Kornai János

A gazdasági szerkezet matematikai tervezése

Lipták Tamás és Wellisch Péter
közreműködésével

Második bővített és átdolgozott
kiadás

Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó
Budapest 1973

Szerző:
Kornai János

Lektorok:
Augustinovics Mária
Martos Béla

A második kiadás lektora:
Martos Béla

© Kornai János, Budapest, 1973

Kornai János

A gazdasági szerkezet matematikai tervezése

Tartalomjegyzék

Előszó a második kiadáshoz 13
Előszó az első kiadáshoz 15
Jelölések 21

I. RÉSZ: HAGYOMÁNYOS MÓDSZEREK ÉS INPUT-OUTPUT-TÁBLÁK 25

1. A hagyományos tervmutatószám-rendszer 27

1.1. A tervmutatószámok fontosabb csoportjai 27
1.2. A mutatószámrendszer konzisztenciájáról 32
1.3. A terv mint egyenletrendszer 33
1.4. A tervkoordináció 36

2. A hagyományos beruházás-gazdaságossági számítások 40

2.1. A fő beruházások központi engedélyezése 40
2.2. A „g_n" mutató 41

3. Input-output-táblák 44

3.1. Fontosabb definíciók 44
3.2. A teljes tartalom számítások 46
3.3. A szektorbontás ismérvei 47
3.4. A hatóságok szerint bontott „sakktáblamérleg" 48
3.5. Ágazati bontású mérlegek 50
3.6. Termékek szerint bontott mérleg 52
3.7. A terv konzisztenciájának ellenőrzése 53
3.8. Egyéb input-output-táblák 53

4. A matematikai tervezés támpontjai 55

II. RÉSZ: ÁGAZATI PROGRAMOZÁSI MODELLEK 59

5. Választás technológiai alternatívák között — A pamutipari modell 61

5.1. A döntési problémák 61
5.2. A programozási szféra 62
5.3. A tevékenységek, a modell változói 64
5.4. A külső korlátozó feltételek 66
5.5. A belső korlátozó feltételek 69

5.6. A célfüggvény 71
5.7. A feladat matematikai összefoglalása 72
5.8. A pamutipari programozás gyakorlati eredményei 73

6. A termelés, az export és az import arányai — A műszálipari modell 78
6.1. A döntési problémák 78
6.2. A programozási szféra 79
6.3. A tevékenységek 81
6.4. A korlátozó feltételek 82
6.5. A célfüggvény 83
6.6. A műszálipari programozás gyakorlati eredményei 84

7. A költségek a tevékenységek terjedelmének függvényében 85
7.1. A tárgyalás feladata és áttekintése 85
7.2. Közös egyszerűsítő feltevések 86
7.3. A költségfüggvények osztályozása matematikai-számítástechnikai szempontból 89
7.4. A különböző tevékenységfajtákra jellemző költségalakulás 93
7.5. A tömegtermelés előnyeinek számbavétele a műszálipari modellben 96
7.6. A függvény paramétereinek meghatározása 102

8. Első összehasonlítás a hagyományos módszerekkel 104
8.1. Szélesebb választási lehetőség 104
8.2. Választás egyszerű rangsorolás alapján 107
8.3. A mérlegmódszer és a gazdaságosság követelménye 109
8.4. Az ágazati programozási modell kapcsolata a hagyományos tervmutatószám-rendszerrel 111
8.5. A számítástechnikai korlátok 112

III. RÉSZ: A BIZONYTALAN ADATOK KEZELÉSE 115

9. A műszaki és költségadatok megállapításának nehézségei 117
9.1. Az adatszolgáltatás szerkezete 117
9.2. Véletlen és tendenciózus becslési hibák 118
9.3. A becslés tárgyilagosságának elősegítése 124

10. Érzékenységi vizsgálatok — Paraméteres programozás 126
10.1. Számítássorozatok 126
10.2. Paraméteres programozás 127
10.3. Néhány gyakorlati példa 129
10.4. Az optimum „környéke" 132
10.5. Az érzékenységi vizsgálatok jelentősége 132

11. „Pesszimista" és „optimista" rangsorolások 134
11.1. A bizonytalan konzekvenciájú döntés problémája 134
11.2. A becslések „-tól-ig" formája 135
11.3. A műszálipari rangsorolások 136
11.4. Első szelekció 138
11.5. Az alternatívák biztonsági rangsorolása 139
11.6. Az eljárás hiányosságai 141

12. Biztonsági programozás (Társszerző: Lipták Tamás) 143

12.1. A tárgyalás áttekintése 143
12.2. A valószínűségszámítási módszerek alkalmazásának jogosultsága .. 143
12.3. Bizonytalanság és valószínűség 146
12.4. A biztonsági programozás modellje 148
12.5. A biztonsági programozás közgazdasági értelmezése 150

13. Biztonság és kockázatvállalás 153

13.1. A biztonsági stratégia grafikus ábrázolása 153
13.2. Gazdasági vezetők tipikus nézetei 154
13.3. A rizikó-averzió jogosultsága 157

14. Sztochasztikus számítások a gyakorlatban 161

14.1. Kiegészítő feltevések 161
14.2. A feladat leszűkítése 162
14.3. A fontosabb számítások 163
14.4. A tevékenységek koncentrációjának hatása 166
14.5. Egy metodikai észrevétel 168

15. Második összehasonlítás a hagyományos módszerekkel 170

IV. RÉSZ: KALKULATÍV ÉRTÉKELÉSEK 173

16. A kalkulatív árrendszer általános elszámolási elvei 175

16.1. Az elszámolási elvek szerepe 175
16.2. A kalkulatív ár általános képlete 175
16.3. A külkereskedelmi árak alkalmazásának köre 177
16.4. A ráfordítások dinamikájának kezelése 180
16.5. A tárgyalás további menete 182

17. A teljes termelési alapigény és a teljes bértartalom meghatározása 183

17.1. A feladat körvonalazása 183
17.2. A népgazdasági input-output-tábla felhasználása 183
17.3. Az input-output-táblákkal kapcsolatos egyszerűsítő feltevések 186
17.4. A részleges „visszagyűrűztetés" 189
17.5. A hagyományos „reálköltségszámítás" 190
17.6. A hivatalos beruházás-gazdaságossági metodika 193

18. Kísérletek a kalkulatív eszközlekötési tényező és bértényező meghatározására 194

18.1. Az elemzés feladata 194
18.2. Az aggregált népgazdasági termelési függvény 196
18.3. A racionális kalkulatív eszközlekötési tényező és bértarifa definíciója és létezésének lehetősége 199
18.4. Az eszközlekötési tényező és bértarifa arányáról 204
18.5. Első kísérlet: a „tőkepiac" megfigyelése 205
18.6. Második kísérlet: következtetés tervvariánsokból 208
18.7. Harmadik kísérlet: következtetés a nemzeti jövedelem elosztásából 209
18.8. Negyedik kísérlet: következtetés a népgazdaság növekedési ütemeből — A modell leírása 211

18.9. Negyedik kísérlet: következtetés a népgazdaság növekedési ütemé-
ből — A megállapítások 216
18.10. Ötödik kísérlet: statisztikai vizsgálat 218
18.11. Hatodik kísérlet: a kalkulatív értékelések meghatározása matematikai programozással 220
18.12. Elszámolási elvek 221
18.13. Általános következtetések 223
18.14. Érzékenységi vizsgálatok 224

19. Importanyagköltség — Külkereskedelmi árak 228

19.1. A probléma áttekintése 228
19.2. Mit tekintsünk külkereskedelmi árnak 229
19.3. Jellegzetes áralakulási tendenciák 230
19.4. Új cikkek áralakulása 231
19.5. A becslés támpontjai 240
19.6. Az indirekt importanyagköltségek 244

20. A kalkulatív devizaárfolyam 246

20.1. Egységes devizaárfolyam szükségessége 246
20.2. A devizaárfolyam közgazdasági tartalma 248
20.3. A devizaárfolyam meghatározása az input-output-tábla segítségével 249
20.4. A program devizaárfolyam-érzékenysége 251

21. Harmadik összehasonlítás a hagyományos módszerekkel 253

21.1. Eltérés az aktuális áraktól 253
21.2. A kalkulatív és az aktuális árak célszerű viszonya 256

V. RÉSZ: A NÉPGAZDASÁGI ÉS AZ ÁGAZATI PROGRAMOZÁS ÖSSZEKAPCSOLÁSA 261

22. A központi irányszám mint paraméter 263

22.1. Gyakorlati példák az iparági vizsgálatokból 263
22.2. Gazdasági „kísérletek" 268
22.3. Az ágazati programozások érzékenységi vizsgálatainak áttekintése 270

23. A népgazdasági terv javítása 274

23.1. Konzisztencia-vizsgálatok 274
23.2. Erőforrások átcsoportosítása két szektor között 274

24. A „kétszintű tervezés" népgazdasági modellje
(Társszerző: Lipták Tamás) 280

24.1. A tárgyalás áttekintése 280
24.2. A tervezés szokásos menetének imitációja 282
24.3. A központi modell 282
24.4. A primális szektormodell 284
24.5. A duális szektormodell 287
24.6. A programozás menete 289
24.7. Az algoritmus részletes leírása 291

24.8. A feladat játékelméleti értelmezése 297
24.9. A beruházások kezelése a modellben 299

25. A többszintű tervezés jövője 301
25.1. A kétszintű tervezési modell aspektusai 301
25.2. Az algoritmus számítástechnikai tulajdonságai 301
25.3. A programozási modellek „piramisszerű" hálózata 303
25.4. A többszintű tervezés, mint a gazdasági tervezés és irányítás szimulációja 304

26. Az árnyékárak 307
26.1. Az árnyékárak egalizálódása 307
26.2. Az árnyékárak optimalitásának relatív jellege 308
26.3. Az árnyékárak felhasználása a modellen kívül 308
26.4. Az eszközlekötési tényező és a kamatláb 310

27. Az optimum-kritérium 312
27.1. A gazdaságpolitikai célok szolgálata 312
27.2. „Súlyozás" és „abszolút feladat" 315
27.3. A tervezés menete és a modell 319
27.4. A gazdaságpolitikai feladatok „feszültsége" 320
27.5. A feladatok realitásának ellenőrzése 323
27.6. Efficiens programok 324
27.7. Kinyilvánít-e „preferenciákat" a gazdasági vezetés? 326
27.8. Gazdaságpolitikailag elfogadható programok 329
27.9. A célfüggvény, mint a többleteredmény alakítója 332
27.10. Érdemes-e programozni? 335

VI. RÉSZ: UTÓIRAT: ÚJABB TAPASZTALATOK A MATEMATIKAI TERVEZÉSBEN 337

28. Az első kísérleti többszintű népgazdasági programozás 339
28.1. Bevezetés 339
28.2. Változók 340
28.3. A korlátozó feltételek közgazdasági tartalma 342
28.4. A célfüggvények 345
28.5. A feltételi rendszer „szintjei" 345
28.6. A többszintű szerkezet kedvező vonásai 348
28.7. Modellrendszer 351
28.8. A számítási eredményekről 352
28.9. Árnyékárak és növekményhányadosok 357
28.10. A differenciális mutatók érzékenysége (a rubel/dollár-mutató példáján) 360
28.11. Az eszközlekötési tényezőről 362
28.12. Az árnyékárak az összevont programozási modellben 363

29. Az ötéves tervezés matematikai programozása — Áttekintés az 1969—1971. évekről 366
29.1. Az áttekintés felépítése 366
29.2. Ágazati programozások 367

29.3. Az ötéves terv természetbeni, értékbeni és pénzügyi folyamatainak programozási modellje — A „nagy modell" 370
29.4. A nagy modellel végzett számításokról 376
29.5. Többperiódusos programozás 380
29.6. Terv-makrofüggvények 386

30. Még egyszer a többszintű tervezésről 395

30.1. Fogalmi tisztázás 395
30.2. A dekompozíciós eljárások felhasználási és értelmezési lehetőségei 397
30.3. A többszintű tervezés fogalma 404
30.4. A tervutasításos mechanizmus komputerizálása 406
30.5. Árnyékárakkal szabályozott gazdaság 408
30.6. A többszintű modellrendszer helye a gazdaság összetett szabályozásában 409
30.7. „Computópia" vagy a racionalitás szerény kiterjesztése? 412

FÜGGELÉKEK 415

A. A konkáv minimalizálási feladat megközelítése 415

A.1. A feladat körvonalazása 415
A.2. A „véletlen út" módszere 416
A.3. A célfüggvény „görbítése" 416

B. A műszálipari programozás anyagából 419

B.1. Példa a világpiaci áralakulás előrebecslésére 419
B.2. Korrelációs becslések 422
B.3. A sztochasztikus költségfüggvény várható értéke és szórása 422

C. A tevékenységek koncentrációjának, illetve szétaprózásának hatása (Írta: Lipták Tamás) 426

D. Kamatos kamatozáson alapuló formák 428

D.1. Az eszközlekötési járulék formulája 428
D.2. A beruházási költség felkamatozása 428
D.3. Diszkontált költségösszeg 429
D.4. A kamatoskamat-képletekben alkalmazott kamatláb 430

E. Az eszközlekötési tényezővel kapcsolatos megállapítások bizonyítása (Írta: Wellisch Péter) 433

F. A makroökonómiai növekedési folyamatok statisztikai vizsgálata (Társszerző: Wellisch Péter) 436

F.1. A vizsgálat célja 436
F.2. A nemzeti jövedelem, a termelési alap és a létszám növekedése 436
F.3. Fontosabb termelési viszonyszámok 440
F.4. A nemzeti jövedelem felhasználásával kapcsolatos idősorok 441
F.5. Regressziószámítások 443
F.6. A termelési függvény paramétereinek meghatározásáról 448

G. Az eszközlekötési járulékról folyó vita áttekintése 451

G.1. Az áttekintés jellegéről 451
G.2. A nemzeti jövedelem termeléséhez kapcsolódó nézetek 451
G.3. A nemzeti jövedelem elosztásához kapcsolódó nézetek 454
G.4. Elosztás és optimalitás 455
G.5. A vita egyéb kérdései 456

H. A „kétszintű tervezés" általános matematikai modellje: „kétszintű programozás" (Írta: Lipták Tamás) 458

H.1. Bevezetés 458
H.2. A teljes központi információs feladat 459
H.3. Szektorbontás 459
H.4. Értékelhető központi programok 460
H.5. Generátorhalmazok 461
H.6. Kétszintű feladat 463
H.7. Poliedrikus játék 464
H.8. Regularitás 467
H.9. Fiktív lejátszás 468
H.10. Az iteráció leállítása: δ-optimális megoldás 470
H.11. Az árnyékárak „egalizálódása" 470
H.12. Egy általános felbontási és beágyazási technika 471

I. Tervjavítási eljárás 473

J. A népgazdasági programozás keretében végzett „tőke—munka" vizsgálat és a termelési elmélet kapcsolatáról 479

J.1. Hasonlóságok és eltérések 479
J.2. Termelési függvények meghatározása 482

Irodalomjegyzék 485

Táblázatok jegyzéke 498

Névmutató 501

Tárgymutató 505

Előszó a második kiadáshoz

„Aki nem mond ellent önmagának,
attól többé semmit sem olvasnak."
Friedrich Dürrenmatt: Arckép helyett

Könyvem első kiadásának megírása óta nyolc év telt el. Azóta sok tapasztalat halmozódott fel a magyarországi matematikai tervezésben. Sok minden megváltozott abban a gazdasági környezetben is, amelyben a matematikai tervezés működik. Hogy csak a legfontosabb változást említsem: 1968-ban mélyreható reformot hajtottak végre a gazdaságirányításban.

Amikor a könyv kiadójától megbízást kaptam, hogy készítsem elő munkám második kiadását, kísértést éreztem, hogy a könyvet mai szemmel, az első fejezettől az utolsóig átdolgozzam. Végül azonban elvetettem ezt a lehetőséget. Attól tartottam ugyanis, hogy ily módon felemás mű születne. Nem lenne köze a régihez, amelynek megjelentetését a kiadó újból elhatározta. Nem lenne azonban igazán új könyv sem, hiszen megfogalmazását túlságosan korlátozná a régi mű felépítése. Végül is a következő megoldást választottam:

Alapjában véve eredeti formájában újra közzé teszem a könyv első kiadásának szövegét. Csupán kisebb javításokat végeztem rajta: helyreigazítottam a sajtóhibákat, apróbb tévedéseket, terminológiai pontatlanságokat. Beiktattam az új magyar kiadás szövegébe azokat a kisebb kiegészítéseket, amelyek már korábban, a könyv idegen nyelvű kiadásaiban szerepeltek.

Ugyanakkor betoldok egy új részt, a 28—30. fejezetekből álló „utóiratot", világossá téve az olvasó számára, hogy ez nyolc évvel később íródott, mint a könyv többi része. Ezenkívül a könyv több helyére írtam új lábjegyzeteket, amelyeket az különböztet meg az első kiadás lábjegyzeteitől, hogy nem szám, hanem csillag utal rájuk a szövegben.

Az „utóiratnak" és az új lábjegyzeteknek kettős feladatuk van. Egyrészt röviden beszámolok azokról a kutatásokról, amelyeket a régi könyvben ismertetett vizsgálatok folytatásaképpen az elmúlt nyolc évben végeztek el. Másrészt néhány helyen visszapillantok az első kiadás nyolc évvel ezelőtt megfogalmazott gondolataira. Megkíséreltem átgondolni, hogy mi az, amit ma is helyesnek tartok korábbi fejtegetéseimben, és miben változott meg álláspontom. Hogyan állták meg helyüket a gyakorlatban az akkor kifejtett elgondolások? Mi terjedt el és mi az, ami csak papíron maradt? Az utóbbi esetben: az elmélet volt-e hibás vagy a gyakorlat, amely nem követte az elmélet helyes tanácsát? A *Dürrenmatt* mottó jegyében jó néhány kérdésben ellentmondok önmagamnak. Az olvasóra vár annak megítélése, hogy ezek után érdemes-e elolvasni a könyvet.

A könyv Irodalomjegyzékét, Név- és Tárgymutatóját értelemszerűen kiegészítettem az új betoldásokra vonatkozó utalásokkal.

Köszönetet mondok *Martos Bélának*, *Rimler Juditnak* és *Farkas Katalinnak* (Közgazdaságtudományi Intézet), *Drecin Józsefnek* és *Szabó Lászlónak*

(Országos Tervhivatal), *Báger Gusztávnak*, *Dániel Zsuzsának* és *Jónás Annának* (Tervgazdasági Intézet), akik átnézték a könyv új részét, és értékes tanácsokat adtak végleges megfogalmazásához, valamint *Szabó Juditnak* és *Zimányi Gyulánénak*, akik segítségemre voltak az új kiadás megszerkesztésében.

Budapest, 1972 augusztus

Kornai János

Előszó az első kiadáshoz

A szocialista gazdaságban folyó sokoldalú tervezőmunka egyik legfontosabb része: a távlati tervezés. Az ötéves tervek — s újabban a még hosszabb időre szóló, 15—20 éves tervek — alakítják ki a gazdaság alapvető arányait; ezek határozzák meg, hogy melyek legyenek a gazdaság vezető, leggyorsabban fejlődő ágazatai; milyen irányba haladjon a műszaki fejlesztés; milyen célokra használják fel a nemzeti jövedelem beruházásra szánt részét. Bár a rövidlejáratú „apró" döntések ezrei is lehetnek kedvezőbbek vagy kevésbé előnyösek, a választás lehetősége ezeknél már eleve korlátozott. A döntésnek szükségképpen azokon a kereteken belül kell maradnia, amelyeket a hosszúlejáratú tervek alakítottak ki; a választás csupán annak az adott állóeszköz-állománynak különféle hasznosítási lehetőségeire korlátozódhat, amelyeket a távlati tervekben előírt beruházások hoztak létre.

A szocialista országokban, köztük hazánkban is, évek óta sokan kutatják a távlati tervezés új, célravezetőbb módszereit. A távlati tervek jobb megalapozására kialakult például a beruházások gazdaságossági számításának a gyakorlatban alkalmazott, hivatalosan előírt módszertana. A jelenlegi módszerek azonban még nem elégségesek; számos hivatalos dokumentum hívta fel a figyelmet e módszerek továbbfejlesztésének fontosságára, Magyarországon és a többi szocialista országban egyaránt.

Könyvemmel, amely mintegy hat év kutató munkájának eredményeit foglalja össze, a távlati tervezés megjavítására irányuló törekvésekhez szeretnék hozzájárulni. A könyv tárgya: *a távlati tervezés módszereinek továbbfejlesztése a modern matematikai és számítástechnikai eszközök igénybevételével.*

Vizsgálataimat 1958-ban kezdtem meg a Könnyűipari Minisztérium megbízásából, s e munka eredményeképpen dolgoztuk ki a pamutszövőipar második ötéves beruházási tervét lineáris programozással. Magyarországon ez volt az első kísérlet arra, hogy matematikai módszerrel, elektronikus számológép segítségével határozzuk meg egy egész iparág távlati beruházási tervét.

Azóta két újabb, egész iparágra kiterjedő vizsgálat fejeződött be: a Nehézipari Minisztérium megbízásából nem lineáris programozás segítségével dolgoztuk ki a magyar műszálgyártás fejlesztésének tizenötéves tervét, majd lineáris programozással a bauxit-alumíniumipar tízéves tervét.

Az iparági programozások első, kedvező tapasztalatai alapján kutatásunk kiszélesedett: az Országos Tervhivatal megbízásából matematikai modellt dolgoztunk ki a hosszúlejáratú népgazdasági tervezés céljaira. Ez a munka még nem fejeződött be; most folynak az első kísérleti számítások.

Könyvem ezeknek a kutatásoknak a tapasztalatait dolgozza fel.[1] A hangsúly azonban nem a speciális pamutipari vagy vegyipari tanulságok leszűrésén van, hanem e vizsgálatok általános módszertanának kifejtésén. E kutatásokban ugyanis már kezdettől fogva összefonódott két cél. A közvetlen cél: gyakorlati segítséget nyújtani a napirenden levő tervezési feladatok elvégzéséhez, a megbízó állami intézményeknek. A távolabbi cél: olyan módszerekhez jutni, amelyek szélesebb körben, rendszeresen alkalmazhatók.

A közgazdaságtudomány a kutatások rendkívül széles területét, a résztudományok igen sok ágát foglalja magában. Igyekszem röviden körvonalazni, hogy munkám a közgazdaságtudományi kutatások melyik szférájába sorolható.

Mint minden tudománynak, a közgazdaságtudománynak is alapvető feladata, hogy leírja, rendszerezze, osztályozza a valóság jelenségeit, s ezek alapján feltárja a lényeges összefüggéseket, szükségszerűségeket, törvényeket. (Tudományos törvényen itt a valóságban *szükségképpen* érvényesülő lényeges tendenciákat, összefüggéseket értjük.)

A közgazdaságtudománynak van azonban egy másik fontos feladata is: támpontokat adni a gazdaságos, racionális gyakorlati cselekvéshez. Válaszolnia kell arra a kérdésre: hogyan kell kedvezően elosztani, felhasználni a termelőerőket, hogyan kell célszerűen gazdálkodni a korlátozott mennyiségben rendelkezésre álló gazdasági erőforrásokkal, hogyan kell az erőforrások legkedvezőbb kombinációjával a legnagyobb gazdasági eredményt elérni. A közgazdaságtudomány egyik alapvető fontosságú feladata: *a gazdaságos cselekvés tudományos vizsgálata*.[2]

A gazdaságos cselekvés elveire vonatkozó elméleti megállapítások nem tekinthetők tudományos *törvényeknek* (ezek nem *szükségképpen* megvalósuló tendenciák, amelyek érvényesülése a valóságban megfigyelhető). *Ezek feltételes ajánlások:* ha a gazdálkodó, döntésthozó személynek vagy intézménynek ez és ez a célja, úgy tegye ezt és ezt — annak érdekében, hogy célját minél inkább elérje.

A gazdaságos cselekvés tudományos vizsgálatakor a tudománynak a valóság elemzésében, a törvények feltárásában elért eredményeire támaszkodunk, hiszen a gazdasági élet nem légüres térben, hanem egy valóságos társadalmi-gazdasági rendszerben folyik, s a gazdaságos cselekvésre vonatkozó

[1] 1962-ben jelent meg „A beruházások matematikai programozása" c. könyvem. (Lásd [76].) Ez az 1958—61. évi kutatások tapasztalatait foglalta össze. Jelen könyv felhasználja a korábbiban már közölt eredményeket, de az akkori megállapításokat kiegészíti, s részben korrigálja az azóta eltelt három év tapasztalatai alapján. Ennek megfelelően jóval szélesebb problémakört fog át, s messzebbre megy egyes általános elvi és módszertani kérdések taglalásában.

A szögletes zárójelben levő számok az irodalomjegyzékben szereplő bibliográfiai adatok sorszámára utalnak.

[2] A termelés „racionalizálása", az erőforrások leggazdaságosabb, legkedvezőbb kombinációjának keresése együtt fejlődött ki a tőkés gazdasággal. Az üzemen belüli szervezettség rendkívül magas fokra emelkedik a kapitalizmus termelési viszonyai közepette.

A termelőerők hatalmas méretű növekedése napirendre tűzi, hogy össztársadalmi méretekben is érvényesíteni kell a gazdaságosságot, a racionalitást, a szervezettséget, a tervszerűséget. Erre — az össztársadalmi *racionalitás* és *gazdaságosság* jelentőségére utalnak *Marx* ismert szavai: „... a társadalmasult ember, a társult termelők ésszerűen szabályozzák, közös ellenőrzésük alá vetik a természettel való anyagcseréjüket, ahelyett, hogy az mint vak hatalom uralkodna rajtuk, ezt az anyagcserét a legkisebb erő felhasználásával, az emberi természethez legméltóbb és ennek legmegfelelőbb feltételek mellett hajtják végre." (Lásd a Tőke III. kötetét [121], 873. old.)

ajánlások csak akkor használhatók, ha megvalósíthatók, azaz, ha számoltak a reális lehetőségekkel, szükségképpen érvényesülő tendenciákkal. A közgazdaságtudomány valóságelemző, törvényfeltáró kutatásai, illetve a gazdaságos cselekvés elveit tisztázó munkája közé azonban — bármily fontos a kapcsolatuk — mégsem tehetünk egyenlőségjelet, hiszen a gazdaság jelenségeinek kétféle megközelítéséről van szó.

Újabban elterjedt a szocialista országok közgazdászai között, elsősorban *Lange* nyomán, a p r a x e o l ó g i a elnevezés.[3] Praxeológiának nevezik a gazdaságos, racionális cselekvés elveivel foglalkozó tudományt.[4] Vizsgálati körébe olyan kérdések tartoznak, mint a döntés, a választás korlátai, a cél és eszköz, az eredmény és a ráfordítás viszonya, a hatékonyság, az optimalitás stb.

A praxeológia elnevezés nem általánosan elfogadott (vitatható, hogy a név szerencsés-e). Mindenesetre alkalmas annak jelzésére, hogy olyan vizsgálati iránnyal van dolgunk, amely tulajdonképpen nem is csupán a közgazdaságtudománynak egy része, hanem — bizonyos összefüggéseiben — túllép a gazdasági jelenségek körén, s általában a gazdaságos, ésszerű emberi cselekvéssel foglalkozik; a gazdaságosság olyan elveivel (s a gazdaságossági számítások olyan módszereivel), amely más szférákban — az igazgatásban, az ügyvitelben, a hadviselésben stb. — is használhatók.

Természetesen az emberi cselekvéssel foglalkozó tudományoknak — a közgazdaságtudománynak, a szociológiának, a haditudománynak — mindig volt „praxeológiai" nézőpontja: a kutatók rendszerint gyakorlati ajánlásokat is adtak a gazdaságos, racionális cselekvéshez. Az új jelenség ezzel kapcsolatban: a *kvantifikálás*, a gazdaságos cselekvés általános elveinek egzakt matematikai megformulázása, gazdasági számítások végrehajtása a modern számítástechnika igénybevételével.

E törekvések jegyében alakultak ki az elmúlt évtizedekben a tudományos kutatás olyan szférái, mint a *döntéselmélet*, az *„activity analysis"* (tevékenységelemzés), az *operációkutatás*, a *„management science"* (vezetéstudomány). Részben ide sorolható a *kibernetika* (legalábbis amennyiben társadalmi szervezetek szabályozási és információáramlási problémáival foglalkozik). E kutatási irányzatok, tudományágak, áramlatok kezdeményezői, vezető képviselői rendszerint nem minősítik saját tevékenységüket valamilyen nagyobb egész (mondjuk a „praxeológia") részének. Maguk az elnevezések is a cselekvés egyik vagy másik mozzanatát emelik ki (döntés, tevékenység, művelet, vezetés, szabályozás stb.). Ma még a különböző említett tudományos áramlatok, kutatási ágak más-más néven dolgoznak annak a tudománynak a *fejezetein*, részeredményein, amelynek összefoglaló rendszere még nem készült el, amelynek kör-

[3] Könyvemben a speciális értelemben használt fogalmakat definíciójuk, első magyarázatuk helyén r i t k í t o t t betűkkel emelem ki. Ez többnyire első előfordulásukkor történik; egyes esetekben azonban célszerűbb a részletes magyarázatra csak a későbbi tárgyalás helyén sort keríteni.

A speciális értelemben használt fogalmakról áttekintést ad a Tárgymutató.

E fogalmak nagy része általánosan használatos, vagy a matematikai programozás, vagy a szocialista tervezés irodalmában; kisebb részük saját fejtegetéseim céljaira konstruált fogalom.

[4] A „praxeológia" elnevezés hosszabb múltra tekinthet vissza. *Lange, O.* ezzel kapcsolatos fejtegetéseiben főképpen *Kotarbinszki, T.* lengyel filozófus munkáira támaszkodott.

Az itt kifejtett gondolatokhoz sokat merítettem *Lange* művéből. (Lásd [97], 5. fejezet.)

vonalai azonban (bár egyelőre még nem nagyon éles körvonalai) már kezdenek kirajzolódni.

Mindezeknek a kutatási irányoknak az együttese (vagy úgy is mondhatnánk: a praxeológia) nem lép egyetlen eddigi hagyományos tudomány *helyébe*. Ez, úgy hiszem, egyfelől önálló alaptudomány, amelynek megvan a maga világosan definiálható tárgyköre, s jellegzetes vizsgálati módszere. Másfelől — egyéb alaptudományokhoz, pl. a matematikához és a statisztikához hasonlóan — segédtudománya más tudományoknak, mindenekelőtt a közgazdaságtudománynak.

Az új tudományos irányzatok e rövid áttekintése módot ad most már saját munkálataim besorolására. Munkám *„praxeológiai" jellegű:* gazdaságossági számításokkal, a termelőerők, a korlátozott mennyiségben rendelkezésre álló gazdasági erőforrások célszerű, racionális elosztásával, hasznosításával foglalkozik.

A szocialista gazdaságban igen fontos elemezni a társadalmi-termelési viszonyokat. Saját munkám azonban nem vállalkozik erre. Kutatásaimat arra korlátoztam: *az adott termelési viszonyok mellett* milyen tervezési módszereket alkalmazzunk, milyen gazdasági számításokat végezzünk, hogy a termelőerők elosztása és felhasználása kedvező legyen.

Kutatásaim általános irányának felvázolása után szeretném pontosabban körülhatárolni vizsgálataim tárgykörét; főleg annak jelzésére: mivel *nem* foglalkozom ebben a munkában.

1. Kizárólag a szocialista tervgazdaság távlati tervezésével foglalkozom. Mindig a *magyarországi* tervgazdaság *jelenlegi* adottságaiból indulok ki (bár szeretném remélni, hogy ennek kapcsán néhány szélesebben hasznosítható eredményhez is jutottam).

2. Könyvemben a termelés és a külkereskedelem szerkezetére vonatkozó előirányzatokkal foglalkozom: mit célszerű termelni, mennyit s milyen technikával, milyen ráfordításokkal, milyen erőforrás-kombinációval; milyen beruházásokat kívánatos végrehajtani; miből mennyit és hová érdemes exportálni, miből mennyit és honnan kellene importálni. Azokat az elhatározásokat, amelyek a felsorolt kérdésekre felelnek, szerkezeti döntéseknek nevezem.

A távlati tervezés nemcsak e kérdésekre felel, hanem kiterjed egyrészt a gazdasági tevékenység *időbeli* sorrendjének, ütemezésének, másrészt *térbeli* helyének meghatározására is. Könyvemben azonban — egy-két fejezettől eltekintve — nem vizsgálom a gazdasági tevékenységek dinamikájának tervezését, s egyáltalán nem érintem a regionális tervezést.

3. Megengedett és sokszor célravezető megközelítés az „ideális" tervezési módszerek keresése (pl. milyen az eszményi tervmutatószám-rendszer, az eszményi árrendszer stb.). Munkámban nem törekszem erre. Kizárólag azt vizsgálom, hogy Magyarországon most és a legközelebbi években, az adott feltételek mellett (ideértve a statisztikai lehetőségeket, a számítástechnikai kapacitásokat, a személyi adottságokat stb.), hogyan lehet javítani a tervezés módszereit. Javaslataim ily módon számos engedményt tartalmaznak az „eszményi" módszerekhez képest — a megvalósíthatóság érdekében. Sokszor tudatosan lemondtam az elméletileg „elegánsabb" megközelítéstől, ha úgy láttam: a módszer a gyakorlatban kivihetetlen, s inkább a szimplább — de reálisabb — megoldást választottam. A kidolgozott módszerekkel szemben csupán azt az igényt támasztottam, hogy legalább egy fokozattal jobbak legyenek az eddigieknél.

A leírt módszereknek úgy gondolom, az adhat némi hitelt, hogy nagy részüket magunk is kipróbáltuk, kedvező eredményekkel — vagy kipróbálásuk éppen folyamatban van. A tapasztalatok alapján úgy véljük, hogy az eljárások akár a közeli jövőben általánossá válhatnak.

4. Kutatásaim jellegéből következik, hogy a *leírást* nem tekintettem főfeladatomnak. Mégis szükséges, hogy a tervezésnek a gyakorlatban alkalmazott módszereit a könyv egyes helyein legalább röviden vázoljam, s a matematikai módszerekkel összehasonlítsam. A leírás azonban a teljesség igénye nélkül történik.

Némi áttekintést szeretnék adni egyúttal arról is, hogy hol tart jelenleg a matematikai módszerek „beépülése" a tervezés tényleges menetébe; melyek a továbbhaladás tipikus nehézségei. A könyv leíró részéhez tartoznak a matematikai módszerek magyarországi alkalmazásának első tapasztalatairól adott beszámolók is.

5. Könyvem nem elmélettörténeti jellegű. Fontos és érdekes feladat lenne a távlati tervezés elméleti irodalmának áttekintése, értékelése, bírálata. Erre azonban nem vállalkozhattam; rendszerint csupán arra szorítkozom, hogy — amennyiben más szerzők megállapításait felhasználom — hivatkozzam rájuk. (Ez alól egyetlen kivétel lesz: az egyik függelékben röviden áttekintem és értékelem a kalkulatív eszközlekötési járulékkal kapcsolatos újabb vitát.)

6. A szerző nem matematikus. Nem törekedtem arra, hogy matematikai szempontból érjek el tudományos eredményeket. Ha kollektív kutatásainkból matematikai szempontból is figyelemre méltó eredmények származtak, úgy ez a résztvevő matematikusoknak köszönhető — és annak, hogy a matematikát is, mint minden tudományt, előreviszik a gyakorlat által feltett kérdések.

Munkám nem tanít matematikára; a felhasznált matematikai tételeket, számítási eljárásokat nem ismertetem, csupán a megfelelő szakirodalomra utalok. Egyes matematikai vonatkozások részletesebb kifejtése — pl. megállapítások matematikai bizonyítása, számítástechnikai eljárások részletesebb leírása stb. — azonban nélkülözhetetlen volt. Ezeket a könyv függeléke közli. A könyv nem igényel túl sok matematikai előképzettséget az olvasótól: némi tájékozottságot a vektorokkal, mátrixokkal végzett műveletekben, a lineáris algebra, az analízis és a valószínűségszámítás elemi fogalmaiban. Munkámmal a közgazdászoknak, a tervezőknek a közgazdasági problémák matematikai megformulázásában, matematikai modellek szerkesztésében szeretnék segíteni. Úgy is mondhatnók: „a matematikai gondolkodásmód" elsajátításában; abban, hogy egzaktan megfogalmazott definíciókból és feltevésekből elindulva vezessék le megállapításaikat.

A matematikát alkalmazó közgazdász mellett munkám az érdeklődő matematikusnak is szól, aki hasonló problémákkal kerül szembe, amikor felvázolja a gazdasági élet reális, a matematika közreműködésével ábrázolható és elemezhető összefüggéseit.

7. Végül még egy-két szó a könyv szerkezetéről. Arra törekedtem, hogy az egyszerűbbtől haladjak a bonyolultabb felé. A könyv elején az olvasó egyszerűbb közgazdasági problémákkal, kevesebb matematikai nehézséggel, könnyen áttekinthető modellekkel találkozik, s fokozatosan térünk majd át az összetettebb kérdések vizsgálatára.

A könyvhöz egész sor függelék kapcsolódik: matematikai és számítástechnikai jellegű fejtegetések, statisztikai adatösszeállítások, egy-egy problémával

kapcsolatos szakirodalom áttekintése stb. Általában olyan anyagokat csoportosítottam ide, amelyek jellege elüt a könyv általános, fő vonásaitól; illetve amelyek tárgyalása megszakítaná a mű egységes gondolatmenetét. Az olvasó a függelékek áttanulmányozása nélkül is kellő áttekintést kap a könyv fő mondanivalójáról; a függelékek tehát inkább a speciális kérdések iránt érdeklődő olvasóknak szólnak.

* * *

Vizsgálatainkban elméleti közgazdászok, a vizsgált iparág gyakorlati tervezői, üzemgazdászai, mérnökei, külkereskedelmi szakértői, továbbá statisztikusok, matematikusok és számítástechnikusok dolgoztak együtt. Korunk tudományának egyik jellegzetessége a különböző szakmák művelőinek együttes erőfeszítése közös kutatásokban. Ilyenkor nem egyszerűen összetevődik, hanem meghatványozódik valamennyiük szellemi teljesítménye azokban a termékeny eszmecserékben, amelyeket a résztvevők más-más szakismerete, látásmódja élénkít.

Nehéz elhatárolni, mi az egyén része a kollektív kutatás eredményében. Mindenesetre arra törekedtem, hogy könyvemben azt ismertessem, ami egyéni hozzájárulásom volt a közös munkához. Minthogy a korábban már említett három vizsgálatot én vezettem, főképpen rámhárult a módszertani elvi megalapozás, a modellek általános közgazdasági megformulázása.

