik: a "kevert" lineáris programozási modellel megnyugtatóbb módon oldhatjuk meg a költségdegresszió tükrözésével kapcsolatos problémákat, mint a korábban alkalmazott eljárással.

A "kevert" feladat, amint azt már a 3.1. szakasz említette, számitástechnikailag biztosan megoldható. A probléma a méretekkel van. Mindkét változtatás, amelyet a régi modellhez képest végrehajtottunk, a változók és feltételek szaporitásával jár. Mind a dinamizálás, mind a diszkrét változók beépitése ebbe az irányba hat. Éppen ezért ugy tünik, hogy a régi müszálmodellnek az uj elgondolások szerinti átalakitása olyan nagyméretü modellhez vezetne, hogy az nem "férne bele" a NIM jelenlegi számológépének kapacitásába.x/

A feladatok a következők:

Ki kell dolgozni a "kevert" feladat gépi programját. Numerikus kisérleteket kell végezni /eleinte konstruált számokkal/, annak tisztázására, hogy a NIM gépének jelenlegi adottságai mellett mekkora méretü feladat oldható meg reális idő alatt.

E munka kapcsán kisérletet kell folytatni a szakirodalomból ismert eljárásokxx/ ezirányu kipróbálására. Ezzel

---

x/ Az ilyen tipusu feladatok is sürgetővé teszik uj, a jelenleginél lényegesen nagyobbteljesitményü, gyorsabb elektronikus gép beszerzését. A jelenlegi gép aránylag kis teljesitménye fékezi a valóságot megfelelően tükröző gazdasági-matematikai modellek kialakitásának munkáját.

xx/ Lásd elsősorban [8].

párhuzamosan kutatni kell azonban azt is: nem dolgozhatók-e ennél alkalmasabb eljárások is a "kevert" feladat megoldására. Igy pl. a NIM Számolóközpont már foglalkozott "tiszta diszkrét" programozási feladat megoldásával.x/ Meg kell vizsgálni, vajon az erre kidolgozott algoritmus átalakitható-e a "kevert" feladat esetére is - s az átalakitás révén keletkezett eljárás előnyösebb-e problémánk számitástechnikai megoldása szempontjából a már emlitett Land-Doig eljárásnál? Emellett kutatni kell más, az eddigiekben fel sem merült eljárások után is.

Mivel a probléma a modell számitástechnikailag tul nagy méreteivel függ össze, felvetődik a kérdés: vajon nem alkalmazható-e /megfelelően módositva/ valamelyik dekompoziciós eljárás.xx/ Az eddig ismert dekompoziciós eljárások a "tiszta", kizárólag folytonos változóju lineáris programozási feladat felbontására szolgálnak. Meg kell vizsgálni, vajon nem alakithatók-e ezek át vagy nem dolgozható-e ki speciálisan erre a célra egy alkalmas dekompoziciós módszer.

Érdemes ezzel kapcsolatban figyelembevenni, hogy a modell dekompoziciós tagolása valósággal kinálkozik: részidőszakok szerint, vagy még inkább termékek szerint.

---

x/ Lásd Sándor F. és Zsellér Gy. [10] tanulmányát.

xx/ Lásd a Dantzig-Wolfe [3] eljárást és Kornai-Lipták [6] kétszintü tervezési módszerét.

A számitástechnikai és matematikai problémák tisztázásának sürgősen meg kell indulnia, párhuzamosan a kutatás közgazdasági oldalával.

4.2. Adatgyüjtési feladatok

A numerikus számitások adatigénye nem választható el attól, hogy végülis mekkora modellel dolgozunk majd - ez pedig csupán a matematikai-számitástechnikai problémákkal összefüggésben tisztázható. Nem lenne azonban célszerü várni, mig ezek tisztázódnak, mert ez nagy időveszteséggel járna; az adatgyüjtésnek a matematika-számitástechnikai tisztázással párhuzamosan kell folynia. Ezért célszerü lesz felkészülni több eshetőségre.