Természetesen elkerülhetetlen, hogy a könyv egyes helyein tükröződjenek a kutatócsoportok más tagjainak gondolatai is. Ilyen esetekben lehetőleg hivatkozom erre. Szeretnék ezen a helyen is köszönetet mondani mindazoknak, akik a könyv alapjául szolgáló három kutatásban közreműködtek, s azoknak is, akik munkámat más formában segítették.

Mindenekelőtt matematikus munkatársaim, *Lipták Tamás* (ÉM Számgép) és *Wellisch Péter* (Textilipari Kutató Intézet) közreműködését kell kiemelnem. Alkotó részvételük nélkül kutatásaim nem vezettek volna eredményre. Segítségemre voltak egyes összefüggések matematikai megformulázásában, numerikus számítások elvégzésében; a kéziratot átnézve számos értékes tanácsot adtak, s egyes fejezetek megírásánál *társszerzőként*, illetve *szerzőként* működtek közre.

Nagyon sokat köszönhetek *Martos Bélának* (MTA Közgazdaságtudományi Intézet) és *dr. Augustinovics Máriának* (Országos Tervhivatal), akik a kéziratot teljes egészében átnézték és számos hasznos tanácsot adtak annak javításához. A munka különböző fázisaiban, az egyes részkutatásokról készült beszámolókhoz, a könyv korábbi és jelenlegi változatához fűzött megjegyzéseivel sokat segített *dr. Bródy András* (MTA Közgazdaságtudományi Intézet), *dr. Cukor György* (MTA Közgazdaságtudományi Intézet), *dr. Nagy András* (Konjunktúra- és Piackutató Intézet), *dr. Nagy Tamás* (MTA Közgazdaságtudományi Intézet) és *Rimler Judit* (MTA Számítástechnikai Központ).

Végül megköszönöm azt a támogatást, amelyet a Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai Központja, amelynek munkatársa vagyok, nyújtott számomra, könyvem elkészítéséhez.

Budapest, 1965 január

Kornai János

Jelölések

A jelölések elvei

1. A könyv jelöléseinek rendszere igyekszik megkönnyíteni a szimbólumok *közgazdasági tartalmának* felismerését. Ezért az azonos vagy egymással rokon közgazdasági fogalmak lehetőleg a könyv minden helyén azonos vagy hasonló jelölést kapnak. Ugyanazon szimbólum így sem takarja mindig pontosan ugyanazt a fogalmat (pl. r_j egyszer az összes, másszor csupán az arányos üzemeltetési költségeket jelöli); a jelölések konkrét definícióit a könyv megfelelő helye közli. A jelölésjegyzék ilyen esetekben a „fogalomcsalád" (rövidítve: FCs) megjegyzéssel utal arra, hogy itt nem teljesen azonos, de egymással rokon közgazdasági fogalmak egész családjának közös matematikai szimbólumairól van szó.

Ugyancsak a szimbólum közgazdasági tartalmának könnyebb felismerését szolgálja, hogy egyes esetekben rövidítések szerepelnek megkülönböztető indexként (pl. „nat" a naturális mértékegységben mért adatra, „$" a dollárban mért adatra stb.).

2. A jelölésrendszer lehetőleg követi a matematikai, s a matematikai-közgazdasági irodalomban már erősebb gyökereket vert jelölési konvenciókat.

A fenti két törekvés részben ellentmond egymásnak. Ezért egyes esetekben elkerülhetetlen volt, hogy több, közgazdaságilag egymástól idegen fogalmat jelöljünk ugyanazzal a szimbólummal. Egy-egy fejezeten belül azonban erre sehol sem kerül sor.

A tisztán matematikai jellegű H. függelék jelölési rendszere némileg eltér a könyv többi részének most ismertetésre kerülő jelöléseitől.

Általános jelölések

Vektorok és mátrixok. A dőlt latin betűk, valamint a görög betűk skalárt jelölnek. A vastagon szedett kisbetű vektort jelent. Megkülönböztető jel nélküli vektoron mindig oszlopvektort értünk; sorvektoron a megfelelő oszlopvektor transzponáltját értjük, s az eredeti szimbólum mellé tett vesszővel jelöljük. (Pl. a $\mathbf{q}$ oszlopvektor transzponáltja a $\mathbf{q}'$ sorvektor.) A vastagon szedett nagybetű (pl. **A**) mátrixot jelent. A főbb jelölések alábbi jegyzéke csupán a vektorok (ill. mátrixok) általános komponensét (ill. általános elemét) közli. Ez dőlt kisbetű; a megfelelő vektor, ill. mátrix minden esetben *ugyanaz* a betű (kis-, ill. nagybetű) vastagon szedve.

Valószínűségi változók. A valószínűségi változókat *írott* betűvel, a valószínűségi változó várható értékét ugyanannak a betűnek a *nyomtatott* típusával jelöljük. A változó szórásának jelölése σ, megkülönböztetésül indexbe tesszük a várható érték szimbólumát. (Pl. $\mathcal{Q}_j$, Q_j, σ_{Q_j}.) A főbb jelölések alábbi jegyzéke csupán a valószínűségi változók várható értékének szimbólumait közli.

Halmazok. A halmazokat nagy *írott* betűvel jelöljük. (Pl. $\mathcal{F}$.) Mivel ugyanazon fejezetben nem szerepelnek halmazok és valószínűségi változók, a jelölésmód azonossága nem okozhat félreértést.

Alsó és felső határok. Ha egy változó két határ között mozoghat, úgy a változót jelölő szimbólum az alsó indexként szereplő 0-val megkülönböztetve az alsó határt, a felső indexként szereplő 0-val megkülönböztetve a felső határt jelzi. (Pl. $Z_0 \leqq Z \leqq Z^0$.)

Optimalitás. A szimbólum mellett felső indexként szereplő csillag az optimalitás jele. (Pl. x_j^*.)

Leontief-inverz. $\check{\mathbf{G}} = (\mathbf{E} - \mathbf{G})^{-1}$, ahol $\mathbf{G}$ a Leontief input-output modell négyzetes technológiai mátrixsza. Ugyanezzel a megkülönböztető jellel látjuk el a $\check{\mathbf{G}}$ mátrixszal való szorzás útján nyert nagyságokat (pl. $\check{\mathbf{u}}' = \mathbf{u}'\check{\mathbf{G}}$).

Főbb szimbólumok

a_{ij} = a j-edik változó együtthatója az i-edik korlátozó feltételben.
b_i = az i-edik korlátozó feltétel jobb oldalán szereplő korlát.
c_j, C_j, C = költség (FCs).
C_P = a $\mathcal{C}$ valószínűségi változó P-kvantilise.
d_i = extern kibocsátás az i-edik termékből (FCs).
D_{Rbl}, $D_{\$}$ = devizaárfolyam (rubel/forint; dollár/forint).
$\mathbf{E}$ = egységmátrix.
f_{ij} = output-koefficiens, a j-edik tevékenység egységére eső kibocsátás az i-edik termékből (FCs).
g_{ij} = anyaginput-koefficiens, a j-edik tevékenység egységére eső felhasználás az i-edik anyagból (FCs).
h_{ij} = erőforrásinput-koefficiens, a j-edik tevékenység egységére eső felhasználás az i-edik erőforrásból (FCs).
H_i = az i-edik kapacitáskorlát (FCs).
i = a kamatláb.
k = a technikai felszereltség.
K = a termelési alap volumene.
L = létszám.
m, M, n, N = változók, tevékenységek, feltételek száma (FCs).
p_j, P_j, P = beruházási költség, termelési alap igény (FCs).
P = biztonsági szint.
q_j, Q_j, Q = bérköltség (FCs).
r_j, R_j, R = üzemeltetési költség (FCs).
s_j, S_j, S = ár, bevétel, eredmény (FCs).
t = az idő, mint változó.
T = időperiódus hossza (FCs).
u_{ij} = a j-edik szektor felhasználása az i-edik extern ráfordításból (FCs).
v_{ij} = a j-edik tevékenység (bruttó) kibocsátása az i-edik termékből, kibocsátási feladat (FCs).
w_i, W = erőforráskeret, elsődleges ráfordítás (FCs).
w = aktuális, tényleges bértarifa.
x_j = a j-edik tevékenység terjedelme, program-komponens (FCs).
x = dokumentált tervszám.
y = a munka termelékenysége.

y = kisegítő tervszám.
Y = nemzeti jövedelem.
Y_K = a termelési alap differenciális hatékonysága.
Y_L = a létszám differenciális termelékenysége.
z_{ij} = az i-edik anyagból a j-edik felhasználónak juttatott anyagkeret (FCs).
α = felhalmozási hányad.
β = a nemzeti jövedelemnek a termelési alap szerinti elaszticitása a termelési függvényben.
γ = eszközlekötési tényező.
δ = a célfüggvényértéknek az optimálistól való megengedett eltérése.
ζ_i = az i-edik anyagkeret árnyékára.
η = a nemzeti jövedelemnek a létszám szerinti elaszticitása.
ϑ = biztonsági szint (nem sztochasztikus modellben).
Θ_P = biztonsági faktor P biztonsági szint mellett (sztochasztikus modellben).
$\varkappa_i$ = az i-edik ellátási feladat felső korlátjának árnyékára.
λ = a létszám növekedési rátája.
λ = a paraméteres programozás paramétere.
μ = a technikai színvonal minőségi paramétere a termelési függvényben.
ν_i = az i-edik ellátási feladat árnyékára.
π_j = a j-edik tevékenység beruházási költségeinek degressziós kitevője.
ϱ = a nemzeti jövedelem növekedési rátája.
σ = szórás.
σ_i = az i-edik speciális szektorfeltétel korlátjának árnyékára.
Φ = árnyékár.
Ψ_j = a j-edik tevékenység bérköltségeinek degressziós kitevője.
χ = a termelési alap hatékonysága.
ω = kalkulatív bértarifa; a létszámkeret árnyékára.
Ω = kalkulatív bértényező.

I. RÉSZ

Hagyományos módszerek és input-output-táblák

A matematikai módszerek alkalmazása a távlati tervezésben ma még Magyarországon abban a stádiumban van, amit a műszaki kutatásban „félüzemi kísérletnek" neveznek. Több már puszta papirostanulmánynál, több a „laboratóriumi kísérletnél", amelyet különleges, mesterségesen létrehozott körülmények között végeznek; már többször és eredményesen kipróbálták a gyakorlatban. Igazi „nagyüzemi alkalmazásra", tömeges és mindennapos használatra azonban még nem került sor. A távlati tervezés mindennapos munkájában használatos módszerek közül a legtöbb területen hiányzanak a magasabb matematika eszközei. A tervezésnek ezeket a pre-matematikai eljárásait a továbbiakban *hagyományos tervezési módszereknek* nevezem.

Bár általában nem elemzem részletesen a módszereket, időnként mégis szükséges a hagyományos és a matematikai módszerek összehasonlítása, a közöttük levő kapcsolatok kifejtése. E fejtegetések megkönnyítése végett szeretném bevezetőben röviden megvilágítani a hagyományos tervezési módszerek néhány jellegzetes vonását.

A távlati tervezésnek nincsenek megmerevedett módszerei. Tervről tervre alakul a metodika, s egy időszakon belül sem teljesen azonos a különböző népgazdasági ágakban, iparágakban. Mégis, van néhány kiemelkedően fontos eleme, amely, legalábbis fő vonásaiban, állandónak tekinthető. A most következő fejezetekben főképpen ezeket igyekszem leírni.

Az 1. fejezet a távlati terv hagyományos mutatószámrendszerét, s ezen belül is elsősorban az ún. mérlegrendszert ismerteti.

A 2. fejezetben a hagyományos beruházás-gazdaságossági számításokról lesz szó.

A 3. fejezet az input-output-táblákkal foglalkozik. Alkalmazásuk néhány éve kezdődött meg Magyarországon. Az input-output-táblák nem tekinthetők „hagyományos" módszernek, hiszen ezek a tervezésnek matematikai eszközei (bár a legegyszerűbb, legelemibb eszközei). Minthogy azonban könyvemnek egy magasabb fokú tervezési módszer — a matematikai programozás — a szűkebb tárgya, célszerűnek látszik már az

I. részben tárgyalni a megelőző fokozatot, az input-output-táblákat. Ezek ugyanis — akárcsak az 1. és 2. fejezetben leírt módszerek — történelmileg *megelőzik* a programozást, s így hozzátartoznak ahhoz a „környezethez", amelyben a programozási modellek első ízben megjelennek. Az I. részben indokolt tárgyalásuk azért is, mert a későbbi részekben a matematikai programozási modellek számos szállal kapcsolódnak az input-output-táblákhoz.

Végül a 4. fejezetben azt a kérdést érintjük: mi a hagyományos és a matematikai tervezés viszonya.

1. A hagyományos tervmutatószám-rendszer

1.1. A tervmutatószámok fontosabb csoportjai

Kiindulásként ismerkedjünk meg a hagyományos távlati tervezés népgazdasági szintű mutatószámrendszerével, e mutatószámrendszer néhány vonásával. (A távlati tervezés kifejezés itt gyűjtőfogalomként szerepel, amely magában foglalja a középtávú, ötéves és a hosszútávú, tizenöt-húszéves tervek kidolgozását.)

Az ismertetés során gyakran használom majd ezt a szót: mérleg. A mérleg valamely erőforrás, termék, vagy termék-aggregátum áramlását veszi számba, egy adott időszakra, mégpedig szembeállítva az összes forrást és az összes felhasználást. A szocialista tervezés egyik központi problémája: valamennyi mérleg egyensúlyának biztosítása. Matematikai szempontból tehát minden mérleg egyszerű egyenlőség:

$$\sum_i R_i = \sum_j U_j, \tag{1.1}$$

ahol R_i=az i-edik forrás, U_j=a j-edik felhasználás. A mérleg abszolút összegekben összegezi mind a forrásokat, mind a felhasználásokat.

A mutatószámok hét fő csoportba sorolhatók:

Az első csoport: a szintetikus mérlegek. Csupán a legjellegzetesebbeket említem:

— A bruttó társadalmi termék termelése és felhasználása. Mennyit termelnek a népgazdaság egyes ágazatai; ez hogyan oszlik meg termelő és végső felhasználásra, s az utóbbin belül mennyi kerül lakossági és közületi fogyasztásra, exportra, beruházásra és felújításra stb.

— A nemzeti jövedelem termelése és felhasználása. Mi az egyes népgazdasági ágazatok hozzájárulása a nemzeti jövedelemhez; hogyan oszlik meg a nemzeti jövedelem felhasználásra és fogyasztásra stb.

— Nemzetközi fizetési mérleg. Ehhez kapcsolódva a külkereskedelmi terv egyes szintetikus, összefoglaló előirányzatai.

— Az állami költségvetés összefoglaló előirányzatai, amelyek az állam pénzbevételeinek és kiadásainak mérlegét alkotják.

— A lakosság pénzbevételeinek és kiadásainak mérlege. Ezzel kapcsolatban elsősorban a lakosság vásárlóerejének és az árualapoknak egyensúlyát vizsgálják.

A tervmutatószámok *második csoportja:* a termékmérlegek. Ilyen mérleg készül a legfontosabb energiahordozókra, anyagokra, késztermékekre, gépekre, szállítási szolgáltatásokra. Most folyik az új, 1966—70-re szóló ötéves terv kidolgozása; ebben összesen 650—700 termékmérleget határoznak

meg. Azokat a termékeket, termékcsoportokat, amelyekre az Országos Tervhivatalban mérleg készül, *mérleges termékeknek* nevezik. (Az Országos Tervhivatalt a továbbiakban OT-vel rövidítjük.) A mérleges termékek köre nem fogja át az egész társadalmi termelést. Rajzoljuk fel a termékmérlegrendszer sémáját. (Lásd az 1.1. táblázatot.)

A mérleg sorai: egy-egy *termék* forrásai és felhasználásai. A „termék" fogalma néha valóban egyetlen specifikus terméket jelent: pl. villamos energiát. Gyakoribb azonban, hogy egy egész termékcsoportot, sokféle konkrét gyártmányból képzett aggregátumot jelöl. Pl. szivattyúk mérlege, cement mérleg — amelyek nyilván sokféle szivattyútípust, sok cementfajtát összesítenek egy-egy mérlegben.

A mérleget, ahol ez csak értelmezhető, természetes mértékegységben adják meg (pl. villamos energia kWórában, cement tonnában, ipari fa köbméterben). Ahol ilyen mértékegység alkalmazása nem értelmezhető (pl. általában a gépeknél), ott a mérleget folyó árakon határozzák meg. De a természetes mértékegységben mért mérlegek egy részét párhuzamosan kidolgozzák forintban is. Így tehát táblázatunkban, amelyet szemléltettem, több sor van, mint termék.

Az oszlopok élén a címzettek állnak: 1. címzett, 2. címzett, ..., N-edik címzett. A tervezők nyelvén *címzetteknek* nevezik a gazdálkodás egyes főhatóságait, elsősorban a gazdasági élet egy-egy szféráját igazgató minisztériumokat (pl. Építésügyi Minisztérium, Könnyűipari Minisztérium), valamint az ezekkel ebből a szempontból egyenjogú egyéb intézményeket (pl. a szövetkezeti kereskedelem központja, a szövetkezeti kisipar központja, a geológiai kutatások irányítószerve). A kormány ezeknek a főhatóságoknak „címezi" a tervutasításokat; a főhatóság vezetője személyében felelős a kormányhatározatok végrehajtásáért. A szocialista tervezés egyik alapelve a tervutasításoknak ez a „címzett" jellege. Ez logikusan következik abból, hogy a tervek nem csupán a jövő prognózisát adják, hanem a kormányhatározatok alapjául is szolgálnak. A termeléssel és a termelő felhasználással kapcsolatos előirányzatoknak a most kidolgozás alatt álló tervben mintegy 60—70 címzettjük van. Ez természetesen nem jelenti azt, hogy ténylegesen 60—70 minisztérium vagy azzal egyenrangú főhatóság létezne. A nagy szám azzal magyarázható, hogy a különböző mérlegekben más és más a címzettek tagolása. Pl. az egyik mérlegben egy egész minisztérium (mondjuk a Nehézipari Minisztérium) a címzett, a másik mérlegben annak csupán egy részlege (mondjuk a vegyipar). Az áttekintés kedvéért az 1.1. táblázat sémáját úgy szerkesztjük meg, hogy abban mind a 60—70 címzett külön oszlopot kapjon.

Tekintsük mérlegünkben pozitív előjelűnek a forrásokat, negatív előjelűnek a felhasználásokat. Vegyük pl. a feketeszén mérlegét. Ezt a „Nehézipari Minisztérium, bányászati részleg" elnevezésű címzett állítja elő, oszlopában tehát egy pozitív előjelű tétel szerepel. Minthogy az ország feketeszénből behozatalra szorul, pozitív tétel van a Külkereskedelmi Minisztérium oszlopában is. A szóbanforgó sor legtöbb oszlopában azonban negatív tétel szerepel. A készletváltozás oszlopban pozitív vagy negatív tételt találunk, aszerint, hogy csökkenést vagy növekedést terveznek-e.

A termékmérlegeket úgy szerkesztik meg, hogy azokban lehetőség szerint konkréten megjelenjék a fő felhasználók, fő fogyasztók igénye. A kis tételek felhasználását a mérleg nem tervezi meg konkréten, hanem csak összesítve, az „egyéb felhasználás" tételben. Pl. a lemez-mérlegekben a fő felhasználók között van a gépipar, az építőipar, a közlekedés. Ezért a címzettek oszlopaiban

A hagyományos tervmutatószám-rendszer specifikált mérlegeinek sémája

1.1. táblázat

		1. termelő címzett	...	*N*-edik termelő címzett	Külkereskedelmi Minisztérium			Belkereskedelem	Közületek	Beruházás és felújít.	Készletváltozás	Egyéb felhasználás
					1. piac	...	*R*-edik piac					
Termékmérlegek	*1.* termék mérlege											
	....											
	N-edik termék mérlege											
Beruházási mérlegek	Beruházási keret összesen											
	....											
Munkaerőmérlegek	Munkaerő összesen											
	....											
Önköltségi és jövedelmezőségi előirányzatok	Anyagköltségek											
	....											
Külkereskedelmi előirányzatok	Exportfeladat											
	Vegyes importkeretek											

konkréten előirányzott negatív tételeket találunk. A kisebb felhasználók oszlopaiban nem az igényelt csekély tétel, hanem zéró szerepel. Például a könnyűipar is felhasznál némi hengerelt acélt — igénye azonban a többi, hasonlóan kis igényű felhasználóéval együtt összesítve jelenik meg az „egyéb felhasználás" elnevezésű reziduális oszlopban.

Eszerint tehát az oszlopirányú tagolás sem terjed ki valamennyi felhasználóra — mint ahogy a termékmérlegrendszer soraiban megjelenő mérleges termékek köre sem fogja át a társadalmi termelés egészét.

A beruházási javak mérlegeiben egy speciális oszlop is szerepel: felhasználás beruházás-felújítási célokra. Tehát pl. a könnyűipar új, most létesülő üzemének gépműhelyében felszerelésre kerülő szerszámgép nem a Könnyűipari Minisztérium oszlopában szerepel, hanem a beruházási-felújítás oszlopban. A címzettek szerint tagolt felhasználások tehát tulajdonképpen a folyó termelés, üzemeltetés céljaira történő termelő fogyasztást reprezentálják, a beruházás céljaira történő felhasználást a külön beruházási-felújítási oszlop adja meg.

Az 1.1. táblázatban nemcsak a termékmérlegeket, hanem a tervmutatószámok harmadik, negyedik, ötödik és hatodik csoportját is feltüntetjük.

A *harmadik csoport:* a beruházási keretek elosztása. A tervezők ezt rendszerint nem nevezik mérlegnek. A fenti séma szerint azonban ezt is nyugodtan kezelhetjük mérlegként, hiszen a rendelkezésre álló erőforrásokat osztja szét a felhasználó címzettek között. Több beruházási mérleg van:

— A beruházások teljes összegét tartalmazó, globális beruházási keret szétosztása.

— Az előbbi külön kiemelt tételei: az építési keret, a hazai gépek kerete, a szocialista, illetve a tőkés országokból importált gépek kerete.

— A globális felújítási keret szétosztása. (Felújításon a gépek, felszerelések, épületek generáljavítását és pótlását értik.)

— A felújításból is külön kiemelnek egyes tételeket: pl. a felújítási célra szolgáló gépek kerete, importgépkeretek stb.

A hagyományos tervmutatószám-rendszer *negyedik* csoportja: a munkaerőmérlegek. Ezek egyrészt globálisan osztják el a munkaerőt; de itt is találunk mélyebb tagolást, újabb sorokat: nemek szerint, kvalifikáció szerint stb.

Az *ötödik* csoport: az önköltségi és jövedelmezőségi előirányzatok. Ezeket is címzettként határozzák meg. A legújabb előírások szerint az előirányzatokat 38 tételben kell megtervezni, ami sémánkban újabb 38 sort jelent. Itt csupán illusztrációként emelünk ki néhány tételt:

— Anyagköltség
— Munkabérköltség
— Illetményadó
— Értékcsökkenési leírás
— Műszaki fejlesztési alapba történő befizetés
— Üzemi eredmény
— Termelői forgalmi adó stb.

A mutatószámok *hatodik* csoportja: a külkereskedelmi terv előirányzatai. Egy részük különösebb erőltetés nélkül beilleszthető az 1.1. sémába:

— A mérleges cikkek export- és importelőirányzatai. Ezeket nemcsak összesítve adják meg, hanem fő piaconként, relációnként is. Itt tehát egyetlen

címzett (a Külkereskedelmi Minisztérium) helyett annyi oszlopnak kell szerepelnie a sémában, ahány külkereskedelmi viszonylatot terveznek.

— Minden címzett kap egy globális export-előirányzatot. Ez egy sor a sémában.

— Minden címzett kap egy import „vegyes keretet". Ebben megszabják, hogy összesen mennyit importálhat a termékmérlegekben el nem osztott, ki nem emelt termékekből. Ez sémánkban újabb sort jelent.

Emellett a terv külkereskedelmi fejezete tartalmaz olyan előirányzatokat is, amelyek inkább a szintetikus mérlegekben (első csoport) jelennek meg.

A mutatószámok második, harmadik, negyedik, ötödik és hatodik csoportját nevezzük a továbbiakban specifikált mérlegeknek, megkülönböztetésül az elsőként említett szintetikus mérlegektől. A specifikált mérlegek közös jellegzetessége, hogy címzettek között osztanak fel bizonyos kibocsátási feladatokat (akár termék, akár tiszta jövedelem kibocsátást), illetve címzettek között osztanak fel bizonyos ráfordításokat (akár erőforrásokat, akár termékek felhasználását, akár összesített költségfelhasználási előirányzatokat).

A specifikált mérlegekről összefoglaló áttekintést ad az 1.1. táblázat. A séma szerint e mérlegek egyetlen táblázatban — úgy is mondhatnánk: egyetlen mátrixban — foglalhatók össze. A sémát azonban csupán a jobb áttekintés (és a későbbi matematikai modellekkel való analógia) kedvéért közlöm; a tényleges tervokmányokban rendszerint minden mérlegről vagy mérlegcsoportról külön feljegyzés, külön táblázat készül.

Valamennyi szintetikus és specifikált mérleget elkészítik a távlati terv záró évére. Ezen túlmenően a mérlegek egy részét — elsősorban a termékmérlegeket — kidolgozzák a közbeeső évekre is.

A mutatószámok következő, *hetedik csoportja* jellegét tekintve lényegesen eltér az eddigiektől: ebben ugyanis meghatározott, egyedi beruházási akciók szerepelnek. Pl. fel kell építeni egy új, évi 30 000 tonnát termelő fenolgyárat. Vagy: rekonstruálni kell egy meghatározott régi gépgyárat és így tovább. Itt nem csupán magát az akciót írják elő, hanem annak néhány legfontosabb műszaki és költségjellemzőjét is: mikor kezdődjék és mikor fejeződjék be a beruházás, melyek a beruházás és az üzemeltetés költségeinek jellemző adatai stb.

A terv e fejezetének is vannak „címzettjei": egy-egy beruházási akcióért meghatározott főhatóság felelős. Ugyanakkor a tervnek ez a része lényegesen különbözik pl. a korábban már említett beruházási keret-mérlegtől. Az egyik beruházási mérleg megadta: mennyi legyen a Könnyűipari Minisztérium beruházási kerete 1966-ban; egy másik: mennyi legyen a beruházási kerete 1967-ben összesen és így tovább. A minisztérium ezt többféle beruházási akcióra fordítja majd. Az országos terv azonban ezeknek az akcióknak a köréből kiemel néhányat, a legnagyobbakat, legfontosabbakat és ezeket külön is előírja.[1]

A hagyományos tervmutatószám-rendszer hét, legfontosabb csoportján túl vannak egyéb előirányzatok is: pl. termelési előirányzat olyan kiemelt termékekre, amelyekről nem készül mérleg; vagy a műszaki fejlesztés néhány előirányzata.

[1] A tervezők az egyedileg jóváhagyott beruházási akciók jegyzékét „limitjegyzéknek" nevezik. Az elnevezés arra utal, hogy itt bizonyos értékhatár feletti nagyobb beruházásokról van szó. A 2. fejezetben még visszatérünk a beruházások egyedi engedélyezésére.

1.2. A mutatószámrendszer konzisztenciájáról

A hagyományos tervmutatószám-rendszernek van néhány általános tulajdonsága.

A mutatószámrendszer kialakítói kétféle célt tűztek maguk elé. Át akarják fogni a társadalmi termelés, forgalom és fogyasztás *egészét*, totalitását. Ugyanakkor közvetlenül is „kézbe akarják venni", külön, specifikáltan is meg akarják tervezni a társadalmi termelés, forgalom és fogyasztás néhány különösen fontosnak vélt *részét:* egyes legfontosabb termékek és erőforrások áramlását (mégpedig a felhasználás legjellemzőbb szféráiban), egyes különösen fontos beruházási akciókat és így tovább.

Mindkét törekvés nagyon érthető. Számol azzal, hogy egyetlen központból lehetetlenség áttekinteni és megtervezni a gazdálkodás minden részfolyamatát. Éppen ezért a totális, globális összefüggéseket és a legfontosabb parciális összefüggéseket kívánja tervezni, lemondva a nem fontos, vagy kevésbé fontos parciális összefüggések tervezéséről.

Ugyanakkor ez a kettős törekvés bizonyos ellentmondásokkal jár együtt. A tervmutatószámoknak az a halmaza, amelyet eddig ismertettem, nem képez szigorúan összefüggő rendszert. A termékmérlegekben például a Külkereskedelmi Minisztériumnak címzett tételekben megjelennek a főbb export- és importelőirányzatok. De nem az *egész* export és import — ezért a termékmérlegből nem következtethetünk közvetlenül a külkereskedelmi mérleg egyenlegére, hiszen arra kihat a termékmérlegekben ki nem emelt termékek exportja és importja is. Hasonlóképpen a termékmérlegekben a Belkereskedelmi Minisztériumnak címzett tételek összegezése megadja a lakossági fogyasztás tekintélyes részét, de nem az egészet. Adataiból tehát nem lehet egyértelműen következtetni arra, hogy a lakosság vásárlóereje és az árualap összhangban vannak-e, annál kevésbé, mert felméréséhez figyelembe kell venni az időbeli eltolódásokat is: a lakosság pénzkészleteit és bankbetéteit, valamint a kereskedelem árukészleteit.

Összefoglalóan azt mondhatjuk: mivel a specifikált mérlegek nem fogják át a társadalmi termelés, forgalom és fogyasztás egészét, ezért megfelelően összegezett tételeik sem egyeznek pontosan a szintetikus mérlegek analóg tételeivel, hanem vannak közöttük definiálatlan, meg nem tervezett maradványok, rezidiumok is. A meg nem tervezett reziduális rész számos összefüggésben igen tetemes.

Bizonyos fokig hasonló a helyzet a termékmérlegek és a beruházási mérlegek kapcsolatában. A beruházási mérlegek között szerepel pl. az egyes címzetteknek kiutalt hazai gépkeret. Ez azonban több, mint a konkrét gépmérlegekben beruházási célokra előirányzott tételek összege.

Hasonló a tervmutatószám-rendszer hetedik csoportja, a kiemelt beruházási akciókra vonatkozó konkrét előirányzatok és a mérlegek egymásközti kapcsolata is. Például a Könnyűipari Minisztérium számára kötelezően előírt, kiemelt beruházási akciók beruházásigényének összege kisebb, mint a minisztérium számára előírt összes beruházási keret. Itt is megtalálható tehát a konkréten nem tervezett rezidium.

Mindezzel szorosan összefügg, hogy a hagyományos mutatószámrendszer különböző tételei nem illeszkednek pontosan egymáshoz. A terv különböző fejezetei, különböző részei nem egészen azonos fogalmakkal, kategóriákkal operálnak; más-más tartalmú mutatószámokkal reprezentálják ugyanazokat a

folyamatokat. Pl. a kiemelt beruházási akciók elindítását megelőző összefoglaló dokumentum (amiről a 2. fejezetben részletesebben szó lesz), más tagolásban, más bontásban adja meg az új létesítményben felszerelésre kerülő legfontosabb gépeket, mint a gépmérlegek. Ezért ezt az adatot nem is tudják közvetlenül felhasználni a gépmérlegek összeállításakor. Hasonlóképpen: ugyanez a dokumentum feltünteti az új létesítménynek a termelés megindítása után felmerülő anyagigényeit. Az anyagigény bontása azonban eltérhet a megfelelő anyagmérlegekétől: esetleg összevontabb, vagy ellenkezőleg, kevésbé aggregált.

Itt természetesen nem arról van szó, hogy maga a terv egyensúlyban van-e vagy sem. Ez attól függ, hogy a tervmutatószám-rendszer egyes táblázataiba milyen számokat írunk bele. Megállapításaim arra vonatkoznak, hogy a népgazdasági tervezés hagyományos szerkezete nem alkot eléggé konzisztens rendszert — függetlenül attól, hogy a modell, a séma egyes helyeire pontosan milyen számot írunk be 1962-ben vagy 1968-ban.

1.3. A terv mint egyenletrendszer

Vezessük be a további tárgyaláshoz a következő jelöléseket:

$x_1, \ldots, x_m$=a kötelezően dokumentált tervszámok.

Ide tartozik a hagyományos tervmutatószám-rendszer valamennyi előirányzata. Mindazok a tervszámok, amelyeket a tervezőknek dokumentálniuk kell; amelyeket az Országos Tervhivatal által előírt táblázatokon, űrlapokon, pontosan szabályozott módszertani előírások alapján kell összeállítaniuk.

Nyugodtan mondhatjuk: minden olyan szám, amely a tervdokumentumokban megjelenik, a tervezés idején még ismeretlen, változó. Még az olyan, látszólag „külsőleg", „objektíve" adott számok is, mint pl. az országos méretekben rendelkezésre álló munkaerő létszáma, mert hiszen számos gazdaságpolitikai eszközzel (munkabérrel és egyéb tényezőkkel) alakítható, befolyásolható.

$y_1, \ldots, y_n$=a kisegítő tervszámok.

Így nevezem mindazokat az adatokat, amelyek nem jelennek meg a hivatalosan előírt dokumentumokban, de szerepet játszanak a tervben kifejezésre jutó összefüggésekben.

Ilyenek például azok a különböző reziduális nagyságok, amelyek az összevont és a részletező, kiemelt tervszámok közötti űrt kitöltik. (Pl. a ki nem emelt beruházási akciók beruházási költségigénye minden egyes címzettnél.)

Az y típusú változók kategóriájába tartoznak továbbá pl. különböző technológiai koefficiensek is, amelyeket figyelembe vesznek a termékmérlegek meghatározásánál. A tervezés pillanatában ezek is ismeretlenek, változók, mert nincs előre rögzített nagyságuk; azt a tervezők határozzák meg, különböző műszaki és gazdasági megfontolások alapján. De kisegítő változók, mert nem szerepelnek a kötelezően dokumentált mutatók között.

A kisegítő tervszámok egyik speciális fajtája a számításba vett, de később elvetett gazdasági tevékenységek számszerű reprezentánsai. A tervidőszakban lehetséges, s a tervezés valamelyik fázisában javasolt, de végül is elvetett tevékenységek számszerű adatai ugyanis nem kerültek a dokumentált tervszámok közé. (Pl. elvetett beruházási javaslatokban szereplő előirányzatok).

A kisegítő tervszámok egy részéről van valamilyen írásos feljegyzés, egyik vagy másik tervező íróasztalában. (A tervezők ezeket „mellékszámításnak" nevezik.) Más részükről semmiféle írásos feljegyzés nem készült, csupán — többé-kevésbé pontosan — a tervező fejében, gondolataiban él. A kisegítő tervszámokat nem kötelező dokumentálni, rendszerint csupán a tervező dönti el, hogy e számokat leírja-e, vagy sem.

$b_1, \ldots, b_s$=a tervezett tevékenységek külső korlátai, amelyeket konstansnak tekintünk. Ezek olyan külső, exogén adottságok számszerű jellemzői, amelyek nagysága kívülről adott, s nem függ a tervezőktől. Pl.: a munkaképes lakosság létszáma. Vagy: egy meglevő régi üzem kapacitása, adott műszakszám mellett. Vagy: az összesen rendelkezésre álló, mezőgazdaságilag megművelhető földterület.

Mármost *a terv felfogható szimultán egyenletrendszerként*, amelyben kétféle fő egyenlettípus szerepel.

Az első típus: a dokumentált tervegyenletek. Ide sorolható valamennyi szintetikus és specifikált mérleg.

A dokumentált tervegyenletekben, mint azt már említettem, a tervváltozók abszolút számokként szerepelnek, mégpedig a dokumentált és a kisegítő tervszámok egyaránt. Ahhoz azonban, hogy a mérlegeket *szimultán* egyenletrendszerként írhassuk fel — olyan rendszerként, amelynek *valamennyi* egyenletében *valamennyi* változót feltüntetünk —, a változókhoz együtthatókat rendelünk. Az α_{ij}, illetve β_{ij} együtthatóknak csak háromféle értékük lehet: $+1$, ha a szóbanforgó változó ténylegesen szerepel az egyenletben, mégpedig forrásként; -1, ha a szóbanforgó változó ténylegesen szerepel az egyenletben, mégpedig felhasználóként és 0, ha a változónak nincs szerepe az egyenletben.

A dokumentált egyenleteket a következő matematikai formában írhatjuk fel:

$$\begin{aligned} &\alpha_{11}x_1 + \ldots + \alpha_{1m}x_m + \beta_{11}y_1 + \ldots + \beta_{1n}y_n = 0 \\ &\qquad\qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\alpha_{r1}x_1 + \ldots + \alpha_{rm}x_m + \beta_{r1}y_1 + \ldots + \beta_{rn}y_n = 0. \end{aligned} \tag{1.2}$$

A dokumentált tervegyenletekben azok a reziduális jellegű y-típusú változók szerepelnek $\beta_{ij} = +1$, vagy $\beta_{ij} = -1$ együtthatókkal, amelyek a különböző összevont és részletezett tervszámok közti „űrt" töltik ki.

A második egyenlettípust kisegítő tervegyenletnek nevezem. Illusztrálására néhány példát hozok fel.

Legyen pl. a 100. számú dokumentált tervszám a pamutszövet-termelés 1966-ban, m^2-ben, a 101. számú dokumentált tervszám a pamutszövet-termelés 1966-ban, forintban. E két dokumentált tervszám szerepel egy-egy dokumentált tervegyenletben, a természetes mértékegységű pamutszövetmérlegben és a forintban mért pamutszövetmérlegben. E két tervszámot azonban összekapcsolja egy *nem dokumentált kisegítő* tervegyenlet:

$$x_{101} = y_{50}x_{100}, \tag{1.3}$$

ahol y_{50} egy kisegítő tervszám: a pamutszövet egységára. Ez nem egy kívülről, konstansként eleve adott szám, hanem ismeretlen, hiszen függ — még rögzített árak esetén is — attól, hogy a pamutszövet-termékcsoporton belül mi lesz a különböző pamutszövetfajták egymáshoz viszonyított aránya. A mérlegeknél alkalmazott átlagárakat valóban megtervezik a tervezők, de ez nem szerepel

az alapvető dokumentációban. Az (1.3) típusú egyszerű áregyenlet: a kisegítő tervegyenletek egyik fajtája.

Egy másik példa. A dokumentált tervszámok között szereplnek a kiemelt beruházási akciókra vonatkozó előírások. Legyen pl. x_{201} a Könnyűipari Minisztérium egyik kiemelt beruházási akciójának költségigénye 1967-ben, x_{202}, x_{203} és x_{204} egy másik, egy harmadik és egy negyedik költségigény. Legyen x_{300} a Könnyűipari Minisztérium összes beruházási kerete 1967-ben. Fennáll a következő kisegítő egyenlet:

$$x_{201}+x_{202}+x_{203}+x_{204}+y_{300}=x_{300}, \tag{1.4}$$

ahol y_{300} a Könnyűipari Minisztérium ki nem emelt beruházásainak költségigénye 1967-ben. Ez az egyenlet tehát az 1967. évi beruházási mérleg egy tételét (x_{300}) kapcsolja össze a kiemelt beruházási akciókra vonatkozó tervszámokkal.

További példa: A termékmérleg tételei között szerepel a Belkereskedelmi Minisztériumnak átadott mennyiség. Ez gyakorlatilag a lakosság keresletének kielégítését szolgálja. Ugyanakkor az önköltségi és jövedelmezőségi előirányzatok között megtervezik az összes bérjövedelmet. Világos, hogy ezek között kapcsolat van. Tegyük fel, az egyszerűség kedvéért, hogy — rögzített árak mellett — a kereslet a lakosság összjövedelmének hatványfüggvénye. Legyen mondjuk x_{400} a lakosság számára értékesített cipőmennyiség 1968-ban, x_{500} a lakosság összes jövedelme 1968-ban. Ez esetben keresleti függvényünk:

$$x_{400}=a+bx_{500}^{E}, \tag{1.5}$$

ahol E a cipőkereslet jövedelmi elaszticitása.

Végül még egy példa: A termékek nem értékesíthetők korlátlanul külföldön. Az exportra kínált magyar bútor iránti kereslet függ — adott minőség és gyártmányösszetétel mellett — az eladási ártól, a piaci helyzettől; vannak esetleg felső korlátai — egyszóval bizonyos függvényekkel jellemezhető.

Mint a példákból is látható: az egyes tervszámok között számos olyan összefüggés van, amely nem jut kifejezésre a dokumentált tervegyenletekben, de amelyeket a tervezés során mégis figyelembe kell venni. Figyelembevételük — mint az előbbi példáknál is láttuk — kibővíti a kisegítő tervszámok, az y típusú változók körét.

A kisegítő tervegyenletek matematikai természete sokféle lehet. A felsorolt egyszerű példák között láthattunk lineáris és hatványfüggvényt, de sok más függvényfajta is szerepelhet. Minthogy itt nem akarunk kitérni közelebbi matematikai jellemzésükre, csupán teljesen általános formában foglaljuk össze:

$$\begin{aligned} &f_1(x_1, \ldots, x_m, y_1, \ldots, y_n)=b_1 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &f_s(x_1, \ldots, x_m, y_1, \ldots, y_n)=b_s. \end{aligned} \tag{1.6}$$

Az (1.6) egyenletek egy részében a jobb oldalon szereplő b_j konstans zéró is lehet.

Mivel az (1.6) típusú, kisegítő tervegyenletek zömét nem írják le a tervezők, ezeknek az összefüggéseknek nem is adnak pontos, egzakt matematikai formát. Jobbára csak hozzávetőlegesen, körvonalaikban élnek a tervezők fejében, különösen a bonyolultabb matematikai formában jellemezhető össze-

függések. Pl. tudják: az exportár és az exporteladás összefüggenek, ezt azonban nem írják le keresleti függvény formájában. Vagy tudják: van bizonyos összefüggés a termelés volumene és költségei között, s az sok esetben nem lineáris, de ezt sem dolgozzák ki költségfüggvény formájában. Esetenként konkrét és alapos előtanulmányokat végeznek a tervezők a kisegítő egyenletekkel kapcsolatban (pl. a munkaerőmérlegek demográfiai megalapozására, a kereslet és a jövedelem összefüggéseire). Ezekben a tudomány (az említett példákban: a demográfia, a korszerű piackutatás, keresletanalízis) számos eredményét használják fel. Más kisegítő egyenletekről viszont szinte csak homályos sejtésekkel rendelkeznek. Mindenesetre kétségtelen, hogy a tervezők gondolnak a kisegítő tervegyenletekre is, még ha a megalapozás, az átgondoltság, az informáltság foka, az összefüggés kvantitatív kifejezésének egzaktsága nagyon eltérő is.

Az elmondottakat tömörebb vektorjelölések segítségével foglaljuk össze:[2]

$$\mathbf{x}=\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}=\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_i'=[\alpha_{i1} \ \dots \ \alpha_{im}], \quad \boldsymbol{\beta}_i'=[\beta_{i1} \ \dots \ \beta_{in}] \qquad i=1, \ \dots, \ r$$

A távlati terv meghatározását felfoghatjuk úgy, mint egy rendkívül nagyszámú[3] *változóból álló* [x, y] *program meghatározását. A tervezők azt óhajtják, hogy a program elégítse ki az*

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}_i'\mathbf{x}+\boldsymbol{\beta}_i'\mathbf{y}&=0 && i=1, \ \dots, \ r \\ f_j'(\mathbf{x}, \ \mathbf{y})&=b_j && j=1, \ \dots, \ s \end{aligned} \tag{1.7}$$

egyenletrendszert.

1.4. A tervkoordináció

Miután a hagyományos tervmutatószám-rendszert most már — a lehető legáltalánosabb formában — szimbolikusan is felírtuk, a továbbiakban könnyebb lesz hivatkozni e modell egyes elemeire.

Azt a sajátságos folyamatot, amelyben a tervezők a hagyományos tervezés modelljében leírt egyenletrendszer megoldását keresik, t e r v k o o r d i n á c i ónak szokták nevezni.[4]

A tervkoordináció: a dokumentált és kisegítő tervszámok szimultán egyeztetésének folyamata, annak érdekében, hogy valamennyi tervegyenlet, mind a dokumentáltak, mind a kisegítők, teljesüljenek.

A tervkoordináció sokféle síkon folyik. Koordinálnak vertikálisan: az OT összefoglaló főosztályai (pl. a pénzügyi, a beruházási, a munkaügyi főosztályok) egyeztetik összefoglaló számaikat az úgynevezett szakfőosztá-

[2] A könyvben gyakran alkalmazunk vektor- és mátrixjelöléseket. Lásd erről pl. *Krekó B.* [91] könyvét magyar nyelven, vagy *Bodewig, E.* [11] könyvét angolul.

[3] Ma senki sem tudja pontosan, hogy ebben az egyenletrendszerben hány változó és egyenlet van. Valószínűleg inkább keveset mondunk, mint sokat, ha azt állítjuk, hogy a változók száma százezres nagyságrendű. (Könnyen lehet, hogy milliós.)

[4] Lásd erről *Bródy A.* [15] könyvét, 47—56. old.

lyokkal és a minisztériumokkal, amelyek a népgazdaság termelésének, forgalmának és fogyasztásának egy-egy szférájáért felelősek. Ilyenkor felülről lefelé megadják a különböző összefoglaló keretszámokat, alulról felfelé pedig közlik e keretek kitöltésére, konkretizálására, részletezésére, az eredeti keretszámok módosítására vonatkozó javaslatokat.

A koordináció ugyanakkor horizontálisan is folyik. Pl. egy-egy termék termelésében és elosztásában megegyeznek a kibocsátó és a felhasználó termelési ágazatok, valamint a bel- és külkereskedelem képviselői.

A koordinációnak sokféle formája van. Írásbeli feljegyzések és ellenfeljegyzések; széles körű egyeztető megbeszélések, s egy-egy ügyletben közvetlenül érdekeltek szűk körű tárgyalásai; egy-egy szám gyors megváltoztatása puszta telefonértesítés alapján stb. Egy-egy távlati terv koordinációjában többé vagy kevésbé intenzíven több ezer személy vesz részt.

Ha mármost visszatérünk a hagyományos terv modelljéhez, akkor a tervkoordinációt következőképpen jellemezhetnénk:

Mindenki (intézmény, illetve személy), aki a koordinációban részt vesz, közvetlenül felelős meghatározott változókért (dokumentált és kisegítő tervszámokért), valamint meghatározott tervegyenletekért (ismét dokumentált és kisegítő egyenletekért). Mindenki „alkuszik" a *saját* tervszámait illetően; mégpedig oly módon, hogy eközben biztosítsa *saját* egyenleteinél az egyenlőséget.[5]

Senki, a tervkoordináció egyetlen résztvevője sem képes áttekinteni az egész terv-egyenletrendszert. Így a tervezés „csúcsán" levők is csak bizonyos változókkal és bizonyos egyenletekkel foglalkoznak (rendszerint az általuk legfontosabbnak tartott változókkal és egyenletekkel).

Például a fizetési mérlegegyenlet képviselője az OT illetékes főosztálya. Ez koordinálja az egyes szak-főosztályokkal a legfontosabb export- és importtételeket. Tegyük fel: eközben felmerül az a javaslat, hogy az egyik gépfajtából nagyobb tételt kellene exportálni a szocialista országokba. Ekkor azonban jelentkeznek a szóbanforgó gépipari termék külkereskedelmének tervezői s tiltakoznak: a szocialista országokban a gép iránti kereslet korlátozott. A tiltakozás eredményeképpen nem lépik túl e gépfajta exportját felülről korlátozó egyenlőtlenséget, s más exporttétellel próbálják a hiányt pótolni. Ha újabb irreális javaslat merül fel, egy másik tervező protestál.

Végeredményben a tervkoordinációt úgy tekinthetjük, mint egy óriási méretű szimultán egyenletrendszer megoldására való törekvést, a „kísérlet és tévedés" („trial and error"), a fokozatos közelítés egy sajátos „megegyezéses" módszerével.

Amikor a tervkoordináció megindul, tulajdonképpen nem lehet biztosan tudni: vajon ennek a hatalmas egyenletrendszernek van-e megoldása; egyetlen megoldása van-e vagy sok; s természetesen nincs bizonyítva, hogy az egyeztetési eljárás valamilyen megoldás felé konvergál-e. Mindenesetre figyelemre méltó, hogy a tervkoordináció általában abban a reményben folyik, hogy van megoldás és az egyértelmű; mindeddig sohasem valósították meg a gyakorlatban azt az elgondolást, hogy párhuzamosan több tervet dolgozzanak ki.

[5] A koordináció számos résztvevőjének a saját egyenleteinek egyenlőségén túlmenő célja is van. (A matematikai programozás nyelvén azt mondhatnánk: van „célfüggvénye".) Így például az egyes ágazatokért felelős tervezők gyakran arra törekszenek, hogy minél többet *kapjon* az ágazat (több beruházást, több anyagot, több importterméket), s ugyanakkor minél kevesebbet kelljen *adnia* (kisebb legyen a termelési, exportálási stb. kötelezettsége).

Mivel a tervezők rendszerint nem képesek biztosítani valamennyi dokumentált és kisegítő egyenletnél a pontos egyenlőséget, kialakult a tervegyenletek bizonyos hierarchiája. Létrejött egy ki nem mondott, nem deklarált, de a gyakorlati tervezők között hallgatólagosan mégis csak elismert sorrend: milyen összefüggésekben kell az egyensúlyt pontosan biztosítani, s miben lehet inkább elnézni — legalábbis hallgatólagosan —, a potenciális egyensúlyhiányt; milyen tervszámokat kell nagy biztonsággal megtervezni, s melyeknél lehet belenyugodni nagyobb bizonytalanságba.

Vegyük először a tervegyenleteket. A hierarchia élén a termékmérlegek, s ezzel együtt a külkereskedelmi mérlegek, a szintetikus mérlegek közül pedig a bruttó társadalmi termékmérlegben szereplő termelési előirányzatok állnak. Különösképpen a tervezés középső, a részleteket kidolgozó fázisában érvényesül ez a sorrend; az első, bevezető lépések után — de még a végleges befejezés előtt.

Minden egyéb tervegyenletnek, beleértve a szintetikus mérlegeket is, többnyire csak másodlagos hatása van; összegezi s részben ellenőrzi a termékmérlegek és külkereskedelmi mérlegek meghatározása közben kialakított számítások eredményét. Természetesen aránylag csekélyebb súlyúak a nem dokumentált, kisegítő tervegyenletek, hiszen a tervezés közben nem tűnik ki, ha nem teljesülnek egyenlőségre. A termékmérlegek a leginkább, a kisegítő tervegyenletek a legkevésbé „megfoghatóak", — a többi egyenlet középúton van ebből a szempontból.

Mindez már nagyjából meghatározza a tervszámok bizonyos hierarchiáját is. A reziduális jellegű, „kitöltő" szerepet ellátó változók meghatározásának sokkal kisebb jelentőséget tulajdonítanak, mint a konkréten kiemelt tételeknek, még akkor is, ha — kivételesen — a reziduális tételek is a dokumentált tervszámok közé tartoznak (ez a helyzet például a készletváltozás tervezésénél). Ezen túlmenően általánosságban is elmondhatjuk: az *y* típusú, nem dokumentált, kisegítő tervszámok megtervezése nyilvánvalóan kevésbé alapos, kevésbé gondos, mint a dokumentált tervszámoké, amelyek végrehajtása kellőképpen ellenőrizhető.

Végeredményben hogyan értékeljük az egyenletrendszer megoldásának azt a módszerét, amelyet a hagyományos tervezés alkalmaz a tervkoordinációnak nevezett eljárás során?

Egyfelől: ha matematikus szemlélettel közeledünk a problémához, könnyű megállapítani a módszer kezdetlegességét, nem egzakt jellegét. A szimultán egyenletrendszer egész sor egyenlete tulajdonképpen nincs is megfogalmazva, csupán sejtésekben él. Az eljárás egyfajta találgatással, ismételt próbálgatással igyekszik megoldani ezt a hatalmas és bonyolult egyenletrendszert; noha tudjuk, hogy ennél sokkal kisebb sokváltozós egyenletrendszereket sem lehet találgatva megoldani.

A bíráló észrevételek tehát kétségkívül jogosak; ezért is olyan jelentősek az egyenletrendszer megoldásához közelebb vivő matematikai módszerek.

Másfelől viszont látnunk kell a hagyományos tervezésnek rendkívül előnyös oldalait is. Ugyanis mi, akik egzakt módszerekkel, input-output-táblákkal és programozási modellekkel, elektronikus számológépekkel felfegyverkezve közelítünk a tervezés problémáihoz, képtelenek vagyunk ilyen óriási méretű egyenletrendszerrel dolgozni. Nem is vállalkozunk erre, hanem megelégszünk erősen aggregált, s közgazdaságilag erős egyszerűsítő feltevéseken alapuló

matematikai modellekkel. (Erről, a matematikai módszerek alkalmazásánál felmerülő nehézségekről, később még részletesen lesz szó.)

Ugyanakkor a már kifejtett fenntartások ellenére sem szabad lebecsülni azt a hatást, amit a terv-egyenletrendszer nem dokumentált, kiegészítő része gyakorolt a tervre. Rendkívül nagy ismeretanyag, jó értelemben vett rutin halmozódott fel a tervkoordinációban közreműködő ezernyi tervezőben. Amikor egy tőkés külkereskedelmi cég ügynöke kijelenti a cég vezetőinek: ezen és ezen a piacon a meghatározott áron nem lehet 10 000-nél több rádiót eladni, akkor ezt egyszerűen üzleti tapasztalata alapján mondja, s nem a matematikai statisztika, a trend- és korrelációszámítások, regressziós függvények elegáns apparátusának alkalmazásával — s kijelentése mégis igen sok esetben helytálló, jól megalapozott. Hasonló érzék, rutin alakult ki, hosszú évek tapasztalata alapján, a mi tervezőinkben is.

Ráadásul a tervkoordináció összehozza az ellentétes érdekű feleket: a termelő és a vevő képviselőit, a beruházási keretek elosztóit és igénylőit, az importtermékek felhasználóit és az import előteremtéséért felelős személyeket, és így tovább. A kereslet és a kínálat összeütközése, amely később a piacon — a szállítási szerződések megkötésekor, az erőforrások és a termékek tényleges felhasználásakor — végbemegy, itt már, legalábbis részben, *előre, preventíve* lezajlik; már előzetesen folyik bizonyos alku, kompromisszumkeresés kereslet és kínálat között.

Az Egyesült Államokban jelentős alkotáslélektani felfedezésnek tekintik a „brain-storming"-ot, az ötleteket kicsiholó munkamegbeszéléseket. Nos, a tervkoordináció során tömegesen zajlik le a „brain-storming"; tömegesen cserélődnek ki a tapasztalatok, futnak végig az érdekelt intézmények tucatjain az információk. A tervezés hagyományos módszere, még ha ezt sok szempontból kezdetleges módszerekkel teszi is, képes koncentrálni — bizonyos értelemben egy helyre és egy időpontra összesűríteni — a gyakorlott tervezők ezreinek kollektív tapasztalatát.

2. A hagyományos beruházás-gazdaságossági számítások

2.1. A fő beruházások központi engedélyezése

A gazdaság hosszúlejáratú fejlődésének egyik alapvető fontosságú szabályozója: a legfontosabb beruházások központi engedélyezése.

A kormányzat rendelkezései pontosan szabályozzák a központi engedélyhez kötött beruházások körét.[1] A Beruházási kódex szerint az úgynevezett „értékhatár feletti" beruházásokat a központi tervben tételesen kell előirányozni. Az értékhatár ágazatonként más és más, pl. erőműveknél 20 millió Ft, a vegyiparban, a gépiparban 10 millió, a könnyűiparban 5 millió Ft.

Az engedélyt az illetékes irányító hatóság vezetője (az állami iparban az illetékes ipari miniszter) adja meg, az OT elnökével egyetértésben. Rendszerint a pénzügyminiszternek és a külkereskedelmi miniszternek is előzetesen véleményt kell nyilvánítania; s ha a beruházás kihat más minisztériumok tevékenységére, a terveket előzetesen egyeztetni kell velük is.

A központi engedélyezés alapjául szolgáló okmányt hivatalosan „beruházási programnak" nevezik. Minthogy azonban könyvemben szélesebb értelemben, a matematikai programozás általános szóhasználatának megfelelően alkalmazom a „program" kifejezést, a továbbiakban engedélyezési okmányról beszélek majd, ha a központi engedélyezés alapjául szolgáló hivatalos „beruházási programról" lesz szó.

Az engedélyezési okmány nem egy egész ágazat beruházási tevékenységeinek tervét foglalja össze, hanem mindig csak egy-egy konkréten meghatározott létesítményre vonatkozik, pl. egy adott gyár rekonstrukciójára, egy új üzem létesítésére. Leírja a beruházás gazdasági célját, az új kapacitáson gyártandó terméket, ismerteti az üzemeltetéshez szükséges anyagokat, a termelés technológiáját, a beruházás megvalósításának ütemezését, a szükséges gépeket stb.

Az engedélyezési okmányt gyakran megelőzik kevésbé részletes előzetes javaslatok; egyes előkészítő munkálatok esetleg már ezek alapján megindulnak. Elvileg azonban csak az engedélyezési okmány jóváhagyása tekinthető érdemleges *beruházási döntésnek*. A jóváhagyástól kezdve a beruházás megvalósítása már *állami elhatározás:* úgy is mondhatnánk: központi utasítás, amelynek végrehajtása az ezzel megbízott intézmények számára kötelező. A beruházási javaslatok benyújtása, központi jóváhagyása és az engedélyezési okmányok kiadása *folytonosan* történik, míg távlati terv kidolgozására *ötévenként* kerül sor. Ezért a távlati terv „limitjegyzékében" (az 1.1. szakaszban

[1] 1961-ben jelent meg a [195] kormányrendelet, amely összefoglalóan szabályozta a beruházások és felújítások rendjét. Ezt a gazdasági életben Beruházási kódexnek nevezik; a továbbiakban így hivatkozom rá.

felsorolt mutatószámok hetedik csoportjában) vegyesen szerepelnek olyan beruházási akciók, amelyek már kaptak, s olyanok is, amelyek még nem kaptak engedélyezési okmányt.

2.2. A „g_n" mutató

Az engedélyezési okmány egyik legfontosabb fejezete: a beruházási célszerűségét bizonyító gazdaságossági számítás. A Beruházási kódex pontosan szabályozza, milyen gazdaságossági mutatószámokat kell meghatározni az engedélyezési okmányban. Gazdaságossági mutatószámoknak nevezzük a továbbiakban azokat az indexeket, amelyek valamely tevékenység (jelen esetben beruházás, illetve termelés) eredményeit és ráfordításait állítják egymással szembe. A magyar gyakorlatban a gazdaságossági mutatószám rendszerint egy tört, amelyben a számláló az eredményt, a nevező pedig a ráfordítást tartalmazza (vagy megfordítva). A gazdaságossági mutatószámok aszerint különböznek egymástól, hogy az eredmények és ráfordítások milyen körét veszik számba, milyen időszakra vonatkoznak, s milyen eszközökkel (milyen árakkal, milyen kamatlábbal stb.) számolnak.

Az okmányban szereplő gazdaságossági mutatószámok egyike az úgynevezett „g_n" mutató;[2]

$$g_n = \frac{S}{\gamma P + R}, \tag{2.1}$$

ahol

S = a beruházás révén létesített üzem évi termeléséből eredő bevétel. (Itt most, a rövidség kedvéért, csupán azt ismertetem, hogyan számítják a „g_n" mutatót *új* üzem létesítése esetén.)

P = az összes beruházási költség. Ez mindazon iniciális költségek összege, amelyek az új termelőkapacitás megteremtéséhez szükségesek, amelyeket tehát *egyszer* kell előlegezni.

R = az üzem évi termelésének üzemeltetési költsége. Ellentétben az *egyszeri* beruházási költségekkel, ez *folytonos*, évről évre felmerülő költség; mindazon költségek összege, amelyek a folytonos kibocsátáshoz, valamint a beruházás révén megteremtett kapacitás folytonos fenntartásához szükségesek.

γ = az eszközlekötési tényező.

A szovjet és a magyar közgazdasági irodalomban gyakran használják a Δ jelet ugyanannak a fogalomnak a jelölésére, amelyre én a γ szimbólumot használom. A szokásosabb jelöléstől azért tértem el, mert a Δ szimbólumot a matematikában más célra (kis növekmény jelölésére) szokták használni.

A szocialista országok szakirodalmában egyes szerzők a kamatláb kifejezést alkalmazzák, mások — ugyanennek a tényezőnek a jelölésére — más elnevezéseket használnak („hatékonysági együttható", „jövedelmezőségi normatíva", „átlagos gazdasági együttható" stb.).

[2] A könyv jelölési rendszerének egysége érdekében a Beruházási kódexben szereplő szimbólumok helyett saját jelöléseimet használom.

A „g_n" mutatót *Turánszky M.* kezdeményezésére kezdték alkalmazni; elveinek indokolását lásd *Turánszky* [169] könyvében.

A kormány nemrég elrendelte eszközlekötési járulék tényleges fizetését a vállalatoknál lekötött, igénybe vett termelési alap után. (A termelési alap magában foglalja az állóalapokat; a gépeket, épületeket, felszereléseket, valamint a forgóalapokat: a nyersanyag-, félkésztermék- és késztermékkészleteket, és a befejezetlen termelés állományát.) Az eszközlekötési járulék az eszközlekötési tényező és a termelési alap szorzata: γP. Mivel most már mind a hivatalos rendelkezés, mind a számviteli gyakorlat az eszközlekötési járulék kifejezést használja a termelési alappal arányos költségtételre, e kifejezés átvétele tűnt a legcélszerűbbnek. Ezért könyvemben mindvégig ezt a fogalmat használom.

A γ eszközlekötési tényező közgazdasági jelentését, valamint a számszerű értékével kapcsolatos problémákat később, a 16. és 18. fejezetben tárgyaljuk.

A g_n mutató, a (2.1) képlet kiszámításához a következőket kell megjegyezni:

— A bevételt világpiaci áron, külföldi pénznemben kell számbavenni és az OT által megadott devizaárfolyamok segítségével kell Ft-ra átszámolni. (A devizaárfolyam tehát a Ft/külföldi pénzegység arányt fejezi ki, az adott számításban.)

— A beruházási költségek keretén belül eredetileg külföldi pénznemben felmerült költségeket ugyancsak az OT által előírt devizaárfolyamokkal kell Ft-ra átszámítani.

— A beruházási költség magában foglalja nemcsak az állóalapok, hanem az üzemeltetéshez szükséges forgóalapok megteremtésének költségét is. Ide kell sorolni az úgynevezett kapcsolódó beruházási költségeket is. (E fogalom magyarázatára a könyv későbbi fejezetében térünk vissza.)

— Az eszközlekötési tényező a gazdaságossági számításban az érvényes előírás szerint 0,2.

— Az üzemeltetési költség magában foglalja az amortizációt is.

— Az üzemeltetés anyagköltségei közül ugyancsak világpiaci áron, külföldi pénznemben kell számbavenni a ténylegesen importált, illetve potenciálisan importálható vagy exportálható anyagokat, azokat, amelyek tehát általában tárgyai a nemzetközi kereskedelemnek. A világpiaci árat az OT által megadott devizaárfolyam segítségével kell Ft-ra átszámítani.

A beruházást akkor tekintik kedvezőnek, ha a „g_n" mutató értéke 1 fölött van. Ez végeredményben a beruházás hosszúlejáratú, jelentős részben világpiaci árakon mért speciális „rentabilitásáról" ad képet. A mutató értéke akkor van 1 fölött, ha a szóbanforgó termék hazai gyártása gazdaságosabb, mint az import, s az ily módon elért importmegtakarítás több, mint a költség, beleértve a beruházások után számított 20%-os eszközlekötési járulékot is.

Figyelemre méltó, hogy a hivatalosan előírt „g_n" mutató nem az érvényben levő árakhoz alkalmazkodik. Miközben a beruházás révén keletkező új vállalat (vagy a beruházással bővített régi vállalat) tényleges bevétele a termék hivatalosan rögzített Ft-árából származik majd, a mutató számlálójában szereplő bevétel független a forint-ártól, mivel közvetlenül a világpiaci árból vezetődik le. Ha a vállalat importanyagot dolgoz fel, a hivatalosan rögzített Ft-árat fizeti érte, amelyet az Országos Árhivatal az *ármegállapításnál* szokásos deviza-árfolyamok alapján (vagy pedig más elv, pl. a hasonló jellegű hazai gyártású cikk önköltségének figyelembevételével) állapított meg. Ezzel szemben a „g_n" mutató céljára az importanyag világpiaci árából indulnak ki,

s azt az OT-nak az Árhivatalétól eltérő devizaárfolyamával számítják át Ft-ra. A vállalat ténylegesen 5% eszközlekötési járulékot fizet, itt viszont 20% eszközlekötési járulékot kell elszámolni.

Adva van tehát egy aktuális árrendszer, aktuális eszközlekötési tényező, aktuális devizaárfolyam, amely a vállalatok mindennapos tevékenységében ténylegesen érvényesül, amely valóságos pénzügyi elszámolásaik alapjául szolgál. S vannak ettől többé-kevésbé független kalkulatív árak, kalkulatív eszközlekötési tényező, kalkulatív devizaárfolyamok, amelyeket csupán a gazdaságossági számítás papírján kell alkalmazni, kifejezetten a gazdaságossági mutatószám meghatározására. A továbbiakban ezeket hivatalos kalkulatív áraknak, eszközlekötési tényezőnek, devizaárfolyamoknak, összefoglalóan hivatalos kalkulatív értékelések-nek nevezem majd (megkülönböztetésül olyan nem hivatalos kalkulatív értékelésektől, amelyeket mi magunk vagy más kutató közgazdászok dolgoztak ki, gazdaságossági számítások céljaira).[3]

A Beruházási kódex számos további mutatószám meghatározását írja elő. Például:

A termékegységre eső beruházási költség.

Beruházási költség per a termelésből eredő bevétel, hazai forgalmiadómentes áron számolva.

Egy foglalkoztatott munkásra eső bevétel, hazai forgalmiadó-mentes áron számítva.

Termelési érték mínusz üzemeltetési költség per beruházási költség.

Az önköltség csökkentését célzó beruházásoknál: az önköltségcsökkenésből eredő évi megtakarítás per a beruházási költség. Más szóval: a beruházási költség megtérülésének ideje, években.

A rendelkezések előírják, hogy a beruházási döntésnél komolyan mérlegelni kell: mennyire kedvezőek a javaslatot jellemző mutatószámok. Nem teszik azonban kötelezővé a kedvezőtlen mutatószámú (pl. 1-nél kisebb „g_n" mutatójú) javaslatok elvetését. A rendeletek nem szabályozzák a teendőket arra az esetre sem, ha valamely javaslatról az egyik mutatószám kedvező, a másik kedvezőtlen képet fest. Mindenesetre a gyakorlatban a „g_n" mutató lett a „primus inter pares"; elsősorban e mutatószám jelzéseit veszik fontolóra.

A beruházás-gazdaságossági mutatószámok meghatározása 1957 óta kötelező, azt megelőzően csupán szórványosan, a különböző intézmények saját kezdeményezésére számoltak hasonló mutatókkal. Azóta már megszokottá váltak, meggyökeresedtek. Ha tehát nem is tekinthetnek vissza olyan régi múltra, mint a mérlegek alkalmazása, ami gyakorlatilag egyidős a szocialista tervgazdasággal, ma már ezeket is a hagyományos távlati tervezés alapvető módszerei közé kell sorolnunk. Később még szó lesz arról, hogy mennyire jutnak e mutatószámok ajánlásai ténylegesen érvényre, milyen nehézségek vannak ezzel kapcsolatban. Annyi azonban kétségtelen, hogy elősegítették annak az egészséges szemléletnek az elterjedését, amely jelentőséget tulajdonít a beruházási akciók hatékonyságának, gazdasági célszerűségének.

[3] Könyvemben az árnyékár (shadow-price) kifejezéssel kizárólag a lineáris (vagy nem-lineáris) programozás duális feladatának megoldásaképpen kapott árakat jelölöm. Ez csupán egyik fajtája a kalkulatív értékelésnek. Az utóbbi *szélesebb* fogalom; így nevezem a gazdaságossági számításokban alkalmazott, de a gyakorlati pénzügyi elszámolásban *nem* érvényesített értékelések *összes* fajtáit.

3. Input-output-táblák

3.1. Fontosabb definíciók

A hagyományos tervezésnek az 1. és 2. fejezetben leírt módszerei sok szempontból szorulnak továbbfejlesztésre. Az egyik legfontosabb feladat annak elősegítése, hogy a terv mutatószámai *konzisztensek* legyenek; ne legyenek közöttük ellentmondások. Elsősorban ez a rendeltetése az input-output-táblák alkalmazásának. (A továbbiakban: röviden: I-O-táblák.)

A magyarországi I-O-táblák általában az úgynevezett nyílt, statikus Leontief-modellek típusába tartoznak. E modell közismert; az ezzel kapcsolatos alapfogalmakat ismertnek tételezzük fel,[1] itt csak a terminológia és a jelölések egyértelműsége kedvéért rögzítjük a fő összefüggéseket.

$$g_{kl}=\frac{v_{kl}}{v_l} \qquad \begin{matrix} k=1, \ldots, N, \\ l=1, \ldots, N, \end{matrix} \tag{3.1}$$

ahol

N = a gazdaság szektorainak száma;

v_l = az l-edik szektor bruttó kibocsátása, Ft-ban;

v_{kl} = a k-adik szektor által termelt és az l-edik szektor által felhasznált termék, Ft-ban;

g_{kl} = anyaginput koefficiens vagy technológiai koefficiens; az l-edik szektor egységnyi kibocsátásához a k-adik szektor termékéből szükséges mennyiség (Ft per Ft).

$$\mathbf{v}-\mathbf{G}\,\mathbf{v}=\mathbf{d}, \tag{3.2}$$

ahol

$\mathbf{v}$ = a v_l bruttó kibocsátások N komponensből álló vektora, a bruttó kibocsátási vektor;

$\mathbf{G}$ = a g_{kl} technológiai koefficiensek N-edrendű mátrixa, a technológiai mátrix belső négyzete;

$\mathbf{d}$ = a d_l extern kibocsátások N komponensből álló vektora, az extern kibocsátási vektor.

[1] Az I-O analízishez bevezetőül szolgálhat a hazai irodalomból *Bródy, A.* [15] könyve, a külföldi művek közül *Dorfman, R.—Samuelson, P. A.—Solow, R. M.* [37] könyvének 9. és 10. fejezete, vagy *Lange, O.* [96] könyve. Részletesebb tanulmányozáshoz elsősorban *Leontief, W.* [99] és [100] műveire kell utalni.

(3.3) $$\mathbf{v} = (\mathbf{E} - \mathbf{G})^{-1}\mathbf{d} = \check{\mathbf{G}}\mathbf{d},$$

ahol

$\mathbf{E}$ = N-ed rendű egységmátrix;

$\check{\mathbf{G}}$ = az $(\mathbf{E}-\mathbf{G})$ mátrix inverze, amelyet a továbbiakban röviden inverz mátrixnak nevezek. Általános elemeit $\check{g}_{kl}$-lel jelöljük.[2]

A további fejtegetésekben központi szerepet játszó inverz mátrix közgazdasági értelmét egy példán világítom meg. Legyen az l-edik szektor a szénbányászat, a k-adik pedig a vegyipar. A szénbányászat többféle vegyiterméket használ fel: robbanóanyagot, karbidot a bányászlámpákban stb. Az egységnyi szén előállításához a *bányában* felhasznált termék: a technológiai mátrix g_{kl} eleme. Ez az egységnyi, 1 Ft-nyi szénbányászati bruttó kibocsátás direkt anyaginput-koefficiense, direkt vegyitermékigénye. Csakhogy emellett van indirekt igény is.[3] A bányában működő gépek gyártásához felhasználtak vegyitermékeket (pl. műanyag alkatrészeket), a bányász-gumicsizma gyártásához is szükség volt vegyianyagokra stb. És még tovább: a bányagépgyár felhasznált hengereltacélt, amelyet olyan kohászati üzemben termeltek, amely szintén felhasznált vegyiterméket. A szénbányászatot kiszolgáló gépgyár, gumicsizmagyár, a gyárakat kiszolgáló erőmű, kohászati üzem stb. vegyitermék-felhasználása: a szén indirekt vegyitermék-felhasználása. Amint látjuk, az anyagszükségletek *továbbgyűrűznek*, mint a hullámok a vízbedobott kő körül. A direkt és indirekt vegyitermék-szükséglet együttesen alkotja a szénbányászat teljes anyaginput-koefficiensét, teljes vegyitermék-szükségletét. Éppen ezt határozhatjuk meg az inverz mátrix segítségével. Az inverz mátrix $\check{g}_{kl}$ eleme azt adja meg, hogy mennyi direkt+indirekt, azaz teljes felhasználás szükséges a k-adik szektor termékéből az l-edik szektor egységnyi, 1 Ft-nyi extern kibocsátásához.

E példa fényénél megértjük (3.3) közgazdasági tartalmát. Tudjuk, mennyi szén kell az extern kibocsátáshoz (pl. a háztartásokban, exportra, a készletek növeléséhez), s hasonlóképpen ismerjük a vegyipar, a gépipar és a többi szektor extern kibocsátási feladatát is. Ezt a $\mathbf{d}$ vektort megszorozva az inverz mátrixszal $(\check{\mathbf{G}}\mathbf{d})$ megkapjuk: mennyi bruttó kibocsátásra $(\mathbf{v})$ lesz szükség ahhoz, hogy valamennyi termelő ágazat ellássa egymást a szükséges anyagokkal, a továbbgyűrűzéseket is figyelembe véve, s ezenfelül fennmaradjon a kívánt $\mathbf{d}$ extern kibocsátás is.[4]

[2] A továbbiakban a $\check{}$ jelölés mindig olyan nagyságokra utal, amelyek az $(\mathbf{E}-\mathbf{G})$ mátrix inverzével kapcsolatosak. (Pl. valamely vektor szorzata ezzel az inverz mátrixszal stb.)

[3] A *direkt* és *indirekt* jelző az I-O-táblával összefüggésben nem téveszthető össze a könyvelés és utókalkuláció „direkt" és „indirekt" (rezsi, „overhead") költségfogalompárjával. A könyvben e két fogalmat általában az I-O-táblával kapcsolatban használom, s direkt ráfordításon az l-edik szektoron *belül* felmerült ráfordítást értem, indirekt ráfordításon pedig az l-edik szektorbeli tevékenység hatására *más* szektorokban felmerült ráfordítást.

[4] A magyarországi I-O-táblák invertálásáról lásd *Nyitrai V.* [139] előadását a [109] kötetben, valamint *Rácz A.* és *Újlaki Zs.* [144] cikkét.

3.2. A teljes tartalom számítások

A 3.1. szakaszban csupán a technológiai mátrix belső négyzetéről volt szó. Ez azonban nem fogja át a ráfordítások egész körét, hanem azoknak csupán egy részét. A mérleg belső négyzete a hazailag előállított termékek áramlását adja meg. A technológiai mátrix belső négyzetéhez alul további sorvektorok csatlakoznak. Ezek a termelés egyéb ráfordításait tükrözik. Az alul csatlakozó sorvektorok közgazdasági tartalma attól függ, hogy konkréten milyen I-O-tábláról van szó. Vegyük pl. az Országos Tervhivatal által a távlati tervezés céljaira összeállított táblát. Itt az említett sorvektorok l-edik komponensének közgazdasági tartalma: az l-edik szektor egységére eső importanyag-felhasználás, bérfelhasználás, értékcsökkenési leírás stb. Ezek tehát speciális technológiai koefficiensek, amelyek a belső négyzet által reprezentált rendszeren *kívüli* szférákból eredő ráfordítások, az extern ráfordítások iránti igényeket tükrözik. Minden egyes I-O-modell speciális természetétől függ, milyen extern ráfordításokat vesz figyelembe s milyen tagolásban.

Vezessük még be a következő jelölést:

$$\mathbf{U}=\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1N} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2N} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ u_{K1} & u_{K2} & \dots & u_{KN} \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

ahol $\mathbf{U}$ az u_{il} extern ráfordítási koefficiensek K soros, N oszlopos mátrixa.[5] A $\begin{bmatrix}\mathbf{G}\\ \mathbf{U}\end{bmatrix}$ mátrix, azaz a belső négyzet és az extern ráfordítások koefficiens mátrixa együttesen alkotja az I-O-modell technológiai mátrixát.

A fentiekben leírt I-O-modell a *nyílt* statikus Leontief-modellek típusába tartozik. Éppen azért nyílt, mert figyelembe veszi a rendszeren *kívüli* extern ráfordításokat és kibocsátásokat.

Képezzük az i-edik extern ráfordítási koefficiens vektor és az inverz mátrix szorzatát:

$$\check{\mathbf{u}}_i'=\mathbf{u}_i'\check{\mathbf{G}} \qquad i=1,\ \dots,\ K. \tag{3.5}$$

Az így nyert $\check{\mathbf{u}}_i'$ sorvektort az I-O-táblához tartozó i-edik teljes tartalom-koefficiens vektornak nevezzük. Mit fejeznek ki e vektor komponensei?

Legyen pl. $\mathbf{u}_1'$ a direkt bérráfordítási együtthatók sorvektora, a 4. oszlop pedig legyen a vegyipari szektor. Ez esetben u_{14} azt fejezi ki: mennyi direkt bértartalom rejlik egységnyi vegyipari termékben, kizárólag azt a bért számítva ide, amelyet e termék előállítása során magában a vegyipari szektorban fizetnek ki. Ezzel szemben $\check{u}_{14}$ a direkt bérráfordításon felül az indirekt bérráfordítást is tartalmazza: mennyi bért fizettek ki az áramtermelő szektorban az egységnyi vegyipari termékhez felhasznált árammennyiség előállításáért; továbbá a szénbányászatban, az egységnyi vegyipari termék, illetve a szükséges áram előállításakor felhasznált szénmennyiség előállításáért — és így tovább.

[5] A magyarországi I-O-számítások terminológiája ezt, nem éppen szerencsés kifejezéssel, a technológiai mátrix „alsó szárnyának" nevezi, az extern kibocsátások mátrixának megjelölésére használt „oldalszárny" analógiájára.

Mindez együttesen az egységnyi vegyipari termék teljes bértartalma. Ugyanebben az értelemben beszélünk majd teljes importtartalom-koefficiensről, teljes értékcsökkenési leírás-tartalom koefficiensről stb.

Legyen adott a d_l extern kibocsátás és hajtsuk végre a következő műveletet:

$$\check{u}_{il} d_l = \check{k}_{il} \qquad i = 1, \ldots, K, \; l = 1, \ldots, N. \tag{3.6}$$

A $\check{k}_{il}$ teljes tartalom azt fejezi ki: ha az l-edik szektor termékéből d_l extern kibocsátást akarunk, ahhoz összesen $\check{k}_{il}$ teljes extern ráfordításra van szükség, abszolút összegben, az i-edik ráfordításfajtából. A $\check{k}_{il}$ mennyiség dimenziója lehet forint, de lehet dollár, fő, tonna stb. — aszerint, hogy az $\mathbf{u}_i$ sorvektor meghatározásánál a szóbanforgó extern ráfordítást milyen mértékegységben határoztuk meg.

3.3. A szektorbontás ismérvei

A fogalmak tisztázása után térjünk rá e fejezet tulajdonképpeni tárgyára: az I-O-táblák alkalmazására a tervezésben.

A népgazdasági szintű tervezésben háromféle I-O-modellt használnak. Elsősorban aszerint különböznek egymástól, hogy mit minősítenek szektornak, azaz a Leontief-modell belső négyzetében mit kell sornak, ill. oszlopnak tekinteni.

A három fő típust, amellyel foglalkozunk, ebben a tekintetben a következők jellemzik:

Első típus. A belső négyzet sorai és oszlopai népgazdasági ágazatok (építőipar, közlekedés, mezőgazdaság); az iparon belül azonban *hatóságok*; a tervezés címzettjei. (Pl. Könnyűipari Minisztérium, Építésügyi Minisztérium.)

Második típus. A belső négyzet sorai és oszlopai a statisztikában szokásos kritériumok szerint meghatározott *ágazatok:* pl. textilipar, gépipar, növénytermelés.

Harmadik típus. A belső négyzet sorai és oszlopai *termékek* vagy termékcsoportok: pl. szén, vagy pamutszövet.

Akik nem ismerik közelebbről a tervezés problémáit, első hallásra talán nem is érzékelik, milyen jelentős eltérés van e háromféle modell között. A nyugati országok népgazdasági szintű I-O-táblái rendszerint a második típusba tartoznak: iparstatisztikai kritériumok szerint ágazatokra bontják a gazdaságot. Nálunk is ilyen elv szerint készülnek a statisztikai I-O-táblák, amelyek egy-egy elmúlt időszakról számolnak be.

Mi az oka annak, hogy a tervezésben találunk ettől eltérő táblatípusokat is?

Emlékezzünk vissza az 1. fejezetben elmondottakra, elsősorban az ott leírt termék- és erőforrás-mérlegrendszerre. A termékeket és erőforrásokat nem ágazatok, hanem hatóságok, címzettek között osztják el. Egy-egy hatóság pedig nem „tiszta" az ágazati hovatartozás szempontjából. Pl. az ország gépipari tevékenységének nagy része a Kohó- és Gépipari Minisztérium felügyelete alá tartozik. De azért más főhatóságoknak is vannak kisebb gépgyártó vállalataik. A bányagépek egy részét a bányászatot, a textilgépek egy részét a textilipart irányító minisztérium felügyelete alá tartozó kisebb gépgyárak állítják elő.

Ha egy I-O-tábla segítségével csupán prognózis készül a népgazdaság egészének fő összefüggéseire, úgy ennek nincs jelentősége. De ha a tábla segít-

ségével ténylegesen *elosztunk* erőforrásokat és termékeket, akkor nem lehet figyelmen kívül hagyni, hogy *kire* bízzuk rá egy-egy termék kibocsátását, kinek adjuk oda az erőforrásokat. A beruházási kerettel például nem egy „megfoghatatlan" gépipari, vagy építőipari ágazat gazdálkodik, hanem egy intézmény, minisztérium vagy más főhatóság, amelynek felelős vezetője van. Ez a magyarázata annak, hogy a hagyományos mérlegrendszer *oszlopaiként* hatóságok, „címzettek" jelentek meg.

Ugyanakkor a hagyományos mérlegrendszer *soraiban* már nem hatóságok, hanem termékek és erőforrások szerepelnek. A Könnyűipari Minisztérium nem kohó- és gépipari minisztériumi terméket használ fel, hanem valamilyen konkrét gépet; nem nehézipari minisztériumi terméket, hanem feketeszenet, villamos energiát stb. Magyarázata ismét az, hogy a mérlegrendszer nem csupán prognózis céljait szolgálja, hanem a gazdálkodását — a gazdaság központi vezetése valóban gazdálkodni kíván a legfontosabb termékekkel, központilag akarja megtervezni felhasználásuk legfontosabb tételeit.

Mint látjuk: *a hagyományos mérlegrendszer sorirányban termékek, oszlopirányban hatóságok szerint tagolódik. Ez nem formálható át közvetlenül olyan négyzetes táblává, amelyben a sorok is, az oszlopok is azonos elv szerint tagolódnak. Ezért jelent meg a legutóbbi években, a hagyományos tervezés kiegészítőjeként a háromféle tábla.*

Vegyük most ezeket sorra.

3.4. A hatóságok szerint bontott „sakktáblamérleg"

Azt a mérlegtípust, amelynek belső négyzete „címzettek", hatóságok szerint tagolódik, a magyar terminológia s a k k t á b l a m é r l e gnek nevezi. Rendszerint 20—40 szektoros táblák készülnek ebből a típusból.

Az évi, operatív tervezéshez már 1957 óta használnak ilyen sakktáblamérlegeket. 1959-ben megkezdődött felhasználásuk a távlati tervezésben is. Így pl. az 1961—65. évi ötéves terv kidolgozásakor összeállítottak egy tervmérleget 1965-re. Most, az újabb ötéves — 1966—1970. évi — terv kidolgozásakor hasonló mérlegtervet állítanak össze 1970-re.[6]

Ezek az I-O-táblák nemcsak termelő, hanem forgalmi szektorokat is tartalmaznak: a nagykereskedelmi vállalatok egyes csoportjai — mint a Nehézipari Minisztérium készletező vállalatai, vagy a Kohó- és Gépipari Minisztérium kohászati készletező vállalatai, ugyanezen minisztérium gépipari készletező vállalatai stb. — külön szektorokat alkotnak.

A tábla G mátrixa nem azt adja meg, mennyit *használ fel* a tervezett évben az *l*-edik szektor a *k*-adik szektor kibocsátásából, hanem azt: mennyit *szerez be* a *k*-adik szektor kibocsátásából. A belső négyzet nem a termékek termelő felhasználását, hanem a termelő szférán belüli forgalmat tükrözi. Persze, e kettő rendszerint nem esik túl messze egymástól — de azért többnyire nem is identikus, hiszen a beszerzés történhet készletnövelés céljából is, vagy megfordítva, a felhasználás végbemehet a készlet csökkentése révén is. Az esetleges időbeli eltolódás, a „lag" beszerzés és felhasználás között nem egységes a népgazdaság különböző ágaiban, s az időben nem állandó, hanem változó — s ez a változás nem olvasható le közvetlenül a tábláról.

[6] Lásd erről pl. *Augustinovics M.* [8] előadását, valamint *Morva T.* [129] tanulmányát.

Az elmondottakból következően a sakktáblamérlegből képzett g_{kl} együtthatókat, technológiai koefficienseket nem tekinthetjük kizárólag, vagy akárcsak túlnyomórészt is a termelési technológia által meghatározott nagyságoknak. Nagyságuk az alkalmazott technológián kívül a gazdaság éppen érvényes szervezeti tagolódásától, a különböző minisztériumok, hatóságok között éppen érvényes hatásköri megosztástól, a beszerzés és a felhasználás közti időbeli eltolódás változásaitól stb. is függ.

A sakktáblamérleg összeállításának legfőbb jelentősége nem is az I-O-táblákkal végzett szokásos matematikai műveletekben van (bár ezeket is elvégzik velük), hanem — bármily különösen hangzik is — a legnagyobb hatást maga az összeállítás gyakorolja. E táblát ugyanis *nem* egy korábbi időszak statisztikailag meghatározott technológiai koefficienseiből kiindulva s azokat felhasználva, esetleg némileg módosítva állítják össze. Az új mérleg összeállításának technikája egészen más, s jellemző éppen a tervgazdaság viszonyaira.

Kiindulásként ugyanis a hagyományos tervezés eredményeképpen kapott egyes előirányzatokat használják fel. Tekintsünk a mérleg sémájára — s gondoljunk vissza az 1. fejezetre, a hagyományos tervmutatószám-rendszerre. A dokumentált tervszámok között meghatározzák minden címzett összes költségét, ezen belül az anyagköltséget, bérköltséget, értékcsökkenési leírást és tiszta jövedelmet. Az anyagköltség nem más, mint a **G** belső négyzet egy-egy oszlopvektorához tartozó komponensek összege, a többi költségtétel és a tiszta jövedelem tervszámából pedig az **U** mátrix egyes sorvektorai képezhetők. A hagyományos tervmutatószám-rendszer megadja továbbá az egyes hatóságok bruttó kibocsátását, azaz a sorösszegeket. A dokumentált tervszámok némi transzformációjával meghatározható az extern kibocsátás vektora: ez levezethető a belkereskedelem, a külkereskedelem és a beruházások terveiből. A bruttó és az extern kibocsátás különbsége megadja a belső négyzet sorösszegét, a belső négyzetben szereplő sorvektor komponenseinek összegét.

Így tehát „behatároltuk" a belső négyzetet; megkaptuk az ún. peremösszegeket: alul az összes anyagfelhasználást, jobb oldalt az összes termelő felhasználásra adott kibocsátást.

A hagyományos tervmutatószám-rendszerből nem származtathatunk közvetlenül adatokat a belső négyzet, a **G** mátrix elemeire. Az eljárás itt az, hogy minden főhatóság — illetve ezek tervezőmunkáját az OT-ben irányító szakfőosztály — megadja saját oszlopának és saját sorának elemeit. Először önállóan megtervezi saját termékének elosztását a tervező főhatóságok között, továbbá saját igényeit a többi főhatóság kibocsátása iránt — de mindezt úgy, hogy eközben megmarad az előre rögzített peremösszegek (belső négyzet sorösszeg, illetve oszlopösszeg) keretei között.

Ilyenformán, első közelítésben, a táblázat minden helyére két számot, egy keresleti és egy kínálati adatot kapunk. Az adatoknak ez a kettőssége már önmagában is érdekes, mert rávilágít egyes potenciális egyensúlyzavarokra: egyes kibocsátók túlbecsülik (vagy aláértékelik) értékesítési lehetőségeiket, egyes felhasználók túlbecsülik (vagy aláértékelik) szükségleteiket.

Ezután megkezdődik a két szám egyeztetése, közvetlen tárgyalásokon. Talán nem túlságosan erőltetett, ha az egyeztetést az árutőzsde szerepéhez hasonlítom. Itt is, ott is egyetlen helyre koncentrálódik egy óriási piac kereslete és kínálata, itt is, ott is sajátos alku folyik a kereslet és kínálat egyeztetésére. A hasonlatot természetesen nem szabad eltúlozni. Más különbségekről nem is

szólva, a tervezés sajátos egyeztető „tőzsdéje" sokkal koncentráltabb, mint a tőkés gazdaság árutőzsdéje: itt kivétel nélkül minden termelő ágazat jelen van, s egy-egy termék, termékcsoport kibocsátását (ha most a külkereskedelem versenyétől eltekintünk), jóformán koncentráltan tartja kézben egy-egy hatóság. (Bár, mint említettem, ez a koncentrálás nem teljes: egyes termékeket, szolgáltatásokat párhuzamosan több hatóság is kibocsát.)

Az egyeztetés addig folyik, míg a két szám helyébe mindenütt egy kerül. Az egyeztetést, a sakktáblamérleg belső négyzetében szereplő elemek meghatározását tréfásan „sakkozásnak" nevezik a tervezők; ma már ez a munka szervesen hozzátartozik a tervezés normális menetéhez.

Mint látjuk, ez sajátos folytatása, továbbfejlesztése a hagyományos tervezés modelljének, amelyről az 1. fejezetben volt szó. Végeredményben itt is a tapogatózás, a „kísérlet és tévedés" („trial and error") módszerével oldják meg a kiinduló egyenletrendszert: a G mátrix felállítását. Itt is egy-egy tervezőrészleg felelős meghatározott egyenletekért: saját oszlopáért és soráért. A matematikai modell hivatása ebben a fázisban csupán az, hogy az egyenletrendszer felállításához egy logikus, konzekvens sémát adjon — de maga a megoldás nem matematikai úton történik, hanem a tervkoordináció hagyományos módszerével.

Tisztán kell látnunk: noha a „sakkozás" eredményeképpen a belső négyzet minden helyén csupán egy szám marad, e számok nem egyformán megnyugtatóak. Van, ahol valóban a kereslet és kínálat tényleges összhangját jelentik, de az is lehet, hogy valamilyen potenciális egyensúlyzavart rejtenek el. A tervezők esetleges mulasztásait az élet kénytelen korrigálni. Ez azonban veszteségekkel járhat: anyaghiány lép fel; az export, esetleg a lakossági fogyasztás rovására kell kielégíteni a termelő felhasználás igényeit; vagy ellenkezőleg: felesleges készletek rakódnak le.

Csak amikor a „sakkozás", a belső négyzet kitöltése már befejeződött, kezdenek hozzá a mérlegnek az input-output-analízisben szokásos feldolgozásához: kiszámítják a technológiai koefficienseket, invertálják a belső négyzetet, elvégzik a teljes tartalom-számításokat stb. Ez azután segítséget ad ahhoz, hogy a tervezés későbbi fázisaiban könnyebben számíthassanak ki új tervváriánsokat.

Láttuk tehát: itt nem a statisztikailag ismert technológiai koefficiensekből indultak ki, hogy azután ezek segítségével határozzák meg a tervidőszak G mátrixát, hanem megfordítva: a tervezett keresleti és kínálati adatokból vezettek le előbb egy G mátrixot, majd ebből számítanak koefficienseket.

Vitatható, hogy az így kapott koefficiens-táblázat végeredményben menynyire megbízható. Kétségtelen azonban, hogy ez az eljárás sokat segített bizonyos aránytalanságok előzetes feltárásában. Olcsóbb a népgazdaság számára, ha az aránytalanságok a Tervhivatal falai között, a „sakkozás" közben derülnek ki, mintha később, a vállalatok egymásközti forgalmában, a piacon realizálódnának.

3.5. Ágazati bontású mérlegek

A statisztikailag megalapozott, az iparstatisztika ágazati rendszere szerint tagolt I-O-táblák felhasználása a tervezésben jó ideig húzódott, éppen mert tagolásuk nagyon eltért a hagyományos tervezés „címzett" szemléletétől.

Most azonban az ezzel foglalkozó tervezők, statisztikusok és matematikusok kidolgoztak néhány eljárást, amely módot ad a kétféle tagolódás összekapcsolására; arra, hogy transzformálják az ágazati bontású számokat hatósági bontásúra és viszont. Az eljárás elsősorban a tervmutatószám-rendszer némi bővítését, részletezését igényli. A hatóságoknak nem csupán globálisan kell tervezniük, hanem saját előirányzataikat fel kell bontaniuk iparstatisztikai ágazatokra is, ilyenformán: Könnyűipari Minisztérium kibocsátása; ebből textilipari termelés, bőr- és cipőipari termelés, gépipari termelés, építési tevékenység stb. Így tehát a tervadatok összeállíthatók mind hatósági, mind pedig ágazati bontásban.

Ez lehetővé teszi a statisztikai I-O-táblák felhasználását a tervezésben. Most pl., az 1966—70. évi terv kidolgozása során, számításokat végeztek az 1970. évi előirányzatok ellenőrzésére. E számításokhoz kiindulásként átvették a hagyományos tervezéssel készített bruttó kibocsátási vektort és végső kibocsátási vektort, s hatósági szerkezetből átalakították ágazati szerkezetűre. Segítségükkel egész számítássorozatot végeztek el. A számítások leírásához vezessük be a következő jelöléseket:

$\mathbf{v}$ = a bruttó kibocsátás vektora, átvéve a hagyományos módon kidolgozott 1970. évi tervből;

$\mathbf{d}$ = az extern kibocsátás vektora, átvéve a hagyományos módon kidolgozott 1970. évi tervből;

$\mathbf{G}_{59}$ = az 1959. évi statisztikai adatokon alapuló technológiai koefficiens mátrix;

$\check{\mathbf{G}}_{59} = (\mathbf{E} - \mathbf{G}_{59})^{-1}$, az 1959. évi inverz mátrix;

$\mathbf{G}_{65}$ = az 1965. évi sakktáblamérlegen alapuló technológiai koefficiens mátrix;

$\check{\mathbf{G}}_{65} = (\mathbf{E} - \mathbf{G}_{65})^{-1}$, az 1965. évi inverz mátrix.

Az adatok birtokában a következő számításokat végezték:

(3.7) $$\bar{\mathbf{v}}_{59} = \check{\mathbf{G}}_{59}\mathbf{d}.$$

(3.8) $$\bar{\mathbf{v}}_{65} = \check{\mathbf{G}}_{65}\mathbf{d}.$$

(3.9) $$\bar{\mathbf{d}}_{59} = (\mathbf{E} - \mathbf{G}_{59})\mathbf{v}.$$

(3.10) $$\bar{\mathbf{d}}_{65} = (\mathbf{E} - \mathbf{G}_{65})\mathbf{v}.$$

A számítás végén összehasonlították $\mathbf{v}$-t $\bar{\mathbf{v}}_{59}$-cel és $\bar{\mathbf{v}}_{65}$-tel, valamint $\mathbf{d}$-t $\bar{\mathbf{d}}_{59}$-cel és $\bar{\mathbf{d}}_{65}$-tel.

Az összehasonlítás most folyik, az új terv kidolgozásának kezdeti fázisában. Az ellenőrző számítás néhány jelentős eltérést tárt fel; felhívta a figyelmet az első tervmérlegekben rejlő potenciális egyensúlyhiányokra. Ilyenkor azután egyenként elemzik az eltérések lehetséges okait. Pl. tényleges technológiai változások az 1959. és 1965. évi koefficiensekhez képest. Vagy: számítási hibák a $\mathbf{v}$ és $\mathbf{d}$ vektorok összeállításánál. Vagy a $\mathbf{v}$ és $\mathbf{d}$ vektorok egyes komponenseinek hibás megtervezése stb. A hibákat a tervezés ezután következő fázisaiban kell kijavítani.[7]

[7] A további részleteket lásd *Újlaki Zs.* [170] cikkében.

3.6. Termékek szerint bontott mérleg

A mérlegek egy harmadik típusa a termékek szerint bontott mérleg. A hagyományos tervmutatószám-rendszer leírásakor a mérlegek második csoportjaként ismertettem a termékmérlegeket, amelyekben a sorok termékek, az oszlopok pedig hatóságok. Az előzőkben már szóltam arról az I-O-tábláról, amely a hagyományos mérlegrendszer oszlop szerinti tagolását veszi át; most ismertetem a sorok szerinti tagolást átvevő táblát.[8]

Az Országos Tervhivatal anyagfőosztálya és tudományos osztálya kidolgozott egy 230 soros, 230 oszlopos belső négyzetű mérleget, amelyben egy-egy sor, illetve oszlop egy-egy kiemelt, az OT termékmérlegrendszer keretei között elosztott mérleges terméket, illetve termékcsoportot képviselt. A mérleg összeállítását nem „sakkozással" végezték, mint a hatóságok szerint bontott mérlegekét, hanem technológiai koefficiensekre építették. A tervezők, akik a termékmérlegeket a hagyományos tervezés keretében évről évre összeállítják, a mérleg számos tételét (de nem valamennyit) technológiai koefficiensek segítségével határozzák meg. Ezeket a tervezés magyar gyakorlatában anyagnormáknak nevezik: pl. egy tonna acél előállításához szükséges nyersvas, egy férfiöltöny előállításához szükséges ruhaszövet.

Itt is elsősorban a modell szervező szerepét kell kiemelnem. Azelőtt a mérleg nem minden tételéhez álltak rendelkezésre anyagnormák. A használt anyagnormát jórészt csupán az illetékes tervezők ismerték, de azok sem voltak dokumentálva, szakmai körökben nem vitatták meg és nem ellenőrizték. Az anyagnormák készítésének nem volt egységesen kidolgozott módszertana; egy részük statisztikailag jól megalapozott, vagy gondos mérnöki becsléseken alapuló szám volt, más részük azonban kevésbé megbízható, esetleg durva becslés. Az I-O-tábla összeállításával számos tervszám a kisegítő y kategóriából átkerül az x kategóriába, a dokumentált tervszámok közé. A termékbontású I-O-tábla reflektorfénybe állította ezeket a koefficienseket és szükségessé tette egységes módszertan szerinti feldolgozásukat.

A tábla összeállítása során valamennyi technológiai koefficienst lyukkártyára vitték. Ahol kész koefficiens nem állt rendelkezésre, ott ezt kidolgoztatták, statisztikai adatok vagy mérnöki számítások alapján, esetleg a két eljárás kombinációjával. A technológiai mátrix összeállítása után meghatározták a 230 szektoros mátrix inverzét. Ez, a szűk magyar számítástechnikai lehetőségek mellett, számítástechnikailag is jelentős feladat volt.[9]

A tábla egyik jellegzetessége, hogy — akárcsak a hagyományos tervmérlegrendszer — nem szerepelteti a G mátrixban a kis koefficienseket. Ezeket zéróval pótolja, s a kis anyagigényeket egy összegben, az extern kibocsátásra irányuló igények közé sorolja. (A végső kibocsátás azonban itt magában foglalja a 230 kiemelt terméken kívüli termelés igényeit is.)

Jelenleg folyik egy új, még részletesebb, 307 szektoros termékbontású I-O-tábla kidolgozása.

[8] Lásd erről *Döme J.—Hoós J.—Katócs A.* [39] cikkét.

[9] Igaz persze, hogy a táblázatot, megfelelő átrendezéssel, sikerült jelentős részében trianguláris mátrixszá alakítani, ami az invertálást lényegesen megkönnyítette.

3.7. A terv konzisztenciájának ellenőrzése

Az I-O-számítások, mint ismeretes, nagy szimultán egyenletrendszereket oldanak meg. A fentiekben ismertetett táblákkal is ezt teszik. De bármily nagyok is e táblák, nem oldhatják meg az *egész* hatalmas tervegyenletrendszert. Éppen ezért az I-O-technika csupán segédeszköze a tervezésnek, de nem veheti át a hagyományos tervezés összes funkcióit.

Próbáljuk kissé általánosítani, mit tettünk a leírt eljárások során. Példaképpen vegyük a második típusú, ágazati bontású táblákkal végzett ellenőrző számításokat.

Kiemeltünk a hagyományos módon megállapított tervszámok köréből, az [x, y] programból egy rész-halmazt: a bruttó kibocsátások vektorát, v-t. Bár ez a tervkoordináció idején még változó, mégis úgy tekintettük, mintha konstans lenne. Ezekután megoldottuk a következő egyenletrendszert: $\bar{\mathbf{d}} = (\mathbf{E} - \mathbf{G})\mathbf{v}$, s az így kapott $\bar{\mathbf{d}}$-t összehasonlítottuk a hagyományos tervezéssel nyert **d**-vel. Hasonlóan jártunk el akkor is, amikor kivettük a hagyományos tervszámok közül **d**-t, a végső kibocsátás vektorát, ezt, noha még változó, provizórikusan konstansnak tekintettük, s kiszámítottuk $\bar{\mathbf{v}}$-t: $\bar{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{G}}\mathbf{d}$. Utána ezt a $\bar{\mathbf{v}}$-t összehasonlítottuk a hagyományos tervezésben nyert v-vel.

Egyik eljárás sem vállalkozott arra, hogy *szimultán*, egyszerre határozza meg **d**-t is, v-t is, holott valójában ez is, az is ismeretlenje a *nagy* tervegyenletrendszernek. Az I-O-számítás csupán segítséget ad a szimultán meghatározáshoz, azzal, hogy segít feltárni az inkonzisztenciákat, a hagyományos módszerekkel végzett szimultán meghatározás során elkövetett hibákat.

3.8. Egyéb input-output-táblák

A 3.3—3.7. szakaszokban csupán az Országos Tervhivatalban kidolgozott, s a tervezésben közvetlenül felhasznált táblázatokról volt szó. A teljesség kedvéért azonban meg kell említenünk azokat a táblákat is, amelyeket más intézmények, más módszerekkel (rendszerint statisztikai adatok alapján) állítottak össze, mert számításainkhoz ezek egy részét is felhasználjuk.

A Magyarországon eddig elkészült népgazdasági és ágazati I-O-táblákról a 3.1. táblázat ad áttekintést. (Lásd a következő oldalon.)

Külön is felhívjuk a figyelmet néhány táblára.

Hatalmas méretű táblát készített az Árhivatal, amely azonban nem fogja át a társadalmi termelés egész volumenét. Egy-egy sora és oszlopa: egy-egy kiemelt termék, amelynek az a feladata, hogy egyedi adataival mintegy reprezentáljon egy szélesebb termékcsoportot. A modell segítségével, amely a népgazdaság nagy terméktömege „reprezentatív mintájának" tekinthető, főleg az árváltozások továbbgyűrűzését kívánják nyomon követni. (Részben egyes termékek vagy termékcsoportok árváltozásának hatását, másrészt az árképzési elvek módosításáért.) További tanulmányozást igényel, hogy a modell közvetlenül felhasználható-e a beruházás-gazdaságossági számításoknál alkalmazott kalkulatív árak kialakításához.

A 15—19. I-O-táblák a népgazdaság egy-egy szféráját „nagyítják ki", bemutatva kapcsolataikat a népgazdaság többi ágazatával. Felhasználásuk elősegítheti a kalkulatív árrendszer „finomítását", részletesebb bontását.

A magyar input-output-táblák

3.1. táblázat

Sor-szám	Milyen szférára terjed ki	Beszámolási év	Különleges rendeltetése	Milyen intézmény állította össze	Mérték-egysége	A technológiai mátrix belső négyzetének mérete (N)	A belső négyzetet invertálták-e	Irodalmi források
1	Népgazdaság	1957		KSH	Ft	38	igen	[186], [108], [144]
2	Népgazdaság	1959		KSH	Ft	96	igen	[187], [110]
3	Népgazdaság	1961		KSH	Ft	54	igen	[191]
4—9	Népgazdaság	1959—1964 minden évben	Évi tervek elő-készítéséhez	OT	Ft	kb. 40	igen	[129]
10	Népgazdaság	1965	Ötéves terv elő-készítéséhez	OT	Ft	45	igen	[8]
11	Népgazdaság	1970	Ötéves terv elő-készítéséhez	OT	Ft	19	folyamatban	[170]
12	Népgazdaság	1963	Anyagmérlegek tervezéséhez	OT	term. mértéke	233	igen	[39]
13	Népgazdaság	1960	Árelemzésekhez	Árhivatal	Ft	268	igen	[42], [194]
14	Népgazdaság	1960	Árelemzésekhez	Árhivatal	Ft	1300	folyamatban	[42]
15	Vaskohászat	1958		Közgazdaság-tudományi Intézet	Ft	31	igen	[157]
16	Mezőgazdaság	1959		KSH	Ft	45	igen	[24]
17	Építőipar	1959		Építéstechnikai és Gazdasági Iroda	Ft	56	igen	[66]
18	Textil-, ruházati, bőr- és cipőipar	1960		Textilipari Kutató Intézet	Ft	192	igen	[76], [149]
19	Textil-, ruházati, bőr- és cipőipar	1960		Textilipari Kutató Intézet	term. mértéke	192	nem	[76], [149]

4. A matematikai tervezés támpontjai

A 3. fejezetben tárgyalt I-O-táblák már átvezetnek szűkebb témakörünkhöz: a *matematikai* tervezési módszerekhez. A könyv következő részében ugyan többször szó lesz I-O-táblákról, a továbbiakban mégsem ezek, hanem matematikai *programozási* modellek állnak majd a tárgyalás középpontjában. Az I-O-táblák ma már a tervezés mindennapos módszerévé váltak; ugyanez még korántsem mondható el a matematikai programozásról.

Mármost mielőtt elkezdenénk a programozás problémáinak érdemleges tárgyalását, elöljáróban néhány észrevételt kell tennem a programozás — vagy általánosabban: a matematikai tervezés — és a hagyományos tervezés viszonyáról.

A hagyományos tervezés *általános felváltása* matematikai tervezéssel most vagy a közeli jövőben — merő illúzió, több okból. Egyrészt, mert a matematikai módszerek alkalmazása számos nehézségbe ütközik. Ezekről még sok szó lesz, ezért itt csupán címszavakban sorolok fel néhányat:

Minden gazdasági számítás árakkal dolgozik. Az árak azonban az eddig szokásos tervezési és gazdálkodási módszerekhez igazodtak; azokat szolgálják ki, többé vagy kevésbé megbízhatóan.

A gazdasági számításokhoz adatok kellenek. Az adatokat szolgáltató könyvelés és statisztika azonban a hagyományos tervezés igényei szerint formálódott; ezekkel van többé-kevésbé szoros összhangban.

Kevés és viszonylag kis teljesítményű számológéppel rendelkezünk. Pedig a tervezés mindennapos munkájának hatalmas tömegű számításaihoz valószínűleg a számológépekkel sokkal jobban felszerelt országok jelenlegi számolókapacitása is kevés lenne.

És végül talán a legfontosabb: kevés a matematikai módszerek alkalmazására felkészült szakember. Az ilyen irányú intézményes képzés csak nemrég kezdődött meg a magyar egyetemen; a mai szakembergárda ezen a téren jobbára autodidaktának tekinthető. A gyakorlati gazdasági vezetők, tervezők ezrei megszokták a hagyományos módszereket; ezeket ismerik s egyelőre csak ezekkel tudnak dolgozni. Egy részük idegenkedik is az új módszerektől; de az érdeklődők is keveset értenek hozzájuk, most kezdenek ismerkedni velük. Igaz, az érdeklődés rendkívül megnőtt, igen sokan járnak matematikai tanfolyamokra, számosan olvassák a matematikai-közgazdasági tárgyú (egyelőre elég kevés műből álló) magyar szakirodalmat. Mindenesetre ma még hiányoznak a matematikai módszerek tömeges, általános alkalmazásának személyi feltételei is.

Összefoglalva: a matematikai módszerek ma még idegen környezetben, a hagyományos módszerek „miliőjében" élnek. Ez számos nehézséggel jár; sokféle engedményre, kompromisszumra kényszerít.

Emellett azt is meg kell mondani: a tervezés matematikai módszereinek (legalábbis a kutatás eddigi eredményeinek színvonalán) nemcsak előnyei vannak a hagyományos módszerekkel szemben, hanem hátrányai is. (Ezekre egy későbbi összehasonlítás során még kitérünk.)

Ilyen körülmények között a hagyományos és a matematikai módszerű tervezés közötti együttműködés kialakítása tűnik a leginkább reális és célravezető törekvésnek. *A matematikai módszerek jelenlegi szerepe a legtöbb területen: a hagyományos módszerekkel készült tervek felülvizsgálata, kiegészítése, javítása. A következő lépés az lehet, hogy az új módszerek fokozatosan — egyes területeken, egyes körülhatárolt feladatok megoldásánál — pótolják a hagyományos módszereket.*

A matematikai módszerekkel történő tervezés ma még nem tud megállni a maga lábán; olyan „fogódzókra", támpontokra van szüksége, amelyeket a hagyományos módszerekkel végzett tervezés nyújt. A könyvben leírt vizsgálatokat illetően támpontokról többféle értelemben is beszélhetünk:

Minden modellnél egyenként döntöttük el, milyen mértékben tartsuk meg a mindennapos pénzügyi elszámolásban érvényes *aktuális* árakat, milyen mértékben alkalmazzuk helyettük a hagyományos tervezés keretében a beruházás-gazdaságossági számításokhoz alkalmazott *hivatalos kalkulatív* árakat, eszközlekötési tényezőt, devizaárfolyamot, általában a hivatalos kalkulatív értékeléseket— illetve milyen mértékben helyettesítsük ezeket nem hivatalos, de a matematikai módszerekkel inkább konformnak mutatkozó *saját kalkulatív* értékelésekkel.

Így pl. egyes számításainkban átvettük a „g_n" mutatóban alkalmazott eszközlekötési tényezőt, az OT által előírt devizaárfolyamokat stb. Esetenként olyankor is átvettük a kalkulatív értékelést, amikor hibátlanságáról nem voltunk meggyőződve. Átvettük, hogy összehasonlítsuk az eredményt a saját magunk által kidolgozott kalkulatív értékelések alapján kapott eredményekkel. Vagy átvettük egyszerűen azért, mert nem tudtunk jobbat találni, mert nem kívánjuk (és nyilván nem is tudjuk) néhány programozással megoldani a nyitott elszámolási problémákat.

Hasonló a helyzet a *tervelőirányzatokkal* is. Modelljeink segítségével nem tudjuk, s nem kívánjuk meghatározni a távlati tervek valamennyi számadatát. A hagyományos módszerekkel kidolgozott tervek egyes előirányzatait *adottnak* vesszük.[1] Bár ezek valójában nem konstansok, hanem — amint az 1. fejezetből kitűnt —, a tervezés időszakában még változtathatók, modelljeinkben konstansként kezeltük. A hagyományos tervből quasi-konstansként átvett adatokat a továbbiakban t e r v d i r e k t í v á k n a k nevezem.

Modelljeink természetesen különböznek majd aszerint, hogy milyen adatokat tekintenek konstans tervdirektíváknak, s melyeket változóknak. Ágazati modelljeinkben azonban egységesen, *minden esetben tervdirektívának tekintjük a nem termelő fogyasztás előirányzatait, az ezzel kapcsolatos hazai szükségletet.* Nem írjuk elő ágazati modelljeink optimalizálási feladataként a társadalmi szükségletek kielégítésének maximalizálását. *Ehelyett az ágazati modellek*

[1] Erre már utaltam a 3.7. szakaszban, az I-O-táblákkal kapcsolatban; ez azonban *általában* érvényes a matematikai tervezési módszerekre.

optimum kritériuma: minimális társadalmi ráfordításokkal kielégíteni a nemtermelő fogyasztással kapcsolatos — a tervező szervek által rögzített — hazai szükségletet. Az adott modelltől függ, hogy az általános elvet konkréten hogyan érvényesítjük: milyen formában építjük be modellünkbe a hazai fogyasztási szükségletre vonatkozó tervdirektívákat; hogyan határozzuk meg a minimalizálandó ráfordítások körét és pénzbeli elszámolását; a ráfordítás-megtakarítás lehetőségei közé soroljuk-e a külkereskedelem révén elérhető előnyöket stb., mindenesetre a különböző formákban, eltérő konkrét meggondolások alapján szerkesztett modellekben mindig ezt az általános elvet juttatjuk érvényre.[2]

Tisztában vagyok azzal, hogy ez a kutatás lényegbevágó leszűkítését jelenti. A leszűkítés azonban — a matematikai módszerek felhasználásának mai stádiumában — lényegesen megkönnyíti modelljeink megszerkesztését és gyakorlati alkalmazását.

[2] Az optimum-kritérium kérdésének ennél szélesebb vizsgálatára majd csak a 27. fejezetben térek vissza.

II. RÉSZ

Ágazati programozási modellek

A II. rész fő feladata: megvilágítani az ágazati távlati tervek matematikai programozásának alapgondolatait, alapvető eltéréseit a hagyományos tervezéstől.

Erre a célra az elvont fejtegetések helyett alkalmasabbnak látszik két konkrét példa: a pamutipari és a műszálipari programozás leírása. Minthogy minden matematikai modell összefüggő, kerek egészet alkot, a belső egység könnyebb megértése kedvéért mindkét modellt teljességében ábrázolom. A két ágazat azonban csupán példaként szerepel, s bővebb taglalásukra csak didaktikai meggondolások alapján kerül sor, ezért a szakmai részleteket, a programozással kapcsolatos adatok zömét nem közlöm. (Ezek megtalálhatók a kutatások zárójelentésében.) Noha könyvemben illusztrációként mindig a már *befejezett* ágazati programozások szerepelnek, érdemes megemlíteni, hogy e sorok írásakor összesen *40 ágazati programozási modell* előkészítése folyik. Valamennyi az 1966—70. évi távlati terv számításaihoz kapcsolódik. Az újabb modellek néhány vonásukban eltérnek ugyan a mintául szolgáló első ágazati programozásokétól, de legfontosabb jellegzetességeik azonosak.

A tárgyalást néhány ideiglenes egyszerűsítő feltevéssel leszűkítjük. A feltevéseket a könyv későbbi részeiben fokozatosan feloldjuk:

1. Feltesszük, hogy minden adat pontosan ismert. Az adatok esetleges bizonytalanságával a könyv III. része foglalkozik.

2. Mindkét ágazati modellben a ráfordítások minimalizálása az optimum-kritérium. Érvényesítésére, a ráfordítások pénzbeli elszámolására egyelőre a hivatalos kalkulatív értékeléseket alkalmazzuk. A könyv IV. része vizsgálja a ráfordítások pénzbeli számbavételének kérdéseit — ott tárgyaljuk majd, hogy mennyiben célszerű a hivatalos kalkulatív értékeléseket másokkal pótolni.

3. Kizárólag olyan döntéseket vizsgálunk, amelyek egy ágazaton belül merülnek fel. A hagyományos tervből átvett tervdirektívák biztosítják, hogy beleilleszkedjenek a népgazdasági tervbe. Egyelőre nem foglalkozunk azzal, hogyan használható fel az ágazati programozás a tervdirektívák kritikai felülvizsgálatára — erre majd az V. rész tér ki.

4. Kizárólag *szerkezeti döntésekkel* foglalkozunk. A számításokkal a távlati tervidőszak befejezésének idejére (gyakorlatilag: utolsó évére), a t e r v é v r e kialakítandó állapotot tervezzük meg. Nem vizsgáljuk a döntés időpontja és a végső állapot, a tervév közötti időszakban végbemenő tevékenységek időbeli elosztását, időbeli koordinációját, csupán a tevékenységeknek a tervidőszak végén jelentkező konzekvenciáival számolunk. (Az idővel kapcsolatos problémákat csak a könyv V. részében érintjük.)

Az ideiglenes egyszerűsítő feltevések miatt a két ágazati modellt csupán legegyszerűbb alakjában mutatom be. A valóságos számításokban több más módosított modellt is alkalmaztunk; s a modellek segítségével különböző számításokat végeztünk. Ezekről később, a III—V. részekben lesz szó.

5. Választás technológiai alternatívák között
A pamutipari modell[1]

5.1. A döntési problémák

A gazdaságossági számítás céljaira szerkesztett matematikai modell kialakításakor egyik legelső feladatunk a feleletre váró *döntési problémák* meghatározása. A modell döntési problémáinak nevezem azokat a kérdéseket, amelyek megoldására több alternatív lehetőség kínálkozik, s a modell alapján végzett számításnak kell támpontot adnia a legkedvezőbb alternatíva kiválasztásához.

A pamutipar a magyar könnyűipar legszélesebb, az export szempontjából is legjelentősebb ágazata. A hagyományos módon kidolgozott távlati terv előírta a pamutszövet-termelés jelentős arányú emelését, mind a hazai szükségletek, mind az export céljaira. A modellben sem a hazai pamutszükségleteket, sem az export előirányzatokat nem kívántuk felülvizsgálni: a pamutszövetmérleg termelési előirányzatát tehát tervdirektívának tekintettük. Ehelyett azt helyeztük vizsgálatunk középpontjába: milyen technológiai alternatívák között választhatunk az előírt pamutszövet-termelési színvonal eléréséhez?[2]

A következő szerkezeti döntési problémák állottak előttünk:

1. Milyen módon növeljük a szövetgyártást: a meglevő szövödék technikai rekonstrukciója révén, vagy pedig új szövödék építésével?
2. A jelenlegi géppark egy részénél választhatunk aközött: a gépet a régi formájában működtessük-e tovább, vagy átalakítás, kiegészítő beruházás segítségével korszerűsítsük, vagy pedig végképp leszereljük.
3. A jelenlegi géppark másik részénél csak két alternatíva kínálkozik: a gépet vagy megtartjuk vagy leszereljük.
4. Új gépek vásárlása esetén sokféle típus között választhatunk. Melyik típust válasszuk, s egy-egy típusból hányat szerezzünk be?

Ne higgyük, hogy a gazdasági vezetés „készen tálalja" a programozó közgazdász számára a döntési problémákat. A kutatónak a problémák sokaságából kell kiemelnie azokat, amelyek bizonyos értelemben egységet képeznek,

[1] A kutatás részletes adatait és eredményeit a [72] és [73] cikkek publikálták; részletes ismertetésüket a kutatás hivatalos zárójelentése közli [77].

A kutatást a Könnyűipari Minisztérium megbízásából egy munkacsoport végezte, a szerző vezetésével. Tagjai voltak: *Marcsányi Z.* és *Wellisch P.* matematikusok, *Kotányi F.* textilgyári főmérnök, *dr. Fülöp S.*, *dr. Pécsi J.* és *dr. Szabó L.* textilgyári közgazdászok. Az elektronikus gépen végzett számítást *Frey T.* irányította.

[2] Lényegében ezzel rokon döntési problémák — *technológiai* alternatívák közti választás — állott annak a matematikai programozásnak a középpontjában, amelyet a francia állami energiaiparban folytattak. (Lásd *Massé, P.* [122] tanulmányát.) Ez az egyedüli előttünk ismert matematikai programozás, amelyet valamely nyugati országban egy *egész iparág* távlati tervére vonatkozóan végeztek.

s egy közös modell keretei között vizsgálhatók. Kutatásaink közben számos megbeszélésre volt szükség a gazdasági vezetőkkel, hogy a döntési problémákat körülhatárolhassuk.

5.2. A programozási szféra

A pamutipari vizsgálat körét — nagy vonalakban — a Könnyűipari Minisztériumtól kapott megbízás határozta meg.

A pamutszövet termelése három, egymást lépcsőzetesen követő vertikumban történik: a fonodában, a szövödében és a kikészítő üzemben. Megbízatásunk értelmében csupán a középsővel, a szövéssel kellett foglalkoznunk, a másik kettővel nem. A szövést viszont nem egyetlen üzemben kellett megvizsgálnunk, hanem a minisztérium Pamutipari Igazgatóságának valamennyi vállalatában.

A szövödékben több termelő folyamatot végeznek. Mindenekelőtt a szövés közvetlen folyamatát, bár ez sem teljesen homogén jellegű. A szövőgépek ugyanis — az előállított termék, a nyerssszövet szempontjából — több csoportba sorolhatók. Egy részükkel ún. *sima* szövetet gyártanak, másik részükkel ún. *vetüléktarkázott* szövetet (pl. kockás inganyagot, zsebkendőt), míg egy harmadik kisebb csoporttal *speciális* anyagokat (klottot, frottirt stb.) állítanak elő. E csoportokon belül különböző szélességű anyagokat szőnek (pl. sima szövetet gyártanak 70 cm-től egészen 160 cm-ig).

A szövödékhez tartoznak az ún. *szövőelőkészítő* üzemek, ahol a fonodától kapott fonalat szövésre készítik elő. Az előkészítőben vertikálisan egymáshoz kapcsolódó, illetve párhuzamosan egymás mellett folyó műveletek egész sorát végzik. Sematikus áttekintésüket szolgálja az 5.1. ábra.

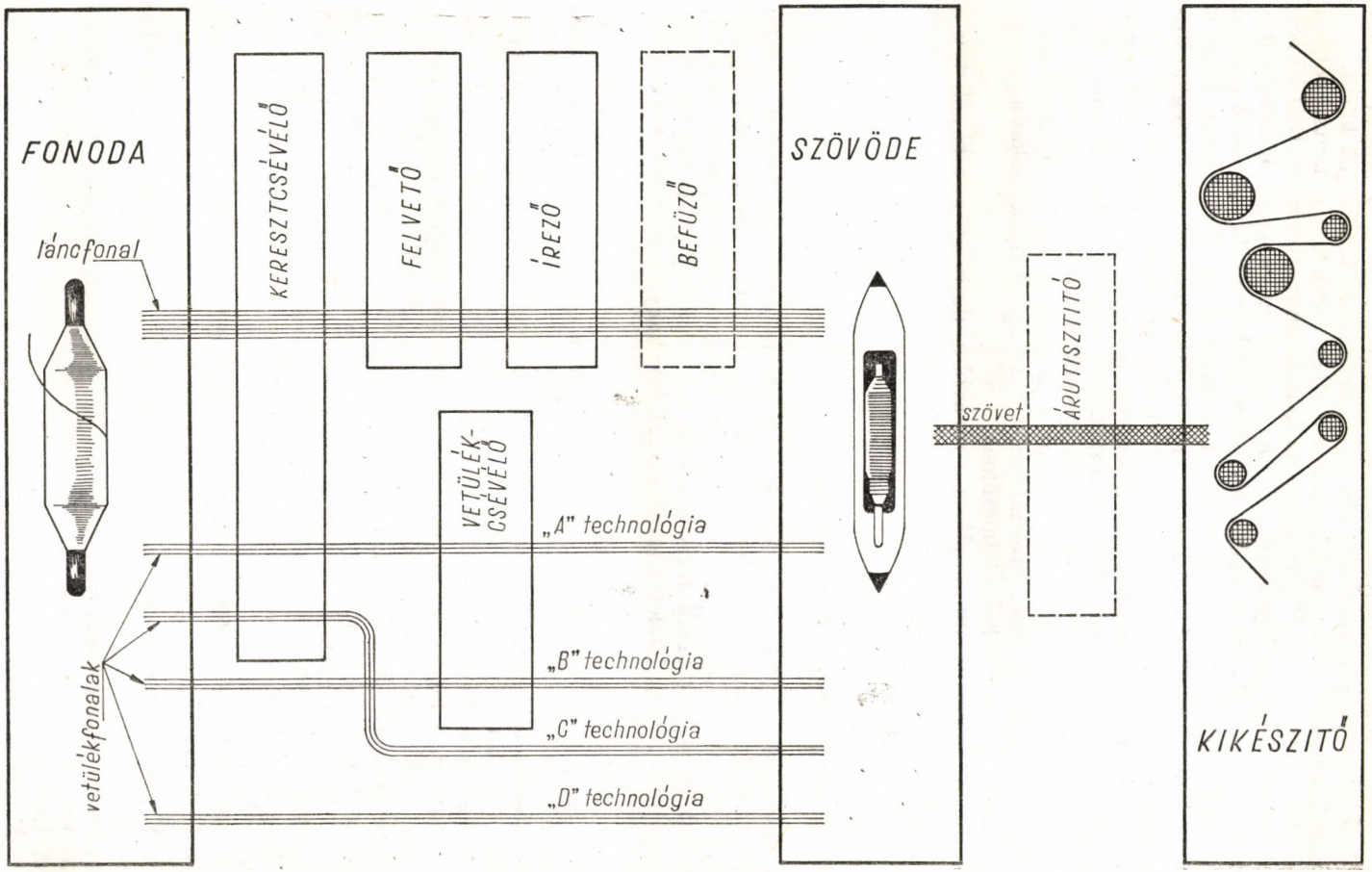
Az 5.1. ábrán jelzett műveletek közül — a szövés mellett — a négy legfontosabb előkészítő munkát emeltük ki modellünkben: a keresztcsévélést, a vetülékcsévélést, a felvetést és az írezést. Ez nem jelenti azt, hogy a többi, számításba nem vett (az ábrán szaggatott vonallal jelzett) művelet technológiailag nélkülözhető. Az említett négy művelet azonban a legtöbb, legdrágább állóalapot köti le (a többié elenyésző hozzájuk képest), ezért a beruházási döntésnél elsősorban ezekre kell figyelmet fordítanunk.

A vizsgálatba bevont termelőfolyamatokat együttesen p r o g r a m o z á s i s z f é r á n a k nevezem.

A programozási szféra nem esik szükségképpen egybe a termelés, a gazdálkodás „hivatalos" szervezeti egységeivel. Így pl. a pamutiparban szervezeti egység *1.* a szövöde (üzem) a vállalaton belül, *2.* a vállalat és *3.* az ágazat. Programozási szféránk nem fogja át az egész ágazatot, hanem annak csupán egyharmadát; lényegében a szövödéket öleli fel, de azt sem teljes egészében, mert egyes kisebb jelentőségű részlegeit számításon kívül hagyja.

A programozási szféra meghatározásakor nem a szervezeti struktúrát kell mérvadónak tekinteni, hanem azt: melyik terület képez többé-kevésbé szerves egységet a vizsgált gazdasági-tervezési probléma szempontjából.[3] Minthogy a pamut-

[3] Így pl. az alumíniumipari modell programozási szférájába soroltuk a bauxit—timföld—alumínium-termelést, amely a Nehézipari Minisztérium hatáskörébe tartozik, továbbá e termékek exportját és importját, amelyet a Külkereskedelmi Minisztérium bonyolít le. Nem soroltuk ide viszont az alumíniumipar egyes melléktermékeit, noha ezeket is a Nehézipari Minisztérium vállalatai termelik.


FONODA
láncfonal
vetülékfonalak
KERESZTCSÉVÉLŐ
FELVETŐ
ÍREZŐ
BEFŰZŐ
VETÜLÉK-CSÉVÉLŐ
„A" technológia
„B" technológia
„C" technológia
„D" technológia
SZÖVÖDE
szövet
ÁRUTISZTITÓ
KIKÉSZITŐ

5.1. ábra

szövés fejlesztésének fő irányait akartuk összevetni, ezért az látszott a legcélszerűbbnek, ha a programozási szférát a leírt módon határoljuk körül.

A programozási szféra körülhatárolása nehéz feladat. A pamutszövőipari kutatás során (de a műszálgyártási és az alumíniumipari vizsgálatnál is) sok vita előzte meg végleges kijelölését. A programozási szféra megszabásával határozzuk meg a modell „szélességét", a döntési problémák kijelölésével pedig a modell „mélységét". Nem a két feladat időrendi sorrendjét jelenti, hogy a könyvben előbb a döntési problémák, majd a programozási szféra meghatározását tárgyaltam. Mindkét munkát együttesen, párhuzamosan kell elvégeznünk. A két kérdés a legszorosabban összefügg, márcsak azért is, mert a modell méreteit végső soron számítástechnikai szempontok korlátozzák. A programozási szféra kiszélesítéséért a vizsgálat mélységében tett engedményekkel kell fizetnünk, viszont minél szűkebbre vonjuk a programozási szférát, annál részletesebben, több alternatíva figyelembevételével vizsgálhatjuk azokat a problémákat, amelyek e körön belül felmerülnek.

A tervezés sokrétű munkájában a szélesebb, de összevontabb, illetve a szűkebb, de mélyreható programozási modellekre egyaránt szükség van. Ezek kiegészítik egymást.

5.3. A tevékenységek, a modell változói

Összefoglalóan t e v é k e n y s é g e knek nevezzük a modell keretei között vizsgált gazdasági folyamatokat (pl. termelés, beruházás, építés, import). A modell alapján végzett számítás feladata megállapítani: az alternatív tevékenységek közül melyeket célszerű végrehajtani s milyen t e r j e d e l e mben. Terjedelmen a szóban forgó tevékenység méretét, szélességét, mennyiségét értjük.

A pamutszövőipari modellben szereplő tevékenységek olyan akciók, amelyek az iparág gépparkjának és épületterének meghatározott összetételét biztosítják 1965-re, a tervidőszak végére. Egy-egy akció: a meglevő gépek továbbműködtetése rendszeres nagyjavításuk biztosításával; a meglevő gépek részleges átalakítása, korszerűsítése; a meglevő gépek leszerelése; új gépek beszerzése és felszerelése; új épülettér létesítése — mindez az 1961—65. évi időszak folyamán. A modellben szereplő valamennyi tevékenység egy-egy akciót, vagy pedig több akció kombinációját foglalja magában.

A tevékenységek terjedelmét x_{jkl}-lel jelöljük. Az x_{jkl} mennyiségek: számításunk *változói*. A mértékegység: 1 darab gép. Ha pl. $x_{jkl}=1000$, ez azt jelenti: végre kell hajtani azokat a tevékenységeket, amelyek eredményeképpen 1965-ben 1000 darab gépből áll majd a *jkl*-edik g é p c s o p o r t.

Melyek egy-egy gépcsoport specifikus vonásai; milyen jellemzőkre utal a három index?

Az első jellemző: a *termék*. A programozási szféra hétféle terméket állít elő ($j=1, 2, \ldots, 7$):

1. Keskeny sima szövet. (Ezt a 136 cm-nél keskenyebb szövőgépek állítják elő.)
2. Széles sima szövet. (Ezt a 136 cm-nél szélesebb szövőgépek termelik.)
3. Vetüléktarkázott szövet.
4. Írelt fonal.
5. Felvetett fonal.

6. Vetülékcsévélt fonal.
7. Keresztcsévélt fonal.

Ez a hét „termék" valójában egy-egy szélesebb aggregátum, sokféle konkrét gyártmány együtteséből képzett termékcsoport.

A második jellemző: az *elhelyezés módja* ($k=1, 2$). Az 1. elhelyezési mód: a gép a régi, a programozás idején már létező épületben áll majd. A 2. elhelyezési mód: a gép új, ezután létesítendő épületben nyer elhelyezést. Az x_{j2l} terjedelmű tevékenységek eszerint építési akciókat is magukban foglalnak: a gépek elhelyezéséhez szükséges épületek létesítését.

A programnak választ kell adnia arra is, hogy valamely tevékenység régi vagy új üzemben menjen-e végbe, ennél közelebbi megjelölést azonban nem kell adnia a tevékenység *helyére*. Ez gyakorlatilag azt jelenti, hogy az egyes tevékenységek adatainak (beruházási költségeinek, teljesítményadatainak stb.) meghatározásakor nem egyik-másik vállalat sajátosságaiból indulunk ki, hanem az *ágazati átlagból*. A program csak azt írja elő, hogy a régi üzemek szélesszövőgépparkjából 2000 gépet le kell szerelni, s helyébe 1600 újat kell állítani, de nem határozza meg, hogy a gépcsere melyik üzemben menjen végbe.

Végül a harmadik jellemző: az azonos terméket előállító, azonos elhelyezésű gépek különböznek egymástól a *technológia* tekintetében. A j-edik termék előállítására alkalmas, k-adik módon elhelyezett gépek között többféle technológiai variáns van; számuk, n_{jk} termékenként, illetve elhelyezési módonként más és más ($l=1, \ldots, n_{jk}$).

Hosszadalmas lenne felsorolni a pamutipari modell valamennyi változóját. Ehelyett megelégszünk, szemléltetésképpen, azoknak a gépcsoportoknak a felsorolásával, amelyek az 1. terméket, a keskeny sima pamutszövetet bocsátják ki. A felsorolás előtt azonban meg kell jegyezni, hogy a régi, már 1960-ban is meglevő gépállomány legnagyobb csoportjait — a sima szövőgépeket, valamint a kereszt- és vetülékcsévélő gépeket — két-két technikai kategóriára bontottuk: a „jobb" és a kevésbé termelékeny „rosszabb" gépek kategóriájára.

1.1. Keskeny, sima szövőgépek, régi épületben elhelyezve:

1.1.1. A régi rosszabb gépek továbbműködtetése. (Továbbműködtetésen a változatlan technikai állapotban való további üzemeltetést értjük. A változatlan teljesítőképességet a szükséges időpontban végrehajtott nagyjavítások biztosítják.)
1.1.2. A régi rosszabb gépek leszerelése.
1.1.3. A régi jobb gépek továbbműködtetése.
1.1.4. A régi jobb gépek leszerelése.
1.1.5. A régi jobb gépek „gyorsítása". Ez kisebb műszaki átalakítást jelent, ami lehetővé teszi a fordulatszám jelentős emelését.
1.1.6. A régi jobb gépek automatizálása, import beruházással. (Ez esetben ún. „ráépített automata" felszerelésével korszerűsítik a gépet.)
1.1.7. Új vetélőváltós automaták felállítása. (Ez a legolcsóbb, de legkevésbé termelékeny típus.)
1.1.8. Új csévevváltós automaták felállítása. (Közepes ár, közepes termelékenység.)
1.1.9. Új vetélőnélküli automaták felállítása. (Ez a legdrágább, de legtermelékenyebb típus.)

1.2. Keskeny, sima szövőgépek, új épületben elhelyezve:

1.2.1. Új vetélőváltós automaták felállítása.
1.2.2. Új csévecseréltós automaták felállítása.
1.2.3. Új vetélőnélküli automaták felállítása.

Mint látjuk, feltételeztük (itt és a továbbiakban is): új épületben csak új sima, keskeny szövőgépet lehet elhelyezni. Kizártuk azt a lehetőséget, hogy a régi gépeket régi épületből újba helyezzék át.

A modellben szereplő tevékenységek jegyzékének összeállítása nem könnyű feladat. Itt ismét a „bőség gondjaival" kellett megküzdeni; tulajdonképpen jóval több tevékenység kerülhetne szóba: többféle a megvásárolható új géptípus, a régi gépek korszerűsítésének is számos egyéb módozata ismeretes stb. A modell méreteinek kényszerű korlátozása azonban a lista szűkítésére késztetett. A szakértőkkel folytatott vita alapján igyekeztünk a legjellemzőbb, a műszaki fejlődés alternatív irányait leginkább reprezentáló tevékenységeket építeni be a modellbe. Az előzetes szelekció során azonban nagy körültekintésre van szükség, hiszen egy lehetséges tevékenység határozott *elvetése* nem kevésbé felelősségteljes, mint egy másik elfogadása. A negatív döntés is járhat „veszteséggel". Ha ugyanis az elvetett tevékenység lett volna a valóságban az optimális megoldás, akkor ehhez képest veszteséget okoz az elfogadott, megvalósított nem optimális tevékenység.

Az x_{jkl} változók értékének meghatározásával feleltünk az 5.1. szakaszban leírt döntési problémákra:

1. mennyi új épületteret létesítsünk és milyen mértékben hajtsunk végre technikai rekonstrukciót a régi üzemekben;
2—3. mi történjék a régi gépparkkal;
4. milyen új gépeket szerezzünk be, s mennyit?

A döntési problémákra adott felelet egyszerre kvantitatív és kvalitatív. Kvalitatív, mert megszabja a tevékenységek irányát, megadja, hogy mely feladatokat kell megvalósítani s melyeket kell elvetni, de egyúttal kvantitatív is, mert megszabja, hogy mennyit valósítsunk meg egy-egy tevékenységből.

A felsorolt változók együttese — az x p r o g r a m — végeredményben megadja az egész pamutszövőipar gépparkjának összetételét, továbbá az összépülettér nagyságát egy meghatározott időpontra.

5.4. A külső korlátozó feltételek

Nem hajthatunk végre tetszőleges programot. Vannak reális adottságok, amelyekhez alkalmazkodni kell. A k o r l á t o z ó f e l t é t e l olyan adottság kifejezése matematikai formában, amely a program tetszőleges megválasztását korlátozza.

Tekintsük át a pamutipari modell korlátozó feltételeinek rendszerét. A feltételek első csoportja a programozási szféra *kibocsátási feladatait* szabályozza.

Keskeny sima szövetkibocsátási feladat

$$\sum_{k=1}^{2} \sum_{l=1}^{n_{1k}} f_{1kl} x_{1kl} = v_1, \tag{5.1}$$

ahol f_{1kl} = output-koefficiens; a kl-edik keskeny sima szövőgép egy egységének évi szövetkibocsátása, a gép teljesítőképességének normális kihasználása esetén;

v_1 = a pamutipar 1965. évi szövetkibocsátási feladatára vonatkozó tervdirektíva.

A feltételt egyenlőség formájában adtuk meg; feltételezzük, hogy a kibocsátási feladatot nem célszerű túlteljesíteni.

Analóg ezzel a következő két feltétel:

Széles sima szövetkibocsátási feladat

$$\sum_{k=1}^{2} \sum_{l=1}^{n_{2k}} f_{2kl} x_{2kl} = v_2. \tag{5.2}$$

Vetüléktarkázott szövetkibocsátási feladat

$$\sum_{k=1}^{2} \sum_{l=1}^{n_{3k}} f_{3kl} x_{3kl} = v_3. \tag{5.3}$$

A korlátozó feltételek második csoportja a programozási szféra által *felhasználható erőforrások* határait adja meg.

Bruttó beruházási keret

$$\sum_{j=1}^{7} \sum_{k=1}^{2} \sum_{l=1}^{n_{jk}} h_{jkl}^{\text{inv}} x_{jkl} \leqq w^{\text{inv}}, \tag{5.4}$$

ahol h_{jkl}^{inv} = erőforrásinput-koefficiens; a jkl-edik tevékenység egy gépegységére eső b r u t t ó b e r u h á z á s i g é n y e Ft-ban. Ez gyakorlatilag a következőket foglalja magában:

— A jelenlegi géppark továbbműködtetett gépeinél az öt év alatt felmerülő nagyjavítási költséget.

— Az új gépeknél a beszerzési és felszerelési költséget.

— A leszerelésre kerülő gépeknél a kiselejtezési érték révén keletkező bevételt. (Minthogy csökkenti a programozási szektor összköltségeit, ezért ez a bevétel negatív költségként szerepel.)

— Az új épületben elhelyezett gépek esetében építési költséget.

w^{inv} = a pamutszövőipar bruttó beruházási kerete, Ft-ban.

E korlátozó feltétel mögött a következő egyszerűsítő feltevés rejlik:

Feltételezzük, hogy a bruttó beruházás céljait szolgáló összeget szabadon oszthatjuk fel gépek nagyjavítására, korszerűsítésére, beszerzésére és új épületek létesítésére.[4]

Ez a feltevés lényeges eltérést jelent a szokásos tervezési gyakorlattól és a pénzügyi-szervezeti formáktól, amelyek elég éles határvonalat húznak az úgynevezett „felújítás" (gyakorlatilag elsősorban nagyjavítás) és a „beruházás" közé.[5]

[4] A bruttó beruházásra államilag előirányzott keretből eleve levontuk az épületek fenntartására szolgáló összeget. Mivel az építőipar népgazdaságilag szűk keresztmetszet, fel sem merülhet az a lehetőség, hogy a régi épületeket lebontsuk, s helyükbe újat emeljünk. Így viszont ezzel kapcsolatban nincs választási lehetőség, s ezért számításunkban figyelmen kívül hagyhattuk.

[5] Lásd erről az 1.1. szakaszt, valamint *Neményi I.* könyvét [132] (256—272. old.).

Tőkés viszonylatú devizakeret

$$\sum_{j=1}^{7} \sum_{k=1}^{2} \sum_{l=1}^{n_{jk}} h^{\$}_{jkl} x_{jkl} \leqq w^{\$}, \tag{5.5}$$

ahol $h^{\$}_{jkl}$ = a *jkl*-edik tevékenység egységére eső, tőkés relációjú importberuházási igény, dollárban. (Ez természetesen nulla a tőkés devizát igénybe nem vevő beruházásoknál.)

$w^{\$}$ = a pamutszövőipar tőkés relációjú devizakerete dollárban.

Minthogy az építés szűk keresztmetszete a népgazdaságnak, korlátozottnak tekintjük az építési lehetőséget is.

Építési keret

$$\sum_{j=1}^{7} \sum_{l=1}^{n_{j2}} h^{\text{ép}}_{j2l} x_{j2l} \leqq w^{\text{ép}}, \tag{5.6}$$

ahol $h^{\text{ép}}_{j2l}$ = a *j2l*-edik tevékenység egy gépegységére eső építésigény, az épület m²-ében;

$w^{\text{ép}}$ = a pamutszövőipar építési kerete, m²-re átszámítva.

A w^{inv}, $w^{\$}$ és $w^{\text{ép}}$ korlátokat tervdirektíváknak tekintettük. A következőkből indultunk ki:

A hagyományos módszerekkel kidolgozott hivatalos terv meghatározott összegeket szán beruházásra, azon belül tőkés relációjú importra és építésre.[6] *Saját programjavaslatunk nem igényelhet többet ezekből az erőforrásokból, mint amennyit a hivatalos terv erre szánt.*

Eddig kizárólag beruházási jellegű ráfordításokat tárgyaltunk. Felmerül a kérdés: nem kellene-e korlátozottnak tekinteni a pamutszövőiparban a folytonos üzemeltetéshez szükséges anyag- és élőmunka-felhasználást, az üzemeltetési ráfordítások egyik-másik kategóriáját is?

Nagy munkaerőhiány esetén indokolt lenne korlátozó feltétel formájában is előírni, hogy például a pamutszövőipar munkaerőigénye 1965-ben nem lehet több meghatározott létszámnál. Minthogy azonban e területen jelenleg nincs munkaerőhiány, ilyen korlátozó feltételt nem kellett modellünkbe beépíteni.

Nem tekintettük korlátozottnak az anyagráfordítást sem.

Más kérdés természetesen, hogy az összes üzemeltetési ráfordítással *takarékoskodni* kell. Ezt a követelményt a modell — amint majd látjuk — figyelembe veszi.

Az a tény, hogy az üzemeltetési ráfordítások közül egyet sem kellett korlátozottnak tekinteni, a pamutszövőipari modell speciális adottságaiból következik, s nem általánosítható.

[6] Könyvemben hivatalos tervnek nevezem a hagyományos módszerekkel kidolgozott tervet, amelyet a matematikai módszer segítségével felülvizsgálunk. Ez egyes esetekben már véglegesen jóváhagyott, kötelező erejű terv, más esetekben még csak a hagyományos módszerrel elkészített tervjavaslat, amely még a végleges jóváhagyásra vár.

5.5. A belső korlátozó feltételek

Miután áttekintettük azokat a korlátozó feltételeket, amelyek programozási szféránkat — mint termelőt és mint felhasználót — a „külvilággal", a népgazdasággal összekötik, most a programozási szektor „belügyeit" szabályozó feltételekre térünk rá.

A korlátozó feltételek soron következő csoportja a tervezés gyakorlatából jól ismert *anyagmérlegek*. Tartalmuk: az előkészítő mérlegek teljesítőképessége fedezze a szövödék összigényét.

Írelt fonalmérleg

$$\sum_{k=1}^{2}\sum_{l=1}^{n_{4k}} f_{4kl}x_{4kl}=\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{2}\sum_{l=1}^{n_{jk}} g_{jkl}^{(4)}x_{jkl}, \tag{5.7}$$

ahol f_{4kl} = output-koefficiens; a *kl*-edik írezőgépcsoport egy egységének évi kibocsátása, kg-ban;

$g_{jkl}^{(4)}$ = anyaginput-koefficiens; a *jkl*-edik szövőgépcsoport egy egységének évi íreltfonaligénye, kg-ban (amennyiben a gép évi termelése egyenlő az (5.1)—(5.3) feltételekben szereplő f_{jkl} output-koefficienssel).

A feltételt egyenlőség formájában adtuk meg; nincs szükség a szövőgépek által támasztott igényen felüli írelt fonalra.

Analóg ezzel a következő két mérleg.

Felvetett fonalmérleg

$$\sum_{k=1}^{2}\sum_{l=1}^{n_{5k}} f_{5kl}x_{5kl}=\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{2}\sum_{l=1}^{n_{jk}} g_{jkl}^{(5)}x_{jkl}. \tag{5.8}$$

Vetülékcsévélt fonalmérleg

$$\sum_{k=1}^{2}\sum_{l=1}^{n_{6k}} f_{6kl}x_{6kl}=\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{2}\sum_{l=1}^{n_{jk}} g_{jkl}^{(6)}x_{jkl}. \tag{5.9}$$

Némileg eltér az előbbiektől a keresztcsévélt fonalra vonatkozó feltétel. Keresztcsévélt fonalat ugyanis a pamutszövőiparon kívüli szféra, a gyapjúipar, a kötszövőipar stb. is igényel.

Keresztcsévélt fonalmérleg

$$\sum_{k=1}^{2}\sum_{l=1}^{n_{7k}} f_{7kl}x_{7kl}=\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{2}\sum_{l=1}^{n_{jk}} g_{jkl}^{(7)}x_{jkl}+v_7, \tag{5.10}$$

ahol f_{7kl} = a *kl*-edik keresztcsévélőgép évi kibocsátása, kg-ban;

$g_{jkl}^{(7)}$ = a *jkl*-edik szövőgép évi keresztcsévélt fonaligénye, kg-ban;

v_7 = az extern kiszállítási kötelezettség keresztcsévélt fonalból. Ez tervdirektíva.

A (5.7)—(5.10) korlátozó feltételek az előkészítők és a szövödék közötti *általános* arányosságot biztosítják. Ezen túlmenően azonban szükség van bizonyos *speciális* arányosságok biztosítására is. Az automata szövőgépek teljesítő-

képességét ugyanis számszerűen úgy határoztuk meg, hogy eközben feltettük: nem bármilyen, hanem kiváló minőségű fonalat szolgáltató, korszerű előkészítő gépektől kapják a fonalat. Ezt speciális feltételek formájában rögzítettük le, amelyek előírták, hogy a korszerű előkészítő gépek által szolgáltatott fonal ne legyen kevesebb, mint az automata gépek igénye. Részletes leírásuktól, a rövidség kedvéért, eltekintek.

A korlátozó feltételek következő csoportja a programozáskor fennálló, az előző időszaktól örökölt állapotot, a „*status quo*"-t fejezi ki, amelyet természetesen számba kell venni, amikor a további teendőket meghatározzuk.

Mindenekelőtt adottak a jelenlegi épületek. Azoknak a gépeknek a helyigénye tehát, amelyeket a régi épületekben kívánunk elhelyezni, nem lépheti túl a jelenlegi épülettér határait.

A régi üzemterület korlátja

$$\sum_{j=1}^{7} \sum_{l=1}^{n_{j1}} h_{jl1}^{\text{ter}} x_{jl1} \leqq w^{\text{ter}}, \tag{5.11}$$

ahol h_{jl1}^{ter} = a $jl1$-edik tevékenység egy gépegységének a régi üzemterületre vonatkozó helyigénye m^2-ben;

w^{ter} = az összes régi üzemterület m^2-ben. Ez tényadat, amelynek nagyságát külön felméréssel tisztáztuk.

Adott továbbá a régi géppark is, amelyről a programnak rendelkeznie kell: a régi gépeket vagy továbbműködtetjük, vagy — ha van ilyen tevékenység a modellben — korszerűsítjük, vagy leszereljük.

Példaként a keskeny, sima szövőgéppark elosztását szabályozó első feltételeket ismertetjük.

A régi keskeny sima szövőgéppark elosztása

$$x_{111} + x_{112} = H_1, \tag{5.12}$$

$$x_{113} + x_{114} + x_{115} + x_{116} = H_2, \tag{5.13}$$

ahol H_1 = a régi, „rosszabb" keskeny sima szövőgéppark állománya;

H_2 = a régi, „jobb" keskeny sima szövőgéppark állománya.

Az (5.1)—(5.13) feltétel, illetve a hasonló többi feltétel alkotja együttesen a modell korlátozó feltételi rendszerét. Végeredményben összesen négyféle feltételtípussal találkoztunk:

I. extern kibocsátási kötelezettségek,
II. a ráfordítások korlátai,
III. belső arányosságok,
IV. a „status quo" adottságai.

Ehhez kapcsolódik végül még az a kikötés, hogy a változók értéke nem lehet negatív:

$$x_{jkl} \geqq 0 \qquad \begin{matrix} l = 1, \ldots, n_{jk}; \\ j = 1, \ldots, 7; \\ k = 1, 2. \end{matrix} \tag{5.14}$$

5.6. A célfüggvény

A számítás feladata: kiválasztani a korlátozó feltételeket kielégítő programok halmazából az optimálisat. Optimum-kritériumunk közgazdasági tartalma (amint azt már a 4. fejezetben jeleztem): *az adott tervdirektívaként rögzített kibocsátást minimális társadalmi ráfordítással kell teljesíteni.* A társadalmi ráfordítást pénzben, forintban mérjük. A célfüggvény:

$$(5.15) \qquad C(x) = \sum_{j=1}^{7} \sum_{k=1}^{2} \sum_{l=1}^{n_{jk}} C_{jkl}(x_{jkl}) = \sum_{j=1}^{7} \sum_{k=1}^{2} \sum_{l=1}^{n_{jk}} c_{jkl} x_{jkl} \longrightarrow \text{minimum!}$$

ahol C = a programozási szféra költségfüggvénye.
C_{jkl} = a jkl-edik változó költségfüggvénye.
c_{jkl} = a jkl-edik változó egységköltsége.

A pamutszövőipar költségei a valóságban számos tényezőtől függnek, pl. a termelés volumenétől és cikk szerinti összetételétől, a fonalelőkészítés minőségétől. E tényezők azonban kívül estek vizsgálatunk körén. A korábban már leírt (valamint más, a zárójelentésben ismertetett) feltevések alapján a termelés volumenét, a cikkösszetételt, a technológia egyes jellemzőit *adottnak* tekintettük. *Figyelmünket kizárólag azokra a költségekre fordíthatjuk, amelyek nagysága a programban meghatározott tevékenységek, akciók terjedelmétől függ.* A költségeknek ezt a csoportját nevezzük a programtól függő költségeknek. Az (5.15) célfüggvényben szereplő költségek kizárólag ezeket foglalják magukba. Ide soroltuk a következőket:

1. Az új gépek beszerzési ára, az új gépek felszerelési költsége és a régi gépek átalakítási, nagyjavítási költsége.
2. Az új üzemépület létesítésének építési költsége.
3. Az új épületben meginduló termeléshez szükséges kiegészítő beruházási költségek.

Ez a három tétel képezi együttesen a *beruházási költségeket.*

4. A gépek nagyjavítási költsége.
5. A bérköltségek olyan munkaköröknél, ahol a létszám a géptípustól függ (közvetlen gépkiszolgálók, lakatosok, alsó fokú műszaki vezetők).
6. Az általános költségek (rezsiköltségek) körében elszámolt rezsibérek általában nem tartoznak a programtól függő költségek körébe. Ez alól egy esetben kell kivételt tenni. Az iparág összes rezsi-bérköltsége ugyanis más, ha ugyanazt a volument a meglevő régi üzemek szolgáltatják s más, ha mellé jük új gyárakat is létesítünk, ahová új, közvetett létszámot kell beállítani. Itt tulajdonképpen olyan költségösszefüggésről van szó, amely nem kezelhető pontosan lineáris modellben. Új üzem létesítése esetén feltétlenül szükséges meghatározott mennyiségű rezsi-bérköltség (pl. az igazgató vagy a portás fizetése stb.). Ez a fix költség, egy gépegységre számítva, annál kisebb lesz, minél nagyobb az új üzem. Mi, a modell linearitásának megőrzése kedvéért, kénytelenek voltunk ettől a nem lineáris összefüggéstől eltekinteni. Minden új épületben elhelyezett gépre azonos többletrezsibért számítottunk.[7]
7. A gépek meghajtásához szükséges villamos energia költsége.

[7] Előzetesen megbecsültük, milyen terjedelemben kerülnek be az optimális programba az új épület létesítését előirányzó tevékenységek, s a többlet-rezsibért erre a *feltételezett* üzemnagyságra számítottuk ki. A programozás alapján *kapott* és az előzetesen *feltételezett* üzemnagyságokat utólag összehasonlítottuk. Kitűnt, hogy feltételezéseink megközelítően jók voltak; az egyszerűsítés nem okozott számottevő hibát.

8. Azok a segédanyag- és karbantartási anyagköltségek, amelyek nagysága a géptípustól függ.

9. A közvetlen anyagköltségek általában nem tartoznak a programtól függő költségek közé. Ennek megfelelően nem kellett ide sorolni a lekötött forgóalapok utáni kamatterhet sem; adott volumen és cikkösszetétel mellett ez is megközelítően konstansnak tekinthető. Ezzel szemben a programtól függő költségek közé számítottuk az egyes szövőgéptípusoknál jelentkező hulladékköltség-többletet.

A felsorolás 4—9. pontjában említett tételek együttesen alkotják az *üzemeltetési költségeket*.[8]

Amint a (5.15) képletből kitűnik: feltettük, hogy a programtól függő költség nagysága arányos a tevékenység terjedelmével, célfüggvényünk *lineáris*. Itt csupán utalok a linearitási feltevésre; jogosultságáról később lesz szó.

A tényleges pamutipari programozás során párhuzamosan többféle célfüggvénnyel számoltunk. Az eddig elmondottakban (a programtól függő költségek köre, linearitás) valamennyi megegyezett, de különböztek egymástól a kalkulatív értékelésekben (eszközlekötési tényező, devizaárfolyam stb.). Az alkalmazott célfüggvénytípusok egyike, közgazdasági tartalmát tekintve, szoros rokonságban van a hagyományos tervezés beruházás-gazdaságossági képletével, a „g_n" mutatóval. Lényegében azokat a hivatalos kalkulatív értékeléseket alkalmazza, mint az említett mutatószám. Itt most csak ezt a típust említem:

$$c_{jkl} = \gamma p_{jkl} + r_{jkl} \qquad \begin{matrix} l=1, \ldots, n_{jk}; \\ j=1, \ldots, 7; \\ k=1, 2, \end{matrix} \tag{5.16}$$

ahol p_{jkl} = a *jkl*-edik tevékenység egységére jutó beruházási költség (lásd a fenti besorolás 1—3. pontját);

γ = az eszközlekötési tényező, számszerű nagysága 0,2;

r_{jkl} = a *jkl*-edik tevékenység egységére jutó üzemeltetési költség (lásd a fenti felsorolás 4—9. pontját).

A kalkulatív értékelések részletes elemzésére a könyv IV. részében kerül sor.

5.7. A feladat matematikai összefoglalása

Jelöljük a korlátozó feltételek számát m-mel, a gazdasági tevékenységeket reprezentáló változók számát pedig N-nel. Az egyenlőtlenség formájában megadott feltételeket maradékváltozók bevezetésével egyenlőségekké alakítjuk át.[9] Alsó korlát esetén a maradékváltozó, amelynek együtthatója

[8] A nagyjavítási költséget a bruttó beruházási keretből kell fedezni, ezért az (5.4.) korlátozó feltétel szempontjából beruházási költségnek számít. A felmerülés időpontja szerint azonban nyilván nem *iniciális* beruházási költség, hanem *folytonos* üzemeltetési költség. Ezért a célfüggvénybeli együttható képzésekor az üzemeltetési költségek közé kell sorolnunk.

[9] Így pl. az i-edik feltételt eredetileg a következő formában adtuk meg:

$$\sum_j \sum_k \sum_l a_{ijkl} x_{jkl} \leqq b_i .$$

Az x_i maradékváltozó bevezetése után a következő egyenlőséghez jutunk:

$$\sum_j \sum_k \sum_l a_{ijkl} x_{jkl} + x_i = b_i .$$

-1, a korlát túllépésének terjedelmét jelzi. Felső korlát esetén a maradékváltozó, amelynek együtthatója $+1$, a korlát igénybe nem vett részének terjedelmét adja meg. Jelöljük a maradékváltozók számát M-mel. Ez esetben n, a modell összes változóinak száma:

$$n = N + M. \tag{5.17}$$

Vezessük be a következő vektor-, illetve mátrixjelöléseket:

a_{ih} = az i-edik korlátozó feltételben a h-adik változó mellett szereplő együttható.
$\mathbf{A}$ = az a_{ih} együtthatók m soros és n oszlopos mátrixa.
b_i = az i-edik korlátozó feltétel jobb oldalán szereplő konstans korlát.
$\mathbf{b}$ = a b_i korlátok m komponensből álló vektora.
c_h = a h-adik változó egységköltsége.
$\mathbf{c}'$ = a c_h egységköltségek sorvektora.
x_h = a h-adik változó terjedelme.
$\mathbf{x}$ = az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ terjedelmekből, mint komponensekből álló oszlopvektor, a program.

E jelölések bevezetése után feladatunkat így fogalmazhatjuk meg:

A megengedett, azaz az

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geqq \mathbf{0} \tag{5.18}$$

feltételeknek eleget tevő vektorok közül meghatározandó az az $\mathbf{x}^*$ vektor (optimális program), amelynél a $\mathbf{c}'\mathbf{x}$ célfüggvény értéke a legkisebb:

$$\mathbf{c}'\mathbf{x}^* = \min_{\substack{\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{b} \\ \mathbf{x}\geqq\mathbf{0}}} \mathbf{c}'\mathbf{x} \tag{5.19}$$

Mivel mind a feltételi rendszer, mind a célfüggvény lineáris, *lineáris programozási feladathoz* jutottunk.

Az általános lineáris programozási feladat numerikus megoldásának legismertebb eljárása a *szimplex-módszer*.[10] A pamutipari számításoknál a szimplex-módszer némileg módosított változata került alkalmazásra.[11]

5.8. A pamutipari programozás gyakorlati eredményei

Röviden beszámolok a pamutszövőipar programozása alapján levonható gyakorlati következtetésekről, amelyek tanúsítják, hogy a beruházások programozása *gyakorlatilag hasznosítható* javaslatokhoz vezet.

Javaslataink előterjesztésekor felhívtuk a figyelmet arra, hogy számításunk kizárólag a beruházási politika, a műszaki fejlesztés *fő irányait* képes meghatározni, s nem adhat útmutatást az aprólékos részletekben.

[10] A lineáris programozás irodalmából csupán néhány összefoglaló jellegű munkát említek: *Charnes, A.—Cooper, W. W.—Henderson, A.* [19], *Gass, S.* [43], *Hadley, G.* [49] és *Karlin, S.* [63] könyvét. A lineáris programozás magyar nyelvű standard munkája *Krekó B.* [90] könyve.

[11] A felhasznált eljárást *Frey T.* írta le a [77] tanulmányban. Egyébként a pamutipari számítás volt az első, viszonylag nagyobb méretű lineáris programozási feladat, amelyet Magyarországon elektronikus számológép segítségével megoldottak.

A következőkben összehasonlítjuk számításaink eredményeit és a hivatalos terv, vagyis az 1960. június 1-én érvényes előirányzatokat. Itt is kizárólag a fő irányok összehasonlítására törekedtünk, mellőzve a részletek vizsgálatát.

A programozás egyik fő tanulsága: *az építést a lehető legkisebbre kell szorítani. A többtermelést lehetőség szerint építés nélkül, a meglevő szövödék rekonstrukciója és bővítése révén kell megoldani.* Számításunk — amint az az 5.1. táblázatból látható — teljes mértékben igazolta ezt az irányelvet, amelyet korábban már számos hivatalos dokumentum a Szovjetunióban és Magyarországon is kiemelt.

5.1. táblázat

A gépberuházás és az építés aránya a pamutiparban

	A hivatalos program szerint (%)	A javasolt program szerint (%)
Az összes *bruttó* beruházásból:		
nettó gépberuházás	54,0	89,5
gép-nagyjavítás	19,5	9,3
építés	26,5	1,2

A gépcsere vagy új építés gazdaságosságának szemléltetőbb összehasonlítása céljából elvégeztünk egy számítást. Kidolgoztunk egy programot, amelynek koncepciója: megtartjuk az összes régi gépet, s a régi géppark kapacitása feletti igényt kizárólag új épületben elhelyezett új gépekkel elégítjük ki. Ez tehát a *tiszta típusa* a gépcsere nélküli többlettermelésnek. Az így kidolgozott program „megengedett program", vagyis teljesíti az összes előírt korlátozó feltételt. Költségei azonban kb. 15%-kal nagyobbak, mint a sokkal kisebb építést igénylő optimális programé.

Tisztában voltunk azzal, hogy az építés ajánlott csökkentése bizonyos nehézségeket okoz. A rekonstrukció, a gépcsere, a régi üzem átszervezése, bővítése ugyanis általában vesződséges és sokkal hálátlanabb feladat, mint egy új, eleve korszerűen épített üzem létesítése. Emiatt egyes műszaki vezetőknél tapasztalható némi húzódás a rekonstrukciótól.

Figyelembe kell azonban venni a következőket:

A régi üzemek elmaradottságát nem cipelhetjük örökös koloncként magunkkal. Időről időre el kell végezni a korszerűsítést, a műszaki rekonstrukciót, míg a rekonstruált üzemek teljesítőképessége feletti többletigényt már a korszerű épületekben elhelyezett új gépekkel biztosíthatjuk.

Köztudomású, hogy az építőipar teljesítőképessége ma szűk keresztmetszete a népgazdaságnak. Emiatt esetleg ott is csökkenteni kell az építést, ahol egyébként gazdaságos lenne. Hogyne kellene tehát ott, ahol az építést az ágazat saját gazdaságossági számítása sem jelzi célszerűnek.

Mindezek alapján javasoltuk a gépberuházás-építés arány módosítását a gépek javára.

Számításaink szerint érdemes lényegesen messzebbre menni a régi gépek kicserélésében, az automatizálásban, mint ahogyan azt a hivatalos terv előirányozta. Különösen áll ez az előkészítőre, amelynek korszerűsítése rendkívül

5.2. táblázat

A korszerű gépek által teljesített előkészítői szolgáltatás a pamutiparban

	1960 Tényleges helyzet (%)	1965 A hivatalos program szerint (%)	1965 A javasolt program szerint (%)
Írező	0	56,6	100,0
Felvető	0	52,8	100,0
Vetülékcsévélő	0	54,1	59,6
Keresztcsévélő	36,4	65,9	100,0

előnyösnek bizonyul. A hivatalos terv az előkészítő részleges rekonstrukcióját írta elő. Számításunk alapján lényegében a teljes rekonstrukciót javasoltuk. Ezt mutatja az 5.2. táblázat.

Csupán a vetülékcsévélésnél nem javasolhattunk teljes rekonstrukciót, mert a devizakeret nem tette lehetővé. Nagyobb devizakeret esetén a vetülékcsévélés teljes rekonstrukciója is bekerülne az optimális programba.[12]

A szövödékre vonatkozóan a számítások elsősorban a régi gépek felgyorsításának gazdaságosságát igazolták. Minden olyan gépet, amely megfelelő átalakítással felgyorsítható, fel kell gyorsítani.

A gépcsere és az automatizálás célszerű arányait az 5.3. táblázat mutatja be.

5.3. táblázat

A pamutipari szövőgéppark korszerűsítése

	1960 Tényleges helyzet	1965 A hivatalos program szerint	1965 A javasolt program szerint
A termelés hány %-át adja mechanikai gép	86,2	65,2	43,4
A termelés hány %-át adja automata gép	13,8	34,8	56,6
Leszerelendő szövőgépek száma		795	4943

A döntési problémák között szerepelt az a kérdés is, hogy milyen géptípusokat szerezzünk be. A számítások alapján határozottan állást foglaltunk a következő néhány vitatott kérdésben:

A régi szövőgépeket nem érdemes importból származó „ráépített" automatával korszerűsíteni.

A legkorszerűbb, de a legdrágább, vetélő nélküli automata beállítása a mi viszonyaink között jelenleg célszerűtlen.

A vetüléktarkázó szövőgépek közül a kevésbé termelékeny, de olcsóbb típust kell beszerezni.

[12] Ezt bizonyította az egyik ellenőrző számítás, amelyben feloldottuk a tőkés devizafelhasználás kötöttségét.

Az írezőgépeknél a régi gépek korszerűsítése helyett inkább új gépek beszerzésére kell törekedni.

A felvetőgépek közül a kevésbé termelékeny, de olcsóbb típust kell beszerezni.

A keresztcsévélőgépek közül a termelékenyebb (és drágább) típust kell beállítani.

Milyen forrásokból valósítható meg az eredetileg tervezettnél nagyobb arányú gépcsere és automatizálás, amikor kikötöttük — s a modell korlátozó feltételei közé vettük —, hogy a program beruházásigénye nem lehet több, mint a hivatalos terv beruházási költségeinek előirányzata?

A feladat megvalósítható a források átcsoportosítása révén:

— Az ajánlott program igénybe veszi lényegében az egész bruttó beruházási keretet. Ezen belül azonban — mint az 5.1. táblázatból is kitűnik —, lényegesen megváltoztatja a gépberuházás és az építés arányát, a gépek javára.

— Az ajánlott program nagyarányú gépcserét ír elő. Az esetek nagy részében a cserére kerülő gépeket *már* nem kell, az új gépeket pedig *még* nem kell generálozni. Ezért a bruttó beruházási keretnek csupán kis részét kell nagyjavításra fordítani. A hivatalos program szerint az összes bruttó gépberuházás 26,5%-át kellett volna nagyjavításra fordítani, a javasolt program szerint csupán 9,4%-át.

Ez is mutatja, hogy célszerű a bruttó beruházási keret előírása, mert módot ad ésszerű átcsoportosításra a „felújítási" és a (nettó) „beruházási" keret között.

— Számításunkban abból az általános követelményből indultunk ki, hogy az előkészítő termelése legyen egyensúlyban a szövödék igényével. Ennek kielégítésén túlmenően jelentős kapacitástartalékot kell biztosítani az írezőben és a felvetőben, mivel itt egy-egy gépegység sok szövőgépet szolgál ki,

5.4. táblázat

A pamutipari előkészítő kapacitása a szövöde igényének százalékában

	1960 Tényleges helyzet	1965 A hivatalos program szerint	1965 A javasolt program szerint
Írező	99	130	100
Felvető	105	122	100
Vetülékcsévélő	97	132	100
Keresztcsévélő	99	115	100

tehát komolyabb üzemzavar sok szövőgép munkáját zavarhatja meg. Ezért számításainkban az írező- és felvetőgépek hatásfokát eleve úgy határozzuk meg, hogy 16%-os kapacitástartalékot biztosítson. Minden hatodik gép mindig tartalékban van. Ennek előrebocsátása után tekintsük át az 5.4. táblázatot.

Lehet, hogy érdemes az általunk előirányzott 16%-os üzembiztonsági kapacitástartalékon (ezt jelenti a 100%-os egyensúly) *felül* is némi többletet

biztosítani.[13] Emellett a hivatalos tervben előirányzott kapacitástöbblet egy részét indokolhatja e nagy gépek „oszthatatlansága" is. Mindig legalább egy egész gépet kell beállítani ott is, ahol mondjuk, elég lenne egy gép kapacitásának háromnegyede.

Ha azonban mindezt figyelembe vesszük is, a hivatalos terv nyilvánvalóan „túlbiztosított". Ennek csökkentése indokoltnak látszik. Az aránytalanság megszüntetése jelentős beruházási összeget szabadít fel, amely ismét gépcserére, a géppark korszerűsítésére fordítható.

Végeredményben a számítások alapján javasolt optimális program kb. 15%-os megtakarítást mutatott ki a hagyományos módszerekkel kidolgozott hivatalos programhoz képest.

A Könnyűipari Minisztérium Műszaki Tanácsa megtárgyalta kutatásunk zárójelentését. Leszögezte, hogy a számítás alapján előterjesztett gyakorlati ajánlásokkal, mint követendő fő irányvonalakkal egyetért s felhívta a Minisztérium Iparfejlesztési Főosztályát, valamint a Pamutipari Igazgatóságot, hogy vegye az ajánlásokat figyelembe a tervek végleges meghatározásakor, a hivatalos előirányzatok korrekciójánál. Ez meg is történt.

[13] Túlzottan nagy kapacitástartalék azonban nem indokolható üzembiztonsági megfontolások alapján. Üzemzavar elhárítása vagy a gépek nagyjavítása általában legfeljebb néhány napos munka, ennyi kiesést pedig fedezni lehet anyagtartalékból is.

6. A termelés, az export és az import arányai A műszálipari modell[1]

6.1. A döntési problémák

Világszerte rohamosan fejlődik a műszálak gyártása. Magyarország azonban hosszú ideig kizárólag viszkózszálak gyártására szorítkozott. Az elmúlt években mind erőteljesebbé vált a hazai műszálbázis kiépítésének igénye. Az első lépések már meg is történtek, de a feladat nagy része még előttünk áll.

Mivel egy új iparág megteremtéséről van szó, az eddig kialakult helyzet kevéssé determinálja további lépéseinket; széles a választási lehetőség. Vizsgálatunkban a következő döntési problémákkal foglalkoztunk:

1. Milyen szálak és milyen intermedierek (a műszálgyártáshoz szükséges anyagok) hazai gyártását szervezzük meg s mely termékeknél rendezkedjünk be arra, hogy a hazai szükségletet tartósan import útján fedezzük?

2. Azokat a termékeket, amelyek hazai gyártását megszervezzük, milyen mennyiségben állítsuk elő? Csak hazai szükségletre, vagy exportra is?

3. Az előbbi két kérdéssel szorosan összefügg: sokféle terméket gyártsunk-e, alapvetően hazai szükségletre, vagy kevesebb fajta terméket, viszonylag nagy mennyiségben, a felesleget exportálva, a hiányzó termékeket pedig importálva? Más szóval: gazdaságpolitikánk mennyire legyen „autarkiás", illetve mennyire használjuk ki a nemzetközi munkamegosztásból, a külkereskedelemből eredő előnyöket?

4. Mi legyen a sorsa a már eddig kiépített műszáliparnak? Működtessük tovább jelenlegi formájában, fejlesszük technikailag, bővítsük, vagy szereljük le?

5. Az új termékek gyártásának megszervezésénél a kínálkozó többféle technológiai variáns melyikét honosítsuk meg? Ez legtöbbször egybeesik azzal a kérdéssel: melyik cégtől szerezzük be az új gyár berendezéseit?

Mint látjuk, a 4—5. problémakör rokon a pamutipari modell témájával: technológiák közötti választás és a meglevő kapacitások feletti rendelkezés. Vizsgálatunk köre azonban most lényegesen kibővült a termelés és a külkereskedelem alapvető arányainak meghatározásával. Végeredményben a program a műszálak termelésének és külkereskedelmének gazdasági szerkezetét tervezi meg.

A pamutiparban abból indultunk ki, hogy a pamuttermelés elérendő színvonala adott. A hazai szükséglet és az exportfeladat egyaránt tervdirektíva:

[1] A számítás modelljére a [83] tanulmány tett javaslatot, eredményeit pedig a [85] zárójelentés foglalja össze. A kutatást a Nehézipari Minisztérium megbízásából egy munkacsoport végezte, a szerző vezetésével. Tagjai voltak: *Lipták T.* és *Wellisch P.* matematikusok, *Földeák J.-né, Tardos M., Tarlós B.* és *Vidos T.* közgazdászok, valamint *Futó L., Kováts G.* és *Verden F.* vegyészmérnökök. Az elektronikus gépen végzett számítást *Frey T.* irányította.

a modellben csak a kettő összege szerepel kibocsátási feladatként. A műszáliparban ugyancsak tervdirektívának tekintettük a hazai szükségletet. A termelés tervét azonban nem vettük adottnak, hiszen azt kell meghatároznunk, hogy a hazai szükségletet milyen arányban elégítsük ki termelésből vagy importból és mit termeljünk a hazai szükségleten felül exportra.

A pamutipari modellben 5 éves tervet dolgoztunk ki, itt viszont az 1961—1975. éves időszakra szóló 15 éves terv kidolgozása volt a feladatunk. Gyakorlatilag azonban adottnak vettük az 1961—1965-ös időszakban végbement, illetve közben lezajló beruházási akciókat, s csupán az 1966—1975-ös 10 éves időszak teendőinek meghatározását tekintettük feladatunknak. De itt is csak azt vizsgáltuk — hasonlóan a pamutipari modellhez —, hogy milyen állapot alakuljon ki a tervévre, 1975-re; s hogy ehhez milyen tevékenységek szükségesek 1966 és 1975 között. A tevékenységek időbeli elosztását, ütemezését nem vizsgáltuk.

Nem vizsgáltuk az újonnan létesítendő termelő kapacitások telepítését, területi elosztását sem.

Itt említem meg: lényegében ugyanezekre a döntési problémákra felelt a *bauxit-alumíniumipari programozás* is, amely ugyancsak a termelésnek, az exportnak és az importnak az 1966—1975-ös időszakban kialakítandó arányait, valamint a technológiai választási problémákat vizsgálta. Az ágazat sajátságai következtében e modell keretében néhány további speciális problémát is elemeztünk: pl. a hazai bauxit-kihozatal kívánatos minőségi jellemzőit, más országokkal közös beruházások, állandó kooperációk célszerűségét stb. Mivel azonban a bauxit-alumíniumipari modell legfontosabb vonásai hasonlóak a műszálipari modelléhez, átfogó ismertetésétől eltekintek.[2]

6.2. A programozási szféra

A programozás által átfogott területhez tartoznak magától értetődően a műszálak: a viszkózszálak és a szintetikus szálak.[3] Problematikus volt azonban, hogy a szálgyártáshoz szükséges intermedierek közül melyiket vonjuk be a programozás szférájába; meddig menjünk vissza a száltól a kiinduló anyagokig, az olajig, a földgázig, a szénig. A modell méreteinek számítástechnikai korlátozottsága miatt nem bővíthetjük ki túlságosan a programozási szférát, csak a modell „mélységének", a választási lehetőségek részletezésének rovására.

Az intermedierekre vonatkozóan a következő elhatárolási kritériumokat állítottuk fel:

1. A programozási szférába soroljuk azokat az intermediereket, amelyek fő felhasználója a műszálgyártás. (Tehát pl. a kaprolaktámot, amelynek fő felhasználója a poliamidszál-gyártás.) Nem soroljuk ide viszont azokat, amelyeket ugyan felhasználnak a szálgyártáshoz is, de nem ez az elsődleges felhasználási területük (ez a helyzet pl. a benzollal, vagy a kénsavval).
2. Csak olyan intermediereket rekesztünk ki a programozási szférából, amelyek korlátlanul importálhatók; sem műszaki, sem természeti tényezők nem teszik lehetetlenné behozatalukat.

[2] A bauxit-alumíniumipari modell részletesebb ismertetését lásd *Martos B.—Kornai J.—Nagy A.* [119] cikkében.

[3] A „műszál" kifejezést gyűjtőfogalomként használjuk, mely magában foglalja mind a viszkóz-, mind a szintetikus szálakat.

A műszálakon és egyes intermediereken kívül a programozási szférába soroltuk a celofán gyártását is. A celofán termelése a viszkózszál gyártásával párhuzamosan, ugyanabban az üzemben folyik; a cellulóz és a késztermék közötti félkésztermék egyaránt használható celofán- és viszkózszál gyártására. Ez a szoros termelési kapcsolat indokolja a celofángyártás bevonását a programozási szférába.

A vizsgált termékek (különösen az intermedierek) körének meghatározása bizonyos fokig önkényes. Egyes termékek kihagyása, mások felvétele mellett sok pro és kontra érv hozható fel. Az önkényesség azonban többé-kevésbé elkerülhetetlen. A vegyipar rendkívül sokoldalúan összefüggő ágazat. Ha egyszer elhatározzuk, hogy a vegyipar egésze helyett csupán egy részével foglalkozunk, akkor ez elkerülhetetlenül *kiszakított* része lesz az egésznek. Ez korlátozza a számítás hatókörét, de nem lehet akadálya a munka elvégzésének. Az elhatárolás nehézségeit egyébként is enyhíti két meggondolás. Az egyik:

Számításainkban kizárólag az említett termékekkel kapcsolatban tesszük fel a kérdést: termelés vagy import; termelés csak hazai szükségletre, vagy exportra is? A termelés *költségei* között azonban számbavesszük az összes megelőző vegyi vagy nem vegyi folyamatot is. Az alábbiakban felsorolom modellünk termelő tevékenységeinek anyag- és energiaköltségei között tételesen számbavett főbb termékeket:

Aceton
Alumíniumklorid
Ammoniagáz
Benzol
Dimetilformamid
Hexantriol
Marónátron
Metilalkohol
Oleum
Paraxilol
Salétromsav
Viszkózcellulóz
Amonszulfát
Könnyűbenzin
Kén
Kénsav
Adipinsav
Etilén
Hidrogén
Propilén
Szén
Villamos energia
Vinilklorid
Hűtővíz
Permutitvíz

A másik meggondolás: a számítások eddigi menetével nem tekintettük lezártnak a vizsgálatot. A jövőben feltehetően sor kerül a számítások folytatására és akkor mód nyílik arra is, hogy a most nem vizsgált közbeeső anyagokat is bevonják a programozási szférába.

A programozás körébe soroltuk, amint ez a már vázolt döntési problémákból következik, a vizsgált termékek termelésén kívül azok exportját és importját is.

Mint a pamutipari modellnél, itt sem esik egybe a programozási szféra az igazgatás szervezeti egységeivel. A modellbe bevont termelés a vizsgálat idején a Nehézipari Minisztérium három különböző főosztályához tartozott, a külkereskedelmi tevékenységet pedig, mint ismert, a Külkereskedelmi Minisztérium tartja kézben. A probléma egysége azonban szükségessé tette, hogy az igazgatási keretektől függetlenül a fent leírt módon határoljuk körül programozási szféránkat.

6.3. A tevékenységek

A modell tevékenységeit három kritérium szerint osztályoztuk, s ennek megfelelően a tevékenységek megkülönböztetésére három indexet használtunk.

A tevékenységek első ismertetőjele: milyen *termékre* vonatkoznak. A következő termékekkel foglalkoztunk:

1. Poliamid rost.[4] (Nylon 6.)
2. Poliészter rost. (Terilén.)
3. Poliakrilnitril rost. (Orlon.)
4. Poliakrilnitril vinilklorid kopolimer rost.
5. Polipropilén selyem.
6. Polipropilén rost.
7. Viszkózselyem.
8. Viszkózrost.
9. Celofán.
10. Kaprolaktám.
11. Fenol.
12. Etilénglikol.
13. Dimetiltereftalát.
14. Akrilnitril.
15. Polipropilén.

A termékre az első index utal ($j=1, \ldots, 15$).

Az egyes termékekkel kapcsolatban háromféle tevékenységet különböztetünk meg:

1. termelés,
2. import,
3. export.

Erre utal a második index ($k=1, 2, 3$).

Az egyes termékekkel kapcsolatban többféle technológiai variánst vettünk számításba. A technológiai variánsra a harmadik indexszel utalunk ($l=1, \ldots, n_j$). Az export- és importtevékenységeknél nem szerepelnek technológiai variánsok, s ennek megfelelően harmadik index sem.

A tevékenység terjedelmét x_{jlj}-lel ($l=1, \ldots, n_j$; $j=1, \ldots, 15$); illetve x_{jk}-val ($j=1, \ldots, 15$; $k=2, 3$) jelöljük. Mértékegysége: tonna/év. A termelési változóknál: 1 kapacitás egység, amely normális üzemeltetés mellett 1975-ben 1 tonna terméket képes előállítani. A külkereskedelmi változóknál: 1 tonna termék importja, illetve exportja 1975-ben. A gazdasági tevékenységet reprezentáló, valamint a maradékváltozók együttese alkotja az **x** programot.

[4] A poliamid selyem azért nem szerepel modellünkben, mert gyártását 1965-ig kiépítik, s további bővítésére a tervek szerint nem kerül sor. Az ezzel kapcsolatos hivatalos álláspontot tervdirektívaként fogtuk fel; helyességét modellünk segítségével nem kívántuk felülvizsgálni.

6.4. A korlátozó feltételek

A korlátozó feltételek első csoportja a műszálak és a celofán, azaz a végtermékek mérlegei.

Végtermékmérlegek

$$\sum_{l=1}^{n_j} x_{jl1} + x_{j2} - x_{j3} = v_j \qquad j = 1, \ldots, 9, \tag{6.1}$$

ahol v_j = a j-edik végtermékre irányuló hazai szükséglet, 1975-ben, tonnában. Ezt tervdirektívaként vettük át a hagyományos módon kidolgozott hivatalos távlati tervekből.

A feltételek következő csoportja: az intermedierek mérlegei.

Az intermedierek mérlegei

$$\sum_{l=1}^{n_j} x_{jl1} + x_{j2} - x_{j3} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{15} \sum_{l=1}^{n_i} g_{il1}^{(j)} x_{il1} + v_j \qquad j = 10, \ldots, 15, \tag{6.2}$$

ahol $g_{il1}^{(j)}$ = intermedier-input koefficiens; az l-edik technológiával gyártott i-edik termék egy egységéhez szükséges j-edik anyag mennyisége, tonnában. Ez természetesen csak a technológiailag indokolt esetben pozitív, a többi esetben nulla.

v_j = a j-edik intermedierre irányuló külső — a programozási szférán kívüli — igény, tonnában. (Pl. kaprolaktámra szükség van a poliamid selyemtermeléshez, valamint a műanyaggyártáshoz is.) Ez tervdirektíva. Egyes intermediereknél (pl. az akrilnitrilnél, a dimetiltereftalátnál) nincs külső igény ($v_j = 0$).

Valamennyi termékmérleget — a végtermékekét és az intermedierekét is — egyenlőség formájában adtuk meg; készletképzést nem tervezünk.

A termelés növelését különböző tényezők felülről korlátozzák. Feltételeztük, hogy az export nem lehet korlátlan.

Export-korlátok

$$x_{j3} \leqq F_j \qquad j = 1, \ldots, 15, \tag{6.3}$$

ahol F_j = az exportálható mennyiség felső határa. Ezt a külkereskedelmi szakértők segítségével becslésekkel állapítottuk meg.

Egyes termékek gyártását az korlátozza, hogy a szükséges anyagok csak meghatározott mennyiségben állnak rendelkezésre. Például a polipropilén gyártásához szükséges propilén a tervidőszakban csak meghatározott mennyiségben áll majd rendelkezésre.

Polipropilén-keret

$$\sum_{l=1}^{n_{15}} x_{15,1l} \leqq z^{\text{prop}}, \tag{6.4}$$

ahol z^{prop} = a polipropilén anyagkeret. Ezt a hagyományos módon kidolgozott távlati tervből tervdirektívaként vettük át.

Korlátozottak a beruházási erőforrások.

Beruházási keret

$$\sum_{j=1}^{15} \sum_{l=1}^{n_j} h_{jl1}^{\text{inv}} x_{jl1} \leqq w^{\text{inv}}. \tag{6.5}$$

Tőkés relációjú devizakeret

$$\sum_{j=1}^{15} \sum_{l=1}^{n_j} h^{\$}_{jl} x_{jl} \leqq w^{\$}, \tag{6.6}$$

ahol h^{inv}_{jl}, $h^{\$}_{jl}$ = erőforrás input-koefficiens; az l-edik technológiával, hazailag előállított j-edik termék gyártására alkalmas kapacitásegység beruházásigénye Ft-ban, illetve — tőkés relációban — devizaigénye dollárban;

w^{inv}, $w^{\$}$ = a beruházási keret, illetve a tőkés relációjú devizakeret az 1966—1975 időszakra. Tervdirektívaként vettük át a hagyományos módon kidolgozott hivatalos távlati tervjavaslatból. Az eredeti tervjavaslatban a programozási szféra beruházásaira szánt összeget tekintettük saját modellünk beruházási keretének, illetve tőkés devizakeretének.

A feltételek utolsó csoportja a már meglevő műszálipari kapacitásokat veszi figyelembe. Példaképpen a viszkózgyártást említem. A meglevő viszkózgyártás korszerű félkésztermék-előállító berendezését egyaránt felhasználják az új viszkóz végtermék-gyártó kapacitások (az új technológiával termelt viszkózrost kivételével) és a régi végtermék-termelő kapacitások. Ez a meglevő félgyártmánytermelő kapacitás azonban korlátozott:

Viszkóz félgyártmány kapacitás

$$\sum_{j=7}^{9} \sum_{l=\text{régi}} \alpha_{jl} x_{jl} \leqq H, \tag{6.7}$$

ahol α_{jl} = félgyártmány-koefficiens. Mértékegysége: feldolgozott cellulóz per végtermék tonnában. A szumma alatti „régi" megjelölés arra utal, hogy itt csak a régi viszkóz félgyártmány-kapacitásra igényt tartó változók szerint összegezünk.

H = a meglevő félgyártmány-kapacitás. Ez tényadat.

A régi kapacitásokon folyó termelés korlátozására egyéb, hasonló feltételeket is előírtunk.

A korlátozó feltételek fő csoportjai tehát:

I. Extern kibocsátási kötelezettségek
II. Belső arányosságok
III. Külső beruházási és üzemeltetési ráfordítások korlátai
IV. Exportkorlátok
V. A régi kapacitásokkal kapcsolatos korlátok

Amint látjuk, ismét *lineáris* korlátozó feltételi rendszerhez jutottunk.

6.5. A célfüggvény

Ebben a vizsgálatban is többféle célfüggvénnyel számoltunk. Itt egyelőre a hivatalos (vagy ahhoz közelálló) kalkulatív formákat alkalmazó célfüggvénytípust ismertetem:

$$C(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{15} \sum_{l=1}^{n_j} [\gamma P_{jl}(x_{jl}) + R_{jl}(x_{jl})] + \sum_{j=1}^{15} \sum_{k=2}^{3} s_{jk} x_{jk} \longrightarrow \text{minimum!} \tag{6.8}$$

ahol C = a programozási szféra összköltsége;

γ = az eszközlekötési tényező;

$P_{jll}(x_{jll})$ = a jll-edik termelési változó beruházási költsége, x_{jll} terjedelem mellett;

$R_{jll}(x_{jll})$ = a jll-edik termelési változó üzemeltetési költsége, x_{jll} terjedelem mellett;

s_{jk} = a j-edik termék import vételára ($k=2$), illetve export eladási ára ($k=3$). Ez utóbbi negatív, hiszen az export bevétel csökkenti a programozási szféra összköltségét.

A külkereskedelmi változók költségfüggvénye lineáris, a termelési változóké nem lineáris. A nem lineáris költségfüggvényekről egy későbbi fejezet szól.

6.6. A műszálipari programozás gyakorlati eredményei

A műszálipari programozás számos gyakorlatilag hasznosítható eredményt hozott; hozzájárult az ágazat távlati tervének megalapozásához.

Az elmúlt években vita volt arról, hogy egyáltalán érdemes-e kifejleszteni Magyarországon a műszálipart. A programozás kimutatta: a fejlesztés célszerű. A szükségletek egy részének fedezése hazai termeléssel, a hazai termelés egy részének exportja, kiegészítve más termékek importjával, lényegesen előnyösebb, mint kizárólag importra berendezkedni. A hivatalos tervben erre szánt beruházási összeget érdemes teljes egészében a műszálipar fejlesztésére fordítani.

Számításunkat megelőzően vitatott kérdés volt: milyen termékek gyártására rendezkedjünk be, s milyen technológiát honosítsunk meg. Számításaink alapján állást foglalhattunk a vitákban. A programozás részletes konkrét eredményeinek ismertetésére itt nincs mód. Csupán példaként említem: kitűnt, hogy a további fejlesztésben a szintetikus, s nem a viszkózalapú szálakat kell előtérbe helyezni; érdemes kifejleszteni a poliészter és polipropilén szálak hazai gyártását stb.[5]

A számítás során legkedvezőbbnek tekintett program célfüggvényértéke kb. 12%-kal alacsonyabb, mint a hivatalos tervé. A magyar műszáltermelés és külkereskedelem általunk javasolt programja évenként több százmillió Ft-ot takaríthat meg a magyar népgazdaságnak.[6]

A kutatásra megbízást adó Nehézipari Minisztérium tudományos tanácsadó szervei elé terjesztette jelentésünket s a szakértőkkel lefolytatott viták alapján javaslatainkat — mint a műszálipar fejlesztésének fő irányvonalait — elfogadta.

[5] Állásfoglalásunk kialakításához nemcsak a fejezetben leírt modellt használtuk fel, hanem egyéb számításokat (pl. egy sztochasztikus modellt) is. Módszertani ismertetésükre a könyv későbbi fejezeteiben kerül sor.

[6] Megállapítottuk: ha a programozás során feltárt megtakarítási lehetőségeknek csupán egytizede realizálódik, akkor is *egy nap alatt* megtérül a számítás egész költsége.

7. A költségek a tevékenységek terjedelmének függvényében

7.1. A tárgyalás feladata és áttekintése

Az 5. és 6. fejezetben, az ágazati modellek első ismertetésekor nem vizsgáltuk közelebbről azt a kérdést, hogyan alakulnak a költségek a tevékenységek terjedelmének függvényében. Csupán arra utaltam — részletesebb indoklás nélkül —, hogy lineáris vagy nem lineáris függvény formájában kezeljük-e a költségalakulást. A most következő fejezet feladata a költségfüggvények némileg részletesebb tárgyalása. Szeretném kifejteni, milyen meggondolások késztettek bennünket egyik vagy másik költségfüggvénytípus alkalmazására, s milyen egyszerűsítő feltevések húzódnak meg e típusok mögött. A leírás szükségessé teszi, hogy — legalábbis néhány szempontból — áttekintsük, osztályozzuk a költségfüggvénytípusokat. Ezt azonban a fejezet *a teljesség igénye nélkül* teszi; csupán arra térek ki, ami modelljeink „hátterének" megvilágításához szükséges.[1]

A tárgyalás menete a következő:

A 7.2. szakasz valamennyi ágazati modellünk közös egyszerűsítő feltevéseit ismerteti.

A 7.3. szakasz a programozási modellekben célfüggvényként alkalmazott költségfüggvényeket osztályozza matematikai-számítástechnikai szempontból. Az osztályozással a különböző típusú célfüggvényeket jellemezzük: mennyire „kezelhetőek" az elektronikus számológépen végzett nagyobb méretű programozási feladatok végrehajtása során. Az egyes számítási eljárások részleteit itt nem ismertetjük. Az osztályozás kizárólag a közgazdász-olvasó általános tájékoztatását szolgálja arról, hogy a jelenleg ismert módszerek mellett melyik programozási feladattípus oldható meg könnyen, s melyik nehezen.

A 7.4. szakasz más nézőpontból osztályoz; a közgazdasági tartalmuk szerint különböző tevékenységcsoportokat veszi sorra (pl. termelés adott kapacitáson, termelés bővítése stb.) s jellemzi az egyes tevékenységek tipikus költségalakulását.

A 7.5. szakasz ismerteti, hogyan vettük figyelembe a műszálipari vizsgálatban a tömegtermeléssel járó előnyöket.

Végül a 7.6. szakasz a költségdegresszió jellemzésére szolgáló paraméterek számszerű meghatározásáról szól.

[1] A költségfüggvények osztályozásáról lásd még pl. *Dean, J.* művét [31], 247—348. old.; továbbá, a lineáris és nem lineáris programozási feladatokkal összefüggésben *Baumol, W. J.* [9] könyvének 5. és 6. fejezetét.

7.2. Közös egyszerűsítő feltevések

Az 5. és 6. fejezetben ismertetett modellek (s azok is, amelyekről majd a népgazdasági programozásról szóló V. részben lesz szó) sok szempontból eltérnek egymástól a költségek kezelésében. Teljesen megegyeznek azonban négy egyszerűsítő feltevés alkalmazásában. Ezek a következők:

1. Modelljeink a tevékenységek terjedelmét *folytonos* változókként kezelik. Ismeretesek ún. *diszkrét programozási* módszerek, amelyek módot adnak nem folytonos változók kezelésére programozási modellekben. Ezek az eljárások azonban számítástechnikailag jóval nehézkesebbek, mint a folytonosak. Tudomásom szerint külföldön sem alkalmaztak még valóban nagyméretű gyakorlati feladatokra diszkrét programozási modelleket. Használatukra — elsősorban szűkös számítástechnikai lehetőségeink miatt — mi sem gondolhattunk.[2] Emiatt kénytelenek vagyunk (s feltehetően még jó néhány évig kénytelenek leszünk) megelégedni folytonos változókkal, vagy ami ezzel egyet jelent: azzal a feltevéssel, hogy a tevékenységek terjedelme tökéletesen o s z t h a t ó. Vizsgáljuk meg, mennyiben tér el ez a feltevés a tényleges helyzettől?

Termelési és külkereskedelmi tevékenységeknél csak akkor beszélhetünk tökéletes oszthatóságról, ha a tevékenység által szolgáltatott (termelt, exportált, importált) termék is tökéletesen osztható. Esetünkben ilyen volt a fonal, a szövet, a műszál, a műszálgyártáshoz felhasznált vegyianyag.

A beruházási tevékenységek terjedelmét akkor tekinthetnénk tökéletesen oszthatónak, ha a tevékenységek eredményeképpen létesített új kapacitások is tetszés szerinti módon oszthatók lennének. Ez természetesen sohasem áll fenn. Gyakorlatilag azonban megközelítően oszthatónak tekinthető pl. egy új szövöde vagy fonoda felállítása, hiszen egy-egy szövő- vagy fonógép aránylag kicsi és nem drága egység, a program pedig sok ezer egység felállításáról határoz. Igaz, nem lehet 1/3 vagy 7/10 gépet felszerelni. Ha azonban az optimális program szerint netán éppen 4227,7 gépet kellene beszerezni, nyilván nem okoz problémát az eredmény felkerekítése 4228-ra, vagy akár 4230-ra.

Nem ilyen egyszerű a helyzet a műszáliparban, ahol egyes folyamatoknál, egyes technológiai fázisoknál igen nagyméretű és költséges gépegységekről van szó. Ha itt a program szerint 3,5 egységet kellene felállítani, akkor a végeredményeket érdemben módosíthatja, hogy végül is 3 vagy 4 egység mellett döntünk-e. Ez azonban nem általánosan jellemző az egész műszáliparra; s ezért, a vegyipari szakértők szerint, az oszthatóság egyszerűsítő feltevése itt sem vezet komolyabb torzításokhoz. Ha azonban a villamosenergia-termelésben vagy a vaskohászatban végeztük volna számításainkat, feltehetően sokkal nagyobbak lettek volna nehézségeink.[3]

[2] Ez már csak azért is sajnálatos, mert diszkrét változójú, illetve „kevert" (részben diszkrét, részben folytonos változókból álló) modellek alkalmazása esetén módunk lenne különböző „logikai feltételek" beépítésére a modellbe. Pl. az *A* tevékenység csak akkor hajtható végre, ha már a *B* tevékenység is szerepel a programban. Vagy: *C* tevékenység kizárja *D* tevékenység bevonását a programba és így tovább. Lásd erről pl. *Dantzig, G. B.* [27] cikkét.

[3] Paradoxonnak hangzik, de tény: az egzakt módszerek nélkül dolgozó hagyományos tervezés itt előnyben van velünk szemben, mert nem kötik merev algoritmusok, s a számológépek memóriakapacitásának korlátai. A hagyományos módszerekkel tervező szakember magától értetődően 1 vagy 2 kohót tervez, s nem másfelet. Nekünk ennek az egyszerű elvnek az érvényesítéséhez nehézkes, egyelőre gyakorlatilag nemigen alkalmazható algoritmusokat kellene igénybe vennünk.

2. Összefügg az előbbi problémával egy másik kérdés: vajon mennyire folytonos, mennyire sima a költségek változása a tevékenység terjedelmének függvényében; vannak-e itt törések, ugrások? Modelljeinkben kizárólag olyan költségfüggvényeket alkalmaztunk, amelyek folytonosak, simák (kétszer folytonosan differenciálhatók).

3. Modelljeinkben a program összes költsége az egyes tevékenységek költségeinek összege:

$$C(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} C_i(x_i). \tag{7.1}$$

Számos olyan gazdasági probléma van, amelynél e feltevés alkalmazása nem lenne jogosult.[4] A könyvemben leírt ágazati (majd később népgazdasági) távlati tervezési feladatok esetében azonban a valóság elfogadhatóan pontos megközelítését jelenti, hogy a programozási szféra összköltségét additív jellegűnek tekintjük, azaz olyan költségnek, amely az egyes konkrét gazdasági tevékenységek (termelés, beruházás, export és import) *külön-külön* felmerülő költségeinek egyszerű összegezéseképp jön létre.

4. Modelljeinkben a *korlátozó feltételi rendszer* minden esetben lineáris. (Ellentétben a célfüggvénnyel, amely egyes modellekben nem lineáris.)

E feltevés egyes összefüggéseknél magától értetődő. Emlékezzünk vissza pl. a pamutipari modellnek a régi géppark elosztására vonatkozó korlátozó feltételére. [Lásd az (5.12)—(5.13) egyenleteket.] Nyilvánvaló, hogy mondjuk az a követelmény, mely szerint a továbbműködtetett, átalakított és leszerelt gépek állományának összege legyen egyenlő az összes régi gépek számával, megfelelően kifejezhető lineáris egyenlettel (most itt eltekintve az oszthatatlansággal kapcsolatos, már említett egyszerűsítéstől).

Problematikusabb a linearitás alkalmazása a tevékenységek terjedelmének függvényében változó ráfordításokkal, illetve kibocsátásokkal kapcsolatos korlátozó feltételeknél. (Pl. a beruházási erőforrásokat korlátozó feltételek.) A linearitás itt néha kisebb, más esetekben elég nagymérvű egyszerűsítést jelent a valósághoz képest. Ennek részletezésére itt most nem térek ki, mert ez — közgazdasági szempontból — teljesen analóg a célfüggvényben figyelembe vett költségek, illetve kibocsátások problematikájával, amelyről később lesz szó. Csupán annyit bocsátok előre: még ott is megmaradtunk a linearitási feltevés mellett, ahol ez jelentős egyszerűsítést jelentett. Ismeretesek ugyan programozási eljárások arra az esetre is, ha a korlátozó feltételi rendszer, vagy annak egy része nem lineáris.[5] Ezeket azonban — minthogy számítástechnikailag nehezen kezelhetők, különösen nagy feltételi rendszer esetén — saját vizsgálatainkban nem használtuk fel. A problematikusabb esetekben igyekeztünk a korlátozó feltételek linearitására vonatkozó durvább egyszerűsítést némileg ellensúlyozni a költségalakulás pontosabb figyelembevételével a célfüggvényben.

[4] Tekintsük pl. egy üzem rövidlejáratú termelési programját. Jelöljük a program komponenseit x_i-vel ($i = 1, \ldots, n$): ezek az egyes cikkek gyártásának volumenei. Az üzem összes költsége, C, két részből tevődik össze. Az egyik rész, $\sum_i K_i$ az egyes változók nagyságától függ, a másik rész, G ezzel szemben kizárólag az üzem termelésének összvolumenétől:

$$C(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} K_i(x_i) + G\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right). \tag{7.2.}$$

Lásd a költségfüggvényeknek erről a típusáról a [78] és [79] munkákat.

[5] Lásd pl. *Karlin, S.* [63] művét.

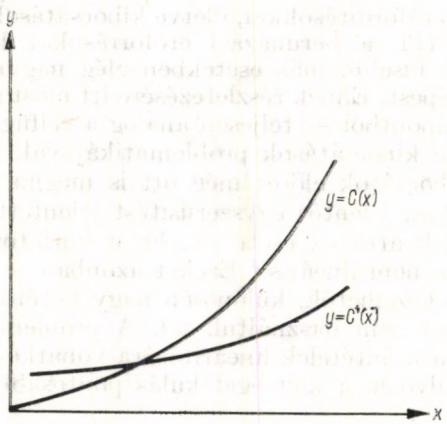
7.3. A költségfüggvények osztályozása matematika i-számítástechnikai szempontból

Ebben a szakaszban (miután az előző 4. pontban már érintettük a korlátozó feltételek problémáját) csupán a célfüggvényként alkalmazott költségfüggvényekkel foglalkozunk. Mivel a programozási szféra összes költsége (a fenti 3. feltevés alapján) az egyes tevékenységek költségeinek összegezéseképpen adódik, elegendő egy-egy tevékenység költségfüggvénytípusait tárgyalni.

A matematikai-számítástechnikai szempontból történő osztályozást a 7.1. táblázat foglalja össze. (Lásd a következő oldalon.) A továbbiakban e táblázat számozása szerint haladva teszem meg észrevételeimet.

1. Lineáris költségfüggvény. Modelljeink egy részében minden tevékenységet, más részében a tevékenységek néhány csoportját lineáris költségfüggvénnyel jellemeztük. A feltevés számos esetben pontosan, vagy legalábbis megközelítően pontosan megfelel a valóságnak. Például a szocialista országokban vásárolt importtermék behozatalának költsége valóban szigorúan arányos a behozatal volumenével, mert az árak rögzítettek, s nincsenek engedmények a tételnagyság szerint.

Más esetekben viszont a linearitás feltételezése a valóság sokkal pontatlanabb tükrözését jelenti. A modellt szerkesztő közgazdásznak ilyenkor két, egymásnak ellentmondó szempontot kell szem előtt tartania. Egyfelől: lineáris modellek kezelése matematikailag, számítástechnikailag lényegesen egyszerűbb, mint a nem lineárisaké (különösen, mint látni fogjuk, bizonyos típusú nem lineáris modelleké). Másfelől: a linearitás jogosulatlan alkalmazása eltorzíthatja a számítások eredményét. Esetenként, egyedileg kell eldönteni, mikor kell az egyik vagy a másik megfontolásnak felülkerekednie.



7.1. ábra

2. Konvex költségfüggvény. Ebben az esetben a differenciális költségek függvénye növekvő.

Az esetet a 7.1. ábra szemlélteti. Itt, valamint a 7.3. ábrán $C(x)$ jelöli a költségfüggvényt, $C'(x)$ pedig a differenciális költségfüggvényt.

A költségalakulásnak ezt a típusát a magyar szakirodalomban (főleg a német üzemgazdasági irodalom szóhasználata nyomán) költségprogresszió nak nevezik. E típus mind matematikai, mind közgazdasági szem-

7.1. táblázat

Költségfüggvény-típusok osztályozása

Jellemzések	1	2		3		
A költségfüggvény	Lineáris	Konvex		Konkáv		
A differenciális költségfüggvény	Konstans	Növekvő		Csökkenő		
Az analóg hozamfüggvény	Lineáris	Konkáv		Konvex		
Az analóg differenciális hozamfüggvény	Konstans	Csökkenő		Növekvő		
		2.1.	2.2.	3.1.	3.2.	3.3.
A számítástechnikai megoldás	Szimplex módszer, vagy ehhez hasonló, egzakt megoldást biztosító iteratív eljárás	Az eredeti, nem lineáris programozási feladat egzakt megoldása	Az eredeti, nem lineáris feladat „linearizálása"	A feladat egzakt megoldása, valamennyi csúcspont meghatározásával	A megoldás megközelítése „trial and error" módszerekkel	A feladat transzformálása diszkrét programozási problémává

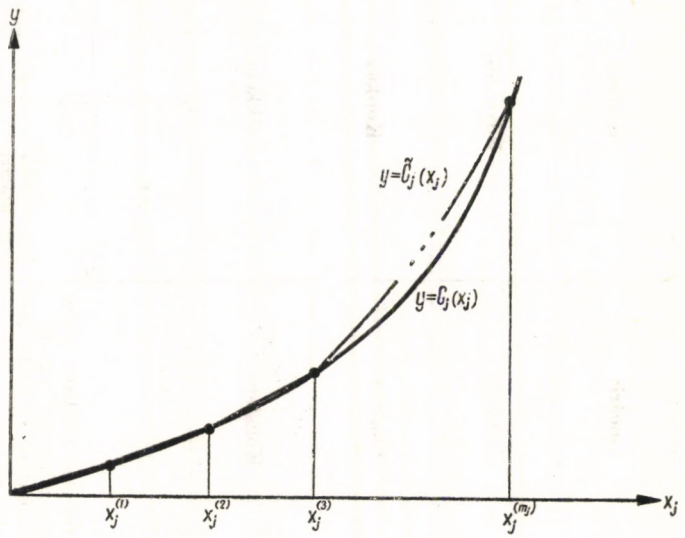
pontból analóg a konkáv hozamfüggvény, azaz a csökkenő differenciális hozamfüggvény (nyereségdegresszió) esetével.[6]

A programozási feladatoknak az az osztálya, amelyben a feltételi rendszer lineáris, s a minimalizálandó célfüggvény konvex (illetve a maximalizálandó célfüggvény konkáv), számítástechnikailag jól kezelhető. A feladat végrehajtásának két fő útja van.

2.1. Megoldjuk magát a konvex minimalizálási feladatot. Erre számos algoritmus áll rendelkezésre, köztük számítástechnikailag elég könnyen kezelhetők is.[7]

2.2. Egy fogással „linearizáljuk" a feladatot azáltal, hogy megadunk hozzá egy lineáris programozási feladatot, amelynek pontos megoldása az eredeti nem lineáris feladat közelítéseként fogadható el.[8] Az átalakítás módja lehetővé teszi, hogy a közelítést tetszőlegesen pontossá tegyük; azonban a változók számának növelésével jár együtt s ennek határt szab a kapott lineáris feladat számítástechnikailag kezelhető mérete.

a) A j-edik tevékenység $C_j(x_j)$ költségfüggvényét szakaszonként lineáris függvénnyel közelítjük, pl. úgy, hogy meghatározott, m_j számú abszcisszát veszünk fel az x_j-tengelyen: $0 < X_j^{(1)} < X_j^{(2)} < \ldots < X_j^{(m_j)}$ és az egymás után következő $(0, X_j^{(1)})$, $(X_j^{(1)}, X_j^{(2)})$, ..., $(X_j^{(m_j-1)}, X_j^{(m_j)})$ szakaszokban $C_j(x_j)$-et a megfelelő húrhoz tartozó lineáris függvénnyel pótoljuk (7.2. ábra). Az utolsó



7.2. ábra

[6] Túl keveset mondanánk azzal, ha csak „konvex" vagy „konkáv programozási feladatról" beszélnénk. Alapvető jelentősége van annak, hogy konvex *minimalizálási* feladatról van-e szó (ez a 2. típus) vagy pedig konvex *maximalizálási* feladatról (ez a 3. típus). A két feladat egymással ellentétes mind közgazdasági, mind pedig matematikai számítástechnikai szempontból. Éppen ezért könyvemben, erről szólva, mindig külön kiemelem, hogy konkáv, ill. konvex *minimalizálási* vagy *maximalizálási* feladatról szólok-e.

[7] Lásd pl. *Kuhn, H. W.—Tucker, A. W.* [92] és *Arrow, K. J.—Hurwicz, L.—Uzawa, H.* [5] műveit, valamint összefoglaló áttekintésként *Künzi, M. P.—Krelle, W.* [94] könyvét.

[8] Lásd *Charnes, A.* [18] munkáját. Az eljárás ismertetése megtalálható pl. *Vázsonyi, A.* [173] könyvében.

osztáspontot úgy vesszük fel, hogy azon túl gyakorlatilag ne lehessen szó terjedelemről. A közelítő függvény képlete:

$$(7.3)\quad \tilde{C}_j(x_j)=\begin{cases} c_j^{(1)}x_j, & \text{ha} \quad 0\leqq x_j\leqq X_j^{(1)} \\ c_j^{(2)}(x_j-X_j^{(1)})+c_j^{(1)}X_j^{(1)}, & \text{ha} \quad X_j^{(1)}\leqq x_j\leqq X_j^{(2)} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ c_j^{(m_j)}(x_j-X_j^{(m_j-1)})+c_j^{(1)}X_j^{(1)}+c_j^{(2)}(X_j^{(2)}-X_j^{(1)})+\dots+ \\ \quad +c_j^{(m_j-1)}(X_j^{(m_j-1)}-X_j^{(m_j-2)}), & \text{ha} \quad X_j^{(m_j-1)}\leqq x_j\leqq X_j^{(m_j)} \end{cases}$$

ahol

$$c_j^{(1)}=\frac{C_j(X_j^{(1)})}{X_j^{(1)}},\qquad c_j^{(2)}=\frac{C_j(X_j^{(2)})-C_j(X_j^{(1)})}{X_j^{(2)}-X_j^{(1)}},\dots,$$

$$c_j^{(m_j)}=\frac{C_j(X_j^{(m_j)})-C_j(X_j^{(m_j-1)})}{X_j^{(m_j)}-X_j^{(m_j-1)}}$$

a megfelelő linearitási szakaszokon az egyenes szakasz iránytangense. Világos, hogy $\tilde{C}_j(x_j)\geqq C_j(x_j)$, továbbá, hogy az osztópontok sűrítésével $\tilde{C}_j(x_j)-C(x_j)$ tetszőleges kicsinnyé tehető.

b) Az x_j tevékenység változó helyett m_j számú nem negatív változót veszünk fel: $x_j^{(1)}$, $x_j^{(2)}$, …, $x_j^{(m_j)}$, és az eredeti lineáris egyenlőtlenség-rendszerben x_j-t $(x_j^{(1)}+x_j^{(2)}+\dots+x_j^{(m_j)})$-vel pótoljuk, továbbá bevezetjük a pótlólagos

$$(7.4)\qquad x_j^{(1)}\leqq X_j^{(1)},\ x_j^{(2)}\leqq X_j^{(2)}-X_j^{(1)},\ \dots,\ x_j^{(m_j)}\leqq X_j^{(m_j)}-X_j^{(m_j-1)}$$

lineáris feltételeket. Az így kapott bővített lineáris egyenlőtlenség-rendszerben feleltessük meg az $x_j^{(k)}$ változónak a $c_j^{(k)}$ célfüggvény-együtthatót és oldjuk meg a

$$(7.5)\qquad \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m_j}c_j^{(k)}x_j^{(k)}\to\min!$$

célkitűzésű lineáris programozási feladatot.

Mivel a programozás célfüggvénye a költségek minimalizálását írja elő, bizonyos, hogy az optimális program mindig előbb az olcsóbb lehetőséget meríti ki, s csak akkor veszi igénybe a drágábbat, ha az olcsóbbak már nem elegendők a korlátozó feltételek teljesüléséhez. A célfüggvény e tulajdonságát kihasználva automatikusan teljesül az a követelmény, hogy az optimális programban $x_j^{(2)}$ csak akkor lehet pozitív, ha már $x_j^{(1)}=X_j^{(1)}$. Hasonlóképpen $x_j^{(3)}$ csak akkor szerepelhet a programban pozitív értékkel, ha $x_j^{(1)}+x_j^{(2)}=X_j^{(2)}$ stb.

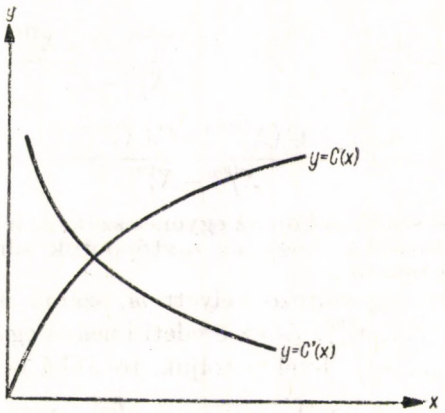
Eddigi számításainkban előnyben részesítettük a 2.2. módszert, a konvex költségfüggvény linearizálását, a 2.1. módszerrel, a konvex minimalizálási feladat közvetlen megoldásával szemben. A jövőben azonban sor kerülhet a 2.1. módszerek alkalmazására is; számítástechnikailag ennek nincs különösebb akadálya.[9]

[9] Noha az irodalom bőven kínál „elegáns" megoldásokat a 2.1. feladathoz, ezek kevéssé csábítóak a közgazdász számára, mert — legalábbis a távlati tervezésben — nem a költségprogresszió, hanem a degresszió jelenti az igazán „izgalmas" problémát. Sajnos, mint látni fogjuk, ez utóbbihoz nem kínál ugyanilyen jól kezelhető algoritmusokat az irodalom.

3. Konkáv költségfüggvény. Ebben az esetben a differenciális költségek függvénye csökkenő. Az esetet a 7.3. ábra szemlélteti.

A költségalakulásnak ez a típusa, amelyet költségdegressziónak is neveznek, mind matematikai, mind közgazdasági szempontból analóg a konvex hozamfüggvény, azaz a növekvő differenciális hozamfüggvény (nyereségprogresszió) esetével.

Ellentétben a nem lineáris költségalakulásnak fentebb tárgyalt „jó" 2. típusával, matematikai-számítástechnikai szempontból ez a „rossz" típus.



7.3. ábra

A programozási feladatoknak ez az osztálya ugyanis, amelyben a célfüggvény 3. típusú (konkáv minimalizálandó, ill. konvex maximalizálandó), *nem* oldható meg a szimplex módszerhez hasonló, véges számú lépésben egzakt optimumhoz vezető, aránylag egyszerűen kezelhető algoritmussal.

A következő megoldások kínálkoznak:

3.1. Elvben meghatározhatók a feltételi rendszernek eleget tevő programok halmazának extrém pontjai és kiszámítható az az extrém pont, amelynél a célfüggvény értéke a legkisebb: ez a program a feladat megoldása. Az extrém pontok meghatározására némi átalakítással alkalmazható egy algoritmus, amelyet *H. Uzawa* dolgozott ki.[10] Alkalmazható továbbá az ún. *szukcesszív eljárás*, amelyet *Lipták T.* dolgozott ki a műszálipari vizsgálat első szakaszában.[11]

Az említett eljárások gyakorlati alkalmazására vizsgálatainkban nem kerülhetett sor, mert mindkettő memóriaigénye túllépte a Magyarországon rendelkezésre álló számológépek memóriakapacitását.

3.2. Megelégszünk a konkáv minimalizálási programozási feladat megoldásának *megközelítésével.* Ezzel kapcsolatban első pillantásra hajlamosak lennénk azt mondani, hogy konkáv költségfüggvénynél is hasonló megoldás kínálkozik, mint az előbb, a konvex költségfüggvény esetén. A folytonos függvényt szakaszonként lineáris függvénnyel közelítjük meg, az egyes szakaszokhoz független tevékenységeket vezetünk be, terjedelmüket megfelelő feltételekkel korlátozzuk, s így feladatunkat visszavezetjük egy lineáris programozási feladatra.

[10] Lásd [5] 23—31. és 179—188. oldal.
[11] Lásd [83], Matematikai Függelék.

Sajnos, a dolog nem ilyen egyszerű. Célfüggvényünk ugyanis a költségek minimalizálására mozgósít. Ezért — a vázolt elgondolás szerint programozva — előállhatna az a képtelen helyzet, hogy az optimális programban szerepel például az új üzem, 5000 tonna feletti, legolcsóbb szakaszának megépítése, miközben a drágább, 5000 tonna alatti szakasz megépítését a program nem irányozná elő.[12] Nyilvánvaló, hogy az 5000 tonnás kapacitás feletti relatív megtakarítás csupán annak köszönhető, hogy az 5000 tonnás kapacitás megteremtésekor már felmerültek olyan költségek, amelyek a kapacitás további növelésekor egyáltalán nem, vagy csak aránytalanul kevésbé nőnek. Más szóval: itt nem képezhetünk egymástól független tevékenységekként kezelhető részváltozókat; a feladatot nem vezethetjük vissza lineáris programozási feladattá.

A műszálipari programozásban kénytelenek voltunk egy, matematikai szempontból nem eléggé megnyugtató közelítő eljárással beérni, amely azonban — az elvégzett ellenőrző vizsgálatok szerint — az adott konkrét feladatnál elfogadható eredményekhez vezetett.[13] A műszálipari programozásban ezzel kapcsolatban elért eredményeinket csupán első, óvatos lépésnek tekintjük; ezen a téren még további kutatásokat kívánunk végezni.

Áttekintésünk természetesen nem lép fel a teljesség igényével. (Pl. elképzelhető olyan programozási feladat, amelyben a célfüggvény sem nem konvex, sem nem konkáv. Ez a helyzet, ha egyes gazdasági tevékenységek költségfüggvénye konvex, másoké viszont konkáv.)

3.3. Az irodalomban ismeretes eljárás, hogy diszkrét programozási problémává transzformálják a *folytonos* változójú nem lineáris programozási feladatot, s megoldását így közelítik meg. Tekintettel a diszkrét programozás már említett számítástechnikai nehézségeire, az eljárást nem alkalmaztuk.

A továbbiakban még szó lesz arról, hogy közgazdasági szempontból milyen fontos a költségalakulásnak ez a 3. típusa, a csökkenő differenciális költség, a költségdegresszió esete. A matematikai programozás eddigi kutatásainak egyik nagy adóssága, hogy mind ez ideig nem került sor a feladat megoldására vagy legalábbis a megoldás megbízható, jó megközelítésére alkalmas, számítástechnikailag könnyen kezelhető algoritmus kidolgozására. (Az adósság természetesen nem véletlen, hanem a feladat matematikai természetéből következő alapvető nehézségekkel kapcsolatos.) Mindenesetre hangsúlyozni kell: ez egyike azoknak az égető problémáknak, amelyekhez várják a segítséget a matematikus kutatóktól a matematikai modelleket alkalmazó közgazdászok.

7.4. A különböző tevékenységfajtákra jellemző költségalakulás

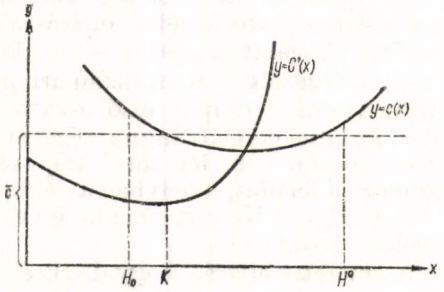
Vizsgáljuk meg a különböző feladattípusokat a *közgazdasági tartalom* szempontjából. A különféle tevékenységek költségei másként alakulnak a terjedelem függvényében. Osztályozásukkal együtt rövid tájékoztatást adok arról is: gyakorlatilag hogyan kezeltük a költségeket a korábban említett ágazati modellekben.

[12] Fordított esetben, konvex költségfüggvénynél — mint láttuk — ez a veszély nem fenyeget. A költségminimalizálási feladat először az első, legolcsóbb szakasz igénybevételére ösztönöz, s csak ennek kimerülése után a másodikra, és így tovább.

[13] A közelítő eljárást az A. függelék ismerteti.

1. *Termelési tevékenységek adott állóeszköz-állományon folyó termelés esetén.* (Pl. szövettermelés a régi szövőgéppark gépein; viszkózszálak termelése a meglevő gyártási kapacitásokon stb.) Ilyenkor a költségfüggvénytípus hasonló a rövidlejáratú költségek függvénytípusához — még akkor is, ha távlati tervezésről van szó. (Természetesen csupán a tevékenység terjedelmétől való függés szempontjából, s nem a költségek konkrét összetételében.) A hasonlóság nyilvánvaló, hiszen itt is adott kapacitáson, adott állóeszköz-állományon folyó termeléssel állunk szemben, s a szó szűkebb értelmében vett nettó beruházási költségek, kapacitásfejlesztési költségek nem merülnek fel.

A tipikus eset: a közgazdasági és üzemgazdasági elméletből jól ismert U-alakú egységköltségfüggvény. (Lásd a 7.4. ábrát.) Az ábrán $c(x)$ az egységköltség, $C'(x)$ pedig a differenciális költség függvénye.



7.4. ábra

A tevékenység terjedelmének növelésével együtt nem nő minden költség; vannak viszonylag fix, vagy legalábbis lassabban növekvő költségek (pl. a vezető személyzet bére, kiszolgáló műhelyek, laboratóriumok költségei stb.). Ez okozza a csökkenő egységköltséget a görbe elején. Egy bizonyos határ felett azonban a termelés már csak progresszív költségekkel növelhető: pl. éjjeli műszak beállítása, éjjeli pótlék és világítási költségek, a munkások túlóráztatása, különlegesen jó minőségű anyag felhasználása a termelékenység növelése érdekében stb.

Magyarországon aránylag kevés számszerű vizsgálat történt rövidlejáratú költségfüggvények meghatározására.[14] Mindenesetre az eddigi magyar vizsgálatok megerősítették az U-alakú rövidlejáratú egységköltségfüggvény alkalmazásának jogosultságát. Kitűnt azonban az is, hogy az U középső félkörívében, azaz a gyakorlatilag leginkább számbajövő tartományban, az egységköltség aránylag nem nagyon változik. (Ez kb. a $[H_0, H^0]$ intervallumnak felel meg a 7.4. ábrán.)

Programozási modelljeinkben kétféle gyakorlati megoldást választottunk:

1.1. A tevékenységnek felső határt szabtunk ott, ahol a költségprogresszió élesebbé válik. (A 7.4. ábrán: H^0.) Odáig lineáris költségfüggvénnyel számoltunk. Az egységköltség, $\bar{c}$ kb. megfelel a $[H_0, H^0]$ intervallum átlagos egységköltségének. Ezt tettük pl. a pamutipari modell megfelelő változóinál.

[14] Az első vizsgálatot *Lipták T.*-sal együtt a szerző végezte a textiliparban. (Lásd [78], továbbá angol nyelven [79]).
Újabban a gépiparban *Máriás A.* [120], a cellulózgyártásban pedig *Deák A.* [32] végzett hasonló munkát.

Nem mondtuk ki a matematikai modellben, de hallgatólagosan azt a megszorítást adtuk önmagunknak: nem fogadjuk el optimálisnak a programot, ha a régi kapacitásokon folyó tevékenység terjedelme nagyon kicsi ($x < H_0$). A kisterjedelmű tevékenység egységköltsége ugyanis a valóságban jóval nagyobb, mint a lineáris költségfüggvényben szereplő egységköltség. (Itt már az U „bal felső szárában" lennénk.) Elhatároztuk: amennyiben a programozás ilyen eredményt produkálna, a tevékenységet inkább kihagyjuk a modellből és újra programozunk. A gyakorlatban azonban ez az eset nem fordult elő, mert e tevékenységek terjedelme a $[H_0, H^0]$ intervallumba esett.

1.2. A tevékenység terjedelmét annál a pontnál korlátoztuk, amelyben a differenciális költség a minimumát veszi fel. (A K pont a 7.4. ábrán.) A $[0, K]$ intervallumban *konkáv* költségfüggvényt alkalmaztunk. Ezt tettük a műszálipari modellben. Mivel e vizsgálatunkban figyelmünket a költségdegresszió jelenségére kívántuk fordítani, figyelmen kívül hagytuk a termelés bővítésének azt a szakaszát, amelyben már a költségprogresszió érvényesül.

2. *A termelés bővítése adott régi állóeszköz-állomány, meglevő kapacitás bővítése útján.* (Pl. új gépek beállítása régi pamutszövödékbe; egy régi timföldgyár kibővítése stb.)

Ilyenkor növekvő differenciális költségekkel, konvex költségfüggvénnyel állunk szemben. Egy aránylag kedvezően használható erőforrásunk van (pl. a régi gyárépület, vagy a régi géppark még használható része stb.). Minthogy azonban ez korlátozott terjedelmű, a termelés volumenének növeléséhez más, kedvezőtlenebb erőforrásokkal kell kombinálnunk, mégpedig egyre kedvezőtlenebb kombinációk, feltételek között.

Pl. a timföldgyártásban bizonyos termelésnövekmény elérhető a régi üzem szűk keresztmetszetének feloldásával. Ez a legolcsóbb lehetőség. A következő lépés: az üzem bővítése, aránylag kevés építéssel, a meglevő szabad épületterek kitöltésével, a gépek átrendezésével, s egyes új gépek beszerzésével. Ez már drágább akció. A következő lehetőség: a gyár radikálisabb kibővítése, a berendezések alapos technikai rekonstrukciójával összekötve. Ez még többe kerül. Végül, ha már ez a lehetőség is kimerült, építhetünk új gyárat. Ez a legköltségesebb.

Ennek a költségalakulásnak a kezelésére ágazati modelljeinkben a 7.3. szakaszban 2.2. számú esetként leírt eljárást alkalmaztuk. A tevékenységet résztevékenységekre bontottuk, ezeket külön korlátoztuk és lineáris költségfüggvényekkel jellemeztük. A résztevékenységek kialakítása ezekben az esetekben műszakilag is adott volt.

3. *Új üzemek létesítése.* Ezzel kapcsolatban főleg a nagyüzem, a tömegtermelés közismert előnyeiről („economies of scale") van szó. Az üzemnagyság növelése relatív megtakarításokkal jár. Különösen szembetűnő ez a vegyiparban — ide tartozik a műszálipar is —, ezért ezt hozom fel példának.

Relatív megtakarítások jelentkeznek a nagyobb üzem *beruházási* költségeinél. Például:

— A vegyi termelés fő eszközei különböző tartályok és csövezetek. A nagyobb átbocsátó képességű tartályok, csövek ára nem a mérettel arányosan, hanem csak kisebb mértékben nő. Az elhelyezésükhöz szükséges épületek méreteit sem kell arányosan növelni.

— A nagyobb üzem tervezési költségei nem arányosan magasabbak, mint a kisebb üzemé. A tervezési költségek jelentős része ugyanis független a létesítendő üzem méreteitől.

— Egyes építési költségek (pl. a felvonulási költségek) nem nőnek arányosan az építési feladat méreteivel.

— A gépek beszerzésekor esetleg árengedményt kaphatunk nagyobb tétel vásárlása esetén. Emellett kedvezőbb hitelfeltételeket érhetünk el.

Relatív megtakarítások jelentkeznek a nagyobb üzem *üzemeltetési* költségeinél. Például:

— Nagyobb termelés — s ezzel együtt a nagyobb edényzetek, csövezetek kiszolgálása — nem igényel arányosan nagyobb személyzetet. Hasonlóképpen az adminisztratív és kisegítő személyzet sem nő arányosan az üzem méreteivel. A bérköltségeknél igen erős a költségdegresszió a vegyiparban.

— Egyes kiszolgáló üzemek, laboratóriumok kapacitását nem kell a termelő alapüzem kapacitásával arányosan növelni.

— A raktározás és az értékesítés költségei nem nőnek arányosan a kapacitással.

Ebben az esetben csökkenő differenciális költségekkel, konkáv költségfüggvénnyel van dolgunk. Amint a 7.3. szakaszból kitűnt: a konkáv minimalizálási programozási feladat megoldása rendkívüli nehézségekkel jár. A műszálipari vizsgálatban mégis vállaltuk a nehézségeket, mert a tömegtermelés relatív megtakarításainak figyelmen kívül hagyása lényegesen torzította volna számításaink gyakorlati eredményeit.

4. *Külkereskedelmi tevékenységek.* A tevékenység kibővítése az importügyleteknél is hozhat előnyöket, megtakarításokat: az eladó esetleg árengedményt ad nagyobb tétel vásárlása esetén. Viszont hátrányokkal is járhat: nagyobb exporttétel eladásakor esetleg mi vagyunk kénytelenek árengedményt adni. Költségminimalizálási modellben ilyenkor import esetén csökkenő differenciális költségekkel, azaz konkáv költségfüggvénnyel állunk szemben. Mivel költségminimalizálási modellben az exportbevétel negatív költségként szerepel, a terjedelem függvényében csökkenő exportár növekvő differenciális költségekhez, konvex költségfüggvényhez vezet.

Modelljeinkben ezt az összefüggést figyelmen kívül hagytuk, s egyszerűen lineáris költségfüggvényekkel számoltunk, két okból. Egyrészt, mint már említettem, a szocialista országok közötti kereskedelemben nem szokásos a tétel nagyságától függő árengedmény. Másrészt: nincsen kellő támpontunk annak számszerű meghatározására, milyen árengedményekkel számolhatnánk a tőkés országokkal folytatott külkereskedelemben.

7.5. A tömegtermelés előnyeinek számbavétele a műszálipari modellben

Az elmondottak alapján konkretizálhatjuk a műszálipari modell ismertetésekor csak általánosságban jellemzett (6.8) célfüggvényt. A következő költségfüggvényt alkalmaztuk a termelési változóknál:[15]

$$C_j(x_j) = P_j \cdot \left(\frac{x_j}{X_{0j}}\right)^{\pi_j} + Q_j \cdot \left(\frac{x_j}{X_{0j}}\right)^{\psi_j} + r_j x_j, \tag{7.6}$$

[15] A 6. fejezetben alkalmazott jelöléstől eltérően, az egyszerűség kedvéért csupán egy — a változó sorszámára utaló — indexet használok.

ahol X_{0j} = előre rögzített, feltételezett üzemnagyság a j-edik termelési tevékenységnél. Erre a konstans üzemnagyságra határozták meg a tervezőmérnökök a beruházási és üzemeltetési költségeket.

P_j = a beruházási költség után számított eszközlekötési járulék és fenntartási költség,[16] X_{0j} feltételezett üzemnagyság esetén;

Q_j = az évi üzemeltetési bérköltség X_{0j} feltételezett üzemnagyság esetén;

π_j, ψ_j = degressziós kitevők, nagyságuk 0 és 1 között van;

r_j = a termékegységre eső egyéb üzemeltetési költség, a bérköltségeken kívül. Fő tétele az anyagköltség. Minthogy ez megközelítően arányos a termelés terjedelmével, a linearitási feltevés nem túl erős egyszerűsítés.

Költségfüggvényünk konkáv hatványfüggvény. Az amerikai és nyugatnémet petrokémiai iparban használják a tervezőmérnökök ezt a képletet; magunk is a vegyipar gazdasági problémáival foglalkozó szakirodalomból merítettük.[17] A szakirodalom alapján határoztuk meg a degressziós kitevők számszerű nagyságát. A beruházási költségek degressziós kitevője, valamint a bérköltségek kitevője a végtermékeknél a legtöbb esetben 0,6—0,7 körül van. Jóval kisebb, 0,2 körüli a bérköltségek kitevője az intermedierek termelésénél. A részletesebb adatokat a 7.2. táblázat közli.

A (7.6) függvénytípus a gyakorlatban előnyösnek bizonyult, mert közel állt a kutatásban közreműködő, a műszaki adatokat szolgáltató tervezőmérnökök szemléletéhez. A tervezőmérnök rendszerint nem költségfüggvényeket dolgoz ki, hanem egy rögzített üzemnagyság mellett határozza meg az adatokat. A (7.6) függvény módot adott arra, hogy egy rögzített nagyságú üzem adataiból kiindulva vezessük le a költségfüggvényt.

Mint említettem, programozási modelljeink korlátozó feltételei nem tükrözik a tömegtermelés előnyeit. Pl. a differenciális beruházási költségek csökkenő jellege nem jut kifejezésre a beruházási erőforrásokat korlátozó (6.5) feltételben. Ez azonban nem okoz nagy hibát. Egyes erőforrások igénybevételét ugyanis azért korlátozzuk megfelelő feltételekkel, mert biztosítani akarjuk, hogy a program semmiképpen se igényeljen ezekből *többet* a megengedettnél. A tömegtermeléssel járó előnyök elhanyagolása ez esetben csupán azt jelenti, hogy némileg „túlbiztosítjuk" magunkat; a program a valóságban valamivel *kevesebb* erőforrást (beruházást, építést, devizát stb.) igényel majd, mint amennyit a modell korlátozó feltétele kimutat. A tömegtermeléssel járó előnyök így sem sikkadnak el, mert mint láttuk, kifejezésre jutnak a célfüggvényben.

[16] A fenntartási költség az állóalapok egyszerű, változatlan szinten végbemenő újratermeléséhez szükséges ráfordításokat fejezi ki. Közelebbi magyarázatára a könyv egy későbbi része tér ki.

[17] Lásd *Berk, J. M.—Haselbarth, J. E.* [10], *Isard, W.—Schooler, E. W.—Vietorisz, T.* [60], *Kölbel, H.—Schulze, J.* [89], *Peters, S. M.* [141] és *Williams, R.* [178] munkáit.

Egyébként más iparágakban lefolytatott külföldi statisztikai vizsgálatok is a (7.6) függvényhez hasonló típusú költségfüggvényeket mutattak ki. Lásd pl. a hőerőművekben, vajgyárakban stb. lezajlott költségvizsgálatokról *Dean, J.* [31] könyvét (300—301. old.).

A 7.3. szakaszban már rámutattam arra, hogy a konkáv minimalizálási feladat egzakt megoldása helyett csupán közelítő eljárással kellett megelégednünk. Ezért, önmagunk ellenőrzésére, a következő számítást végeztük:

Célfüggvényünket „linearizáltuk". A vizsgálatban közreműködő tervezőmérnökök, szakmai rutinjuk, külföldi tapasztalataik stb. alapján meghatá-

7.2. táblázat

Degressziós kitevők a műszáliparban

A termék megnevezése	Beruházási költségek degressziós kitevője			Bérköltségek degressziós kitevője		
	Szakirodalmi forrás száma	A szakirodalomban szereplő adat	A számításunkban alkalmazott kitevő	Szakirodalmi forrás száma	A szakirodalomban szereplő adat	A számításunkban alkalmazott kitevő
Orlon rost	—	—	0,67	[60]	0,6	0,6
Terilén rost	—	—	0,67	[60]	0,6	0,6
Nylon 6 selyem	[89]	0,67	0,67	—	—	0,6
Egyéb végtermékek	—	—	0,67	—	—	0,6
Kaprolaktám	[89]	0,77	0,77	—	—	0,22
Fenol	—	—	0,6	—	—	0,22
Etilénglikol	[60]	0,625				
	[10], [89]	0,78	0,7	—	—	0,22
Dimetiltereftalát	[60]	0,67	0,67	[60]	0,218	0,22
Akrilnitril	[60]	0,7	0,65*	—	—	0,22
Polipropilén	[10], [89]	0,9**	0,9	—	—	0,22

* A szakirodalmi forrás más technológiára vonatkozik, mint amit modellünk megfelelő tevékenységénél feltételeztünk. A technológia eltérése indokolja az alacsonyabb degressziós kitevőt.

** A szakirodalmi forrás a polipropiléngyártással a költségdegresszió szempontjából analógnak tekinthető polietiléngyártásra vonatkozik.

rozták az egyes termelő tevékenységek „normális üzemnagyságát". Jelöljük ezt $\bar{x}_j$-vel. Ezekután meghatároztuk, hogy — az eredeti, nem lineáris költségfüggvénnyel számolva — mennyi lenne a kapacitásegységre eső költség a „normális üzemnagyság" mellett. Nevezzük ezt „normális egységköltségnek" és jelöljük $\bar{c}_j$-vel:

$$\bar{c}_j = \frac{C_j(\bar{x}_j)}{\bar{x}_j} \,. \tag{7.7}$$

Ezt a „normális egységköltséget" állítottuk be a lineáris programozási modell célfüggvényébe, együtthatóként.[18]

Ezek után meghatároztuk az így „linearizált" feladat optimális program-

[18] Vitatható, vajon-ez e a „linearizálás" legcélszerűbb módja. Az ellenőrző számítás során abból indultunk ki: kb. ezt lettünk volna kénytelenek tenni, ha kezdettől lineáris programozást végzünk. A műszaki és költségadatok meghatározásánál a közreműködő tervezőmérnökök becsléseire voltunk utalva. A tervezőmérnökök pedig, legalábbis az eddigi magyar gyakorlat szerint, nem költségfüggvényeket határoznak meg, hanem a költségeket egyetlen üzemnagyságra vonatkoztatva (valamilyen általuk „normálisnak" tartott üzemnagyságra) becsülik meg. (Erre még visszatérünk.)

ját. Jelöljük ezt x_{lin}-nel (ellentétben a közelítő jellegű, nem lineáris programozás keretében kapott, viszonylag legkedvezőbb célfüggvényértékű $x_{non-lin}$ programmal).

Következő lépésként összehasonlítottuk az x_{lin}-hez és $x_{non-lin}$-hez tartozó célfüggvényértékeket, mégpedig most már mindkettőt az eredeti, nem lineáris költségfüggvénnyel számolva. Kitűnt, hogy x_{lin} költsége kb. 3%-kal magasabb, mint $x_{non-lin}$-é. *A közgazdaságilag durvább egyszerűsítő feltevésen alapuló, de matematikailag egzaktabb eljárás eredménye távolabb marad a tényleges közgazdasági optimumtól, mint a matematikailag nem egzakt, közelítő jellegű, közgazdaságilag pontosabb feltevésen alapuló eljárás.*[19]

A lineáris modellel nyert x_{lin} program egyik jellegzetessége, hogy szétaprózottabb, mint a nem lineáris célfüggvénnyel kapott $x_{non-lin}$ program. Pl. mindkettő előírja Nylon 6 selyem termelését, hazai szükségletre és exportra. A nem lineáris modellel nyert program szerint ezt egyféle technológiával kell előállítani, míg a lineáris modellel nyert program szerint egy részét „*A*", másik részét „*B*" technológiával. Vagy egy másik példa: $x_{non-lin}$ szerint a régi viszkózkapacitást teljes egészében celofángyártásra kell koncentrálni, míg x_{lin}a félkésztermék-kapacitást megosztja a celofán és a viszkózselyem termelése között. A két példa jól mutatja: a konkáv költségfüggvény sokkal erőteljesebben ösztönöz a termelés koncentrációjára.

Vizsgáljuk meg a termelés koncentrációjának problémáját közelebbről.

Összehasonlítottuk egymással a következő műszálipari programokat:

1. A „tiszta autarkia" programja. Valamennyi terméket, amelyre hazai igény merül fel a modell feltételi rendszere szerint, magunk állítjuk elő; a külkereskedelemtől elzárkózunk.
2. A nem matematikai módszerekkel készült hivatalos program.
3. Az elektronikus gépen nyert legkedvezőbb program.
4. Egy végletesen „extrovertált" program, amelynél az egyik termékre feloldottuk a modellben eredetileg szereplő exportkorlátot. (Az eredeti modell szerint tehát ez nem lenne megengedett program.)

A fenti programok közül csak a 3.-at nyertük az elektronikus gépen végzett programozással, a 2. adott volt, az 1. és 4. programot pedig magunk konstruáltuk, egy-egy gazdaságpolitikai irányzat „tiszta" jellemzésére. A számítás eredményeit a 7.3. táblázat mutatja be.

7.3. táblázat

A termelés koncentrációjának hatása a műszáliparban

	1	2	3	4
A program megnevezése	„Autarkiás"	„Hivatalos"	„Legkedvezőbb"	„Extrovertált"
Hányféle terméket állít elő	13	10	8	2
Az export, 1000 tonnában	0	38,3	59,3	663,5
A célfüggvény értéke (millió Ft/év)	7740	7272	6425	5255

[19] A részleteket lásd a [85] zárójelentésben.

A táblázat élesen rávilágít a koncentráció jelentőségére. Minél kevesebbféle termék gyártására összpontosítjuk erőinket, annál inkább érvényesülnek a tömegtermeléssel járó előnyök. Az autarkiás törekvések nagyon megdrágítják a termelést. Ezért messzemenően törekedni kell a nemzetközi munkamegosztásból származó előnyök kihasználására.

A konkáv költségfüggvényekkel végzett vizsgálatainkat nem zártuk le végérvényesen. Elhatároztuk, hogy újabb számításainkban a (7.6) költségfüggvénytípustól eltérő költségfüggvénnyel számolunk.

Az ezzel kapcsolatos problémák érzékeltetéséhez emeljük ki a (7.6) függvényből a beruházási költségeket és írjuk egyszerűbb alakba:

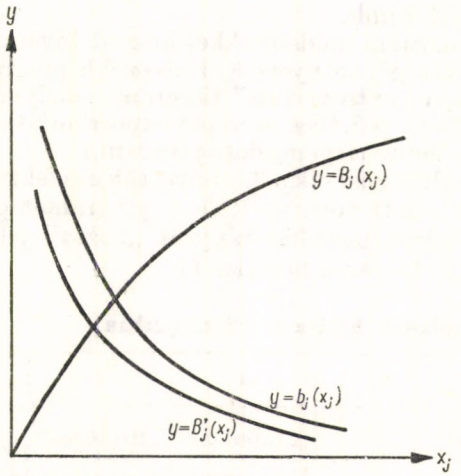
$$B_j(x_j)=P_j\cdot\left(\frac{x_j}{X_{0j}}\right)^{\pi_j}=p_j x_j^{\pi_j}. \tag{7.8}$$

A megfelelő egységköltségek és differenciális költségek függvénye:

$$b_j(x_j)=\frac{B_j(x_j)}{x_j}=\frac{p_j x_j^{\pi_j}}{x_j}=p_j\frac{1}{x_j^{1-\pi_j}}\,. \tag{7.9}$$

$$B'_j(x_j)=\pi_j p_j\frac{1}{x_j^{1-\pi_j}}\,. \tag{7.10}$$

Mindhárom függvényt a 7.5. ábra szemlélteti.



7.5. ábra

Az üzemnagyságot növelve mind a beruházási egységköltség, mind a beruházási differenciális költség tart 0 felé, bár a differenciális költség mindig az egységköltség alatt van. Ugyanez a helyzet a bér egységköltségével és differenciális költségével is; ez is 0 felé tart. Csupán az anyagköltség „nem tűnik el" az üzemnagyság növelésével.

Ez azonban nem elég reális jellemzése a költségek valóságos menetének. A valóság sokkal inkább az, hogy egy bizonyos üzemnagyság felett már nem

mutatkoznak relatív megtakarítások sem a beruházási, sem a bérköltségekben. Ezért célszerűbb lesz a jövőben mind a beruházási, mind a bérköltségekre a következő költségfüggvénytípust alkalmaznunk:

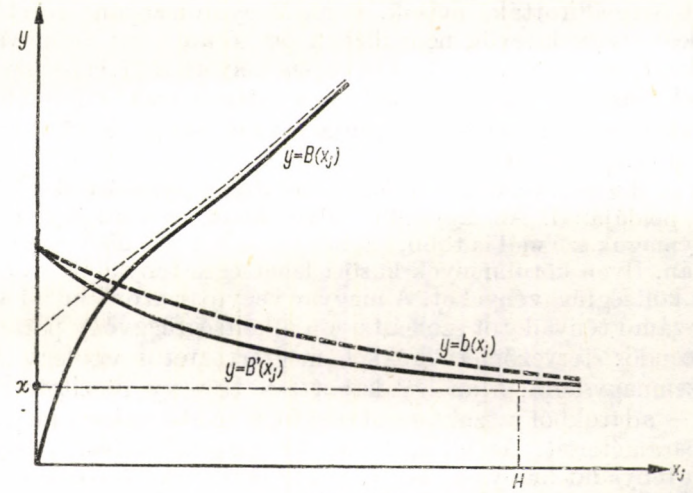
$$B_j(x_j)=\mu_j+\chi_j x_j-\frac{\mu_j\xi_j}{x_j+\xi_j}\,. \tag{7.11}$$

E hiperbolikus költségfüggvény egységköltségének és differenciális költségének függvénye a következő:

$$b_j(x_j)=\frac{B_j(x_j)}{x_j}=\frac{\mu_j}{x_j}+\chi_j-\frac{\mu_j\xi_j}{x_j^2+\xi_j x_j}\,, \tag{7.12}$$

$$B'_j(x_j)=\chi_j+\frac{\mu_j\xi_j}{(x_j+\xi_j)^2}\,. \tag{7.13}$$

A (7.12) és (7.13)) képletből kitűnik, hogy x_j-t növelve mind az egységköltség, mind a differenciális költség aszimptotikusan közeledik χ_j-felé. (Lásd a 7.6. ábrát.) A konstansok megfelelő megválasztása esetén már egy meghatározott üzemnagyság felett, azaz gyakorlatilag: a normális körülmények között „maximális" üzemnagyság felett mind az egységköltség, mind a differenciális költség igen közel lehet χ_j-hez. (Ezt az üzemnagyságot az ábra H-val jelöli.)



7.6. ábra

Ez a függvénytípus jól jellemzi a tömegtermeléssel elérhető megtakarítások valóságos alakulását: egy bizonyos határ felett e megtakarítások gyakorlatilag elhanyagolhatók; a költségfüggvény mintegy linearizálódik. Amint a 7.6. ábrán jól látható: a $B_j(x_j)$ függvény H üzemnagyság felett már mind jobban hozzásimul a szaggatott egyeneshez, a hiperbola aszimptotájához.

A függvény számszerű meghatározásához legalább 3 pont ismerete szükséges, mégpedig lehetőleg a $[0, H]$ intervallumban. Rendszerint a gyakorlat-

ban megadható egy felső becslés közvetlenül χ_j-re is: arra az egységköltségre, amely gyakorlatilag már nem csökken H felett. Ez persze, elméletileg, nem pontos becslése χ_j-nek, hiszen az egységköltség csupán tart χ_j-hez, de csak a végtelenben éri el. Az eltérés azonban elhanyagolhatóan csekély, s χ_j nagysága a tervezőmérnöki gyakorlatban amúgy sem határozható meg pontosan.

7.6. A függvény paramétereinek meghatározása

A konkáv költségfüggvények alkalmazásával kapcsolatos kutatásaink másik iránya: a paraméterek számszerű meghatározásának jobb megalapozása.

A műszálipari vizsgálatban, mint említettem, külföldi szakirodalomból vettük a (7.6) képlet degressziós kitevőit: π_j-t és ψ_j-t. E függvénytípusnak éppen az az előnye, hogy — e kitevők ismeretében — a költségadatokat csupán egyetlen üzemnagyságra, X_{0j}-re kell kidolgozni.

Forrásaink részben statisztikai alapon, részben pedig műszaki-gazdasági számításokkal alapozták meg az adatokat.

Nehézséget okozott azonban az, hogy a szakirodalomban csupán a modellben szereplő termékek egy részére találtunk közvetlenül megfelelő adatot, másik részükre a hasonló termékekről rendelkezésre álló adatokból kiindulva, analógia alapján, magunknak kellett becslést adnunk.[20]

De ezen túlmenően: nem megnyugtató a külföldi adatok egyszerű átvétele. Az árak, bérek, költségek arányai azokban az országokban, amelyekben forrásainkat összeállították, mások, mint Magyarországon; ezért feltehetően az ottani degressziós kitevők nem illenek pontosan a mi viszonyainkra.[21]

Egyébként, mivel a (7.6) függvénytípus helyett a (7.11) típust kívánjuk a jövőben alkalmazni, nem is lesz módunk az idézett szakirodalmi forrásokban szereplő adatok egyszerű átvételére, hiszen azok csupán a (7.6) típusú függvény kitevőit szolgáltatják.

Milyen módszerrel történjék tehát az adatok meghatározása? Maradjunk a vegyipar példájánál. Az Egyesült Államokban vannak olyan vállalatok, amelyek egymaguk száznál is több, azonos terméket előállító üzemet építettek az idők során. Ilyen körülmények között lehetséges tényadatok alapján meghatározni a költségfüggvényeket. A magyar vegyipar azonban túl kicsi ahhoz, hogy kellő számú tényadatot szolgáltasson a költségfüggvény paramétereihez. Ezért a teendő: tervezőmérnökökkel megterveztetni egy-egy beruházást többféle üzemnagyságra, s az így kapott — egy-egy rögzített kapacitásra vonatkozó — adatokból a szokásos statisztikai módszerekkel meghatározni a függvény paramétereit. Az eljárás nem kényszermegoldás, amelyre csak a kellő számú tényadat hiánya szorít rá bennünket. Sok előnye is van: mérnöki becslésekkel következetesebben érvényesíthető a *ceteris paribus* elv. Így valóban olyan költségadatokat számíthatnak ki a mérnökök, amelyek minden szempontból azonos körülményeket, azonos technológiát, azonos termékösszetételt, a személyzet azonos szakmai színvonalát stb. feltételezik, tökéletesen össze-

[20] Lásd a 7.2. táblázatot.

[21] Újabban ismertté váltak a szovjet vegyipar tervezőmérnökei által összeállított költségfüggvények is. Lásd pl. *Korotkevics, B. Sz.* [88] cikkét. A szovjet árstruktúra közelebb áll a magyarhoz, de ez sem pótolhatja a konkrét hazai adottságok alapján összeállított adatokat.

hasonlíthatók, s csupán egyetlen szempontból különböznek: más-más üzemnagyságra vonatkoznak.

Az első lépéseket már megtettük ebben az irányban. Ilyen számítás készült pl. a bauxit-alumíniumipari vizsgálatban, többféle beruházási tevékenységre. E kutatások további kiterjesztése azonban nagy apparátust igényel, s ezért csak akkor járhat eredménnyel, ha a hivatalos szervek szélesebb körben elrendelik beruházási javaslatok kidolgozását egyszerre több variánsban, többféle üzemnagyságra vonatkozóan.*

* *Megjegyzés a 7. fejezethez:* A 7.1. táblázat áttekintette, milyen matematika eszközök állnak rendelkezésre nem lineáris összefüggések leírására a matematikai programozási modellekben. A legérdekesebb esetre, a volumen függvényében növekvő differenciális hozadék (az „economies of scale" esetére) a táblázatban szereplő 3.3. módszer bizonyult leginkább használhatónak. Itt a folytonos változójú, konvex hozadékfüggvényű feladatot diszkrét programozási problémává fogalmazzuk át.

A könyv első kiadásakor már ismertek voltak a feladatot megoldó algoritmusok, de azok akkor még számítástechnikailag nehézkesnek mutatkoztak. Azóta széles körben folytak kutatások világszerte, s Magyarországon is számítástechnikailag hatékonyabb diszkrét programozási eljárások kidolgozására.

Az elsőként ismertté vált algoritmust *Gomory, R. E.* dolgozta ki. (Lásd [216].) Később az ún. „leszámlálási" (enumeration) és az ún. „korlátozási-szétválasztási" (branch-and-bound) algoritmusok bizonyultak leginkább hatékonynak. (Lásd ezzel kapcsolatban *Balas, E.* [203] és [204], *Land, A. H.—Doig, A. G.* [236], *Lipták T.* [240] tanulmányait.) A „korlátozási-szétválasztási" algoritmusokról áttekintés található *Lawler, E. L.—Wood, D. E.* [238] cikkében. A diszkrét programozás egész területéről ad összefoglaló rövid ismertetést *Kovács L. B.* [235] cikke.

Gyakorlati alkalmazásra igazi tervezési problémák vizsgálatához eddig még nemigen került sor. Magyarországon, amint az a 29. fejezetből kiderül majd, az újabb ágazati programozások nem folytatták a 6. fejezetben leírt, a műszálipari modellel 1960-ban megkezdett kísérleteket, a nem lineáris költségösszefüggések modellezésére. Nézetem szerint most, hogy a számítástechnikai feltételek megjavultak, célszerű lenne ezt újra szorgalmazni.

8. Első összehasonlítás a hagyományos módszerekkel

Az előző fejezetekben megismerkedtünk két ágazati modell szerkezetével. Még sok a nyitott kérdés, amelyre később térünk rá, de már most összehasonlíthatjuk a hagyományos és a matematikai tervezési módszerek néhány jellemzőjét.

Az 5. és 6. fejezetben leírt célfüggvények szoros rokonságban vannak a hagyományos tervezés legfontosabb beruházás-gazdaságossági mutatószámával, a „g_n" mutatóval. Egyelőre feltesszük tehát, hogy az *optimum-kritérium* tekintetében nincs különbség a programozási eljárás és a hagyományos gazdaságossági számítások között. Más vonatkozásban azonban jelentős eltéréseket találunk.

8.1. Szélesebb választási lehetőség

Az első lényeges eltérés az, hogy *a matematikai programozás szélesebb és szervezettebb választási lehetőséget biztosít a döntést hozó szerv számára.*

A jelenlegi gyakorlatban az engedélyezési okmány előterjesztésekor nem dolgoznak ki alternatív javaslatokat. A választás lényegében leszűkül arra a kérdésre: igen vagy nem, jóváhagyjuk vagy elvessük az előterjesztett dokumentumokat? Ezen nem változtat érdemben az sem, hogy a döntéskor is vitatkoznak részletkérdéseken.

A jelenségre még csak példát sem érdemes hozni, mert teljesen általános.[1] Az engedélyezési okmány hivatalos sémái, űrlapjai még csak helyet sem hagynak több alternatíva feltüntetésére. Ez a beruházások tervezésének, jóváhagyásának elfogadott, normális rendszere.

Igaz, a beruházási javaslatok előkészítésének korábbi stádiumában, még jóval az engedélyezési okmány beterjesztése előtt rendszerint szóba kerül többféle alternatíva, sőt, egyes előtanulmányoknak éppen az a hivatásuk, hogy több variánst vessenek össze. Ezek az alternatívák azonban rendszerint „elvéreznek", még mielőtt a valóban mérvadó, a jóváhagyást kimondó tárgyalásokra sor kerülne. A kritikus pillanatban az előterjesztett javaslat többnyire versenytársak nélkül szerepel.

Az előzetes rostálás természetesen lehet egészséges is, amennyiben meggyőző számítások bizonyítják, hogy az elhagyott alternatívák *biztosan rosszabbak* az elfogadásra javasoltnál. Valóban kár a döntést hozó szervet olyan alternatívák tanulmányozásával terhelni, amelyeket biztosan nem érdemes megvalósítani.

[1] Lásd erről *Lukács L.* [107] tanulmányát.

Az esetek túlnyomó részében azonban nem erről van szó. Csupán egy javaslat került a döntést hozó szerv elé, noha az előtanulmányok éppen azt bizonyították, hogy ugyanannak a feladatnak a megoldására komolyan szóba jöhetnek más variánsok is.

Így pl. a pamutiparban jóváhagyták egy új szövöde építését. A tárgyaláson *nem* is szerepelt alternatív javaslatként olyan előterjesztés, hogy vajon az új szövöde által elérhető volumennövekedés nem biztosítható-e a régi szövödék rekonstrukciójával. Pedig, amint láttuk, végeredményben éppen ez a változat bizonyult kedvezőbbnek.

Az alternatívák fokozatos rostálása, az *időben egymást követő* szelekció nem pótolja több alternatíva *egyidejű* összemérését.

Tárgyilagosan meg kell mondani: pusztán az a kívánalom, hogy biztosítsák több alternatíva egyidejű összemérését, még nem igényel matematikai programozást. Ez megvalósítható anélkül is. *A matematikai programozás jelentősége egyebek között az, hogy szervezett formát, keretet és együttal ösztönzést is ad sok alternatíva szimultán összevetésére, együttes vizsgálatára.* A programozás lényegéhez tartozik az alternatívák közötti választás; enélkül egyszerűen értelmét veszti.

Természetesen — amint már rámutattam — matematikai programozás esetén is szükséges az előzetes szelekció; már csak azért is, mert a lehetőségek száma mindig óriási, s a modell méreteit számítástechnikai okok is korlátozzák. De az előzetes rostolás után a matematikai programozás modellje számos, a döntésnél komolyan mérlegelhető alternatívát állít fel egyidőben, egymás mellett.

Az eddigiekben a választás problémáját mindvégig mint kvalitatív választást tárgyaltuk: „Ezt tegyük-e vagy amazt?" Építsük-e, vagy régi üzemben legyen rekonstrukció? Vetélőváltós vagy csévéváltós automatát szerezzünk-e be? Poliamid vagy poliészter szálat gyártsunk? — és így tovább.

Valójában itt kvantitatív problémák is felmerülnek. Milyen méretű, mekkora kapacitású új gyárat építsünk? Hány új gépet szerezzünk be?

Többnyire nem egyszerűen arról van szó, hogy az egyik tevékenységet végrehajtjuk, s a másikat nem; rendszerint együttesen hajtunk végre többfélét, s ezek különböző arányban kombinálhatók. Például nem úgy áll a kérdés hogy *vagy* gépcsere, *vagy* építés, hanem gépcsere *is* és építés *is* —, de milyen arányban? Nem úgy áll a kérdés, hogy vagy a szövőgépeknél hajtunk végre gépcserét, vagy az előkészítő gépeknél, hanem mindkettőnél — de milyen arányban?

A különböző tevékenységek tehát sokféle módon kombinálhatók. Nem kell ismerni a kombinatorika szabályait, hogy belássuk: egy iparágban végrehajtható különböző beruházási tevékenységek lehetséges kombinációinak száma hihetetlenül nagy.

Azokban a ritka esetekben, amikor a szokásos gazdaságossági vizsgálatok végzésekor egyáltalán több alternatívát hasonlítanak össze, igyekeznek *néhány* kombinációt számbavenni. Így például egy pamutszövőipari munkabizottság az általunk is vizsgált beruházási problémákkal kapcsolatban kidolgozott néhány variánst, s ezekkel kapcsolatban gazdaságossági számítást is végzett. Ennek eredményét mutatja be a 8.1. táblázat.

A variánsok összeállítása igen nagy munka volt. Mégis, ez csupán töredéke a beruházási tevékenységek lehetséges kombinációinak. Miért ne lehetne pl. a

Pamutipari beruházási variánsok

8.1. táblázat

Sor-szám	A vállalat neve	Géptípus	Építési feladat	A gazdaságossági mutatószám szerinti rangsor
1.	Békéscsabai Szövöde (tervezett új üzem)	Vetélőváltós automata	Új épület	9.
2.	Goldberger Textilművek	A géppark egyik része vetélőváltós automata, másik része gyorsított mechanikai gép	Régi épület	5.
3.	Goldberger Textilművek	A géppark egyik része vetélőváltós automata, másik része ráépített automata	Régi épület	10.
4.	Goldberger Textilművek	A géppark egyik része csóveváltós automata, másik része gyorsított mechanikai gép	Régi épület	8.
5.	Goldberger Textilművek	A géppark egyik része csóveváltós automata, másik része ráépített automata	Régi épület	11.
6.	Magyar Pamutipar Fonó- és Szövőgyár	Vetélőváltós automata	Régi épület	1.
7.	Magyar Pamutipar Fonó- és Szövőgyár	Csóveváltós automata	Régi épület	3.
8.	Soproni Pamutipar	Vetélőváltós automata	Régi épület	7.
9.	Soproni Pamutipar	Ráépített automata	Régi épület	6.
10.	Soproni Pamutipar	Más gyárakból leszerelt, használt mechanikai gép	Régi épület kibővítése	2.
11.	Szombathelyi Pamutipar	Vetélőváltós automata	Régi épület kibővítése	4.

Goldberger-gyár egész gépparkját kicserélni csak vetélőváltós, vagy csak csévéváltós automatákra? Miért ne lehetne a Magyar Pamutiparban is alkalmazni ráépített automatát? Miért ne lehetne Sopronban is csupán a géppark egy részét kicserélni, ahogy azt a Goldberger-variánsok tervezik?

Itt most eljutottunk a hagyományos számítási módszer teljesítőképességének tényleges határához. *Megoldhatatlan feladat alkalmas matematikai eljárás nélkül kiválasztani a legjobbat az összes lehetséges kombináció közül, olyan döntési problémák esetén, amelyek aránylag sok alternatíva közötti választáskor merülnek fel.* Matematikai programozással viszont ez teljes mértékben megoldható.

Itt említem meg a matematikai programozás még egy gyakorlati előnyét: magától értetődően érvényesíthető az „egyenlő esélyek" elve, vagyis az a törekvés, hogy *azonos feltevések alapján* mérjünk össze sok alternatívát. A számítások során például azonos bértarifákkal, azonos áramdíjjal stb. számoltuk ki valamennyi alternatíva műszaki és költségjellemzőit. Ez persze ismét olyan elv, amelynek érvényesítése nem igényel matematikai programozást; tulajdonképpen a hagyományos számítás keretében is biztosítható lenne. Gyakorlatilag azonban egymástól elszigetelten szokták készíteni az alternatív javaslatokat (ha egyáltalán készítenek ilyeneket), más-más feltevések, más-más kiinduló adatok alapján. Ezzel szemben a különböző alternatívák összefogása egyetlen modell keretei közé valósággal kényszerít az összehasonlíthatóság érvényesítésére, az egységes elvek szerinti számításra. Jellemző például, hogy noha évek során számos tanulmány készült a magyar műszálipar fejlesztéséről, köztük kiterjedt és alapos munkák, vizsgálatunkkor mégsem álltak készen a modellben szereplő valamennyi termelési alternatíva egymással összehasonlítható, azonos elvek szerint összeállított műszaki és költségadatai, hanem ezeket kutatócsoportunknak kellett sokféle forrásból összegyűjtenie.

8.2. Választás egyszerű rangsorolás alapján

Térjünk vissza a pamutszövőiparban készült beruházási variánsok példájára, amelyet a 8.1. táblázatban ismertettem. A változatokat a gazdaságossági mutatószám szerint rangsorolták. Ez nem kivételes eset; több variáns gazdaságossági számításainak szimultán elvégzése sugalmazza a mutatószám szerinti rangsorolást, s azt, hogy a rangsor elején levőket kell választani a döntéskor. Az ilyen egyszerű rangsoroláson alapuló választást azonban a következő tényezők korlátozzák: 1. A variánsok, vagy azok egy része a valóságban nem független egymástól. Néha egy-egy kedvező variáns csak akkor realizálható, ha vele együtt megvalósulnak kedvezőtlenebbek is. 2. Külső adottságok is korlátozzák a rangsorvezető variánsok tetszőleges mértékű megvalósítását.

A kérdést elemezhetjük általánosabb formában is. Adva van egy lineáris programozási modell (pl. a pamutipari), amelyben mind a feltételi rendszer, mind pedig a célfüggvény lineáris. Kérdés: mi a kritériuma annak, hogy egy tevékenységet biztosan nem érdemes a modell változói közé felvenni; mikor lehet eleve, még a programozás előtt elvetni?

Ezzel kapcsolatban valamennyi korlátozó feltételt abban a formában írjuk fel, hogy a kibocsátást jelző együtthatók pozitív előjelűek legyenek, a ráfordítást jelző együtthatók pedig negatív előjelet kapjanak.

Modellünk célfüggvénye a költségek minimalizálását írja elő. Ilyen körülmények között a j-edik tevékenység d o m i n á l j a a h-adik tevékenységet, ha a következő két dominálási kritérium egyike érvényesül:

1. dominálási kritérium

$$c_j = c_h, \tag{8.1}$$

$$a_{ij} \geqq a_{ih} \qquad i = 1, 2, \ldots, m, \tag{8.2}$$

és legalább egy i-re

$$a_{ij} > a_{ih}, \tag{8.3}$$

vagy:

2. dominálási kritérium

$$a_{ij} \geqq a_{ih} \tag{8.4}$$

$$c_j < c_h \qquad i = 1, 2, \ldots, m. \tag{8.5}$$

A két kritérium közgazdasági tartalma a következő:[2]

1. kritérium: a j-edik és h-adik tevékenység a célfüggvény szempontjából egyformán kedvező. Legalább egy korlátozó feltétel szempontjából határozottan kedvezőbb a j-edik (nagyobb a kibocsátása vagy kisebb a ráfordítása), s a többi korlátozó feltétel szempontjából sem kedvezőtlenebb. (Tehát pl. kisebb a helyigénye, miközben egyébként nem rosszabb, mint egy másik hasonló tevékenység).[3]

2. kritérium: a j-edik tevékenység a korlátozó feltételek szempontjából nem rosszabb a h-adiknál, miközben a célfüggvény szempontjából határozottan kedvezőbb.

Ha a programozás előtt azt látjuk, hogy a j-edik tevékenység dominálja a h-adikat, akkor az utóbbit kihagyhatjuk a modellből. Az utóbbinak semmi esélye sincs arra, hogy az optimális programba kerüljön, mert a j-edik szükségképpen kiszorítja onnan.

Amint látjuk, a dominálás kritériumai elég szigorúak.[4] Két tevékenység összehasonlításakor együttesen kell mérlegelni a célfüggvényt és valamennyi korlátozó feltételt. Elég ritka, hogy a két kritérium közül bármelyik teljesüljön a gyakorlatban. Rendszerint az egyik tevékenységnek a másikhoz képest vannak előnyei és hátrányai (pl. a két hasonló rendeltetésű gép közül az első olcsóbb, mint a másik, viszont drágábban termel stb.).

Mármost az egyszerű rangsorolás alapján történő választás *önmagában* azt jelentené: kizárólag a (8.5) relációt tekintjük lényegesnek; azt az alternatívát részesítjük előnyben, amelynél a gazdaságossági mutatószám előnyösebb,

[2] Ezen a helyen nem kívánom a dominálás összes eseteit tárgyalni. A (8.1)—(8.5) képletekben ismertetett kritériumok csupán példák, az itt tárgyalt egyéb összefüggések megvilágítására.

[3] Ha kivételesen is, de előfordulhat, hogy a feladatnak több egyformán optimális programja van. Ez esetben az 1. kritérium alkalmazásával esetleg előzetesen kiszelektálhatunk olyan tevékenységeket is, amelyek, ha nem is valamennyi, de legalább egyikmásik optimális programba bekerülnének.

[4] A műszálipari modell megszerkesztésekor a fenti dominálási kritérium alkalmazásával vetettünk el előzetesen egyes alternatívákat.

a többit elvetjük. Márpedig egyáltalán nem biztos, hogy ez az alternatíva valóban dominálja a többit, hiszen a korlátozó feltételek nemcsak a programozási modellben, hanem az életben is érvényesülnek.

Sokszor halljuk a gazdasági életben: ez és ez a tevékenység a számítások szerint nagyon gazdaságos lenne — de, sajnos nincs rá beruházási keret. Vagy: gazdaságos lenne beszerezni ezt az importgépet —, de sajnos nincs rá deviza. Vagy: gazdaságos lenne a kapacitást bizonyos területeken kibővíteni — de, sajnos a feldolgozó üzemek anyagigénye más, kevésbé gazdaságos kapacitásbővítést tesz szükségessé.

Az ilyen kijelentésekben a „gazdaságosság" fogalmának félreértése rejlik. Nincsenek a külső körülményektől, a népgazdaságban folyó más gazdasági cselekvésektől *függetlenül*, önmagukban gazdaságos tevékenységek. *Gazdaságos az, ami az adott körülmények között relatíve a legkedvezőbb.* Az előbb idézett panaszokban a „sajnos" szóval bevezetett mellékmondatok sokszor éppen azokra a reális adottságokra világítanak rá, amelyek között a relatív optimumot kell keresni.

8.3. A mérlegmódszer és a gazdaságosság követelménye

A tervkoordináció, a mérlegek, a tervmutatók egyeztetése — amelyet az 1. fejezetben ismertettem —, s a programozási modellek áttekintése után kínálkozik a gondolat: vajon a tervkoordináció tekinthető-e olyan iteratív eljárásnak, amelynek célja egy „programozási feladat" megoldásának megközelítése?

Ebben a „programozási modellben" a tervegyenletek, a mérlegek játszanák a korlátozó feltételek szerepét, a gazdaságossági mutatószám, a „g_n" mutató pedig célfüggvényként funkcionálna. A koordináció során keresnek egy olyan megengedett, a feltételeket kielégítő megoldást, amely ugyanakkor viszonylag kedvező a „g_n" mutatók szempontjából is.

Sajnos ez a jellemzés túlságosan szépítené a valóságos helyzetet.

A „célfüggvény", a gazdaságossági mutatószámban kifejezésre jutó optimum-kritérium a gyakorlatban többé-kevésbé elsikkad. Ennyiben kétségkívül van igazság azokban a kifakadásokban, amelyek felróják a gazdaságossági számítások ajánlásainak (egyébként, mint láttuk, csak félig jogosult ajánlásainak) negligálását. A tervkoordináció során oly nagy erőfeszítést igényel egyetlen megengedett, a mérlegrendszerben felírt és a „hallgatólagos" feltételrendszert (az 1. fejezet terminológiájával; a dokumentált és a kisegítő tervegyenleteket) kielégítő terv puszta megközelítése is, hogy nem jut erő kiválasztani a valójában nagyszámú megengedett program közül az optimálisat.

Lássunk erre egy példát. A Könnyűipari Minisztérium a távlati tervidőszakra vonatkozó első javaslatainak kidolgozásakor beruházási tervet készített, amely 131 létesítmény megvalósítását ajánlotta. Valamennyi létesítmény „g_n" mutatóját kiszámították s a javaslatokat eszerint rangsorolták. A terv felülvizsgálatainál végül is 29 javaslatot töröltek, a többi bekerült a véglegesen jóváhagyott tervbe. A kimaradt javaslatok jó részében a „g_n" mutató 1 felett van, s kedvező képet mutat. A törlés oka rendszerint az volt, hogy a megvalósításhoz hiányzanak a szükséges beruházási erőforrások. Viszont a tervbe bekerült