A legjobb eset: képesek leszünk kb. a régi müszálmodell tevékenységeinek körét átfogni, az uj, dinamizált és a költségeket pontosabban kezelő modellben is. Ezért célszerü erre az optimista esetre felkészülni az adatgyüjtésben.

Ha azonban a legjobb eset azután nem is következik be, akkor is felhasználhatjuk az igy összegyüjtött adatokat, mégpedig kétféle módon.

1. Végezhetünk a most leirt modellel egy-egy termékre, vagy két-három termékre leszükitett számitásokat, mégpedig több ilyen számitást egymás mellett. Egy-egy termékre végzett számitás /pl. 3 időszak és 4 üzemnagyság szerint tagolt résztevékenység mellett/ egészen biztosan megoldható, a jelenlegi számológép-kapacitás mellett, a jelenleg ismert algoritmussal.

2. Ezzel párhuzamosan számolhatunk az <u>egész</u> müszáliparra, akár lineáris programozási modellt, akár pedig a régi müszálszámitáshoz hasonló konkáv programozási modellt. A kétféle megközelités /az egyes termékekre végzett dinamikus, "kevert" programozás és az egész müszáliparra végzett nemdinamikus, "tiszta" folytonos programozás/ együttes elemzéséből vonhatunk majd le megfelelő elméleti és gyakorlati következtetéseket.

A 2. feladat /az egész müszáliparra kiterjedő lineáris programozás/ elvégzését amugyis szükségessé teszi e modell bekapcsolása a népgazdasági programozásba, a népgazdasági szinten végzett "kétszintü tervezés" keretében.

Az elmondottakból következik: az egész müszáliparra kiterjedő adatgyüjtés elvégzésére mindenképpen szükség van; függetlenül a matematikai-számitástechnikai kutatások eredményeitől.

A kutatás e két ágának párhuzamosan kell folynia, hogy azután - a megfelelő időpontban - egyesüljön a numerikus számitások elvégzésére.

Irodalom

[1] ARROW,K.J. - HURWICZ,L. - UZAWA,H.: Studies in Linear and Non-Linear Programming, Stanford: Stanford University Press, 1958.

[2] G.B.DANTZIG: "On the significance of solving linear programming problems with some integer variables", Econometrica, 28 /1960/ 30-44.

[3] G.B. DANTZIG - Ph. WOLFE: "The decomposition algorithm for linear programs", Econometrica 29 /1961/ 767-778.

[4] KONDOR GY.: Az egészszámu programozásról /sokszorositva/ Budapest: MTA Közgazdaságtudományi Intézet, 1962.

[5] KORNAI J.: A beruházások matematikai programozása. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1962.

[6] KORNAI J. - LIPTÁK T.: "Kétszintü tervezés: Játékelméleti modell és iterativ számitási eljárás népgazdasági távlati tervezési feladatok megoldására", MTA Matematikai Kutató Intézetének Közleményei, 7 B 4 /1962/ 577-621.

[7] KORNAI J. - TARDOS M. - VERD N F. - FREY T.: A magyar müszálgyártás fejlesztésének matematikai programozása - Zárójelentés. /soksz./ Budapest: MTA Számitástechnikai Központ, 1963.

[8] LAND,A.H. - DOIG,A.G.: "An automatic method of solving discrete programming problems", Econometrica, 28 /1960/ 497-520.

[9] LIPTÁK T.: "Matematikai Függelék" a Gazdaságossági számitás a magyar müszálgyártás fejlesztési programjának meghatározására c. tanulmányhoz. /sokszorositva/, Budapest: Szervesvegyipari és Müanyagipari Kutató Intézet, 1960.

[10] SÁNDOR F. - ZSELLÉR GY.: "Egy egész számu programozási feladat gépi megoldása", A National-Elliot 803B elektronikus számológép alkalmazása, Müszaki feladatok megoldása. Budapest: NIM Ipargazdasági és Üzemszervezési Intézet, 1963.

K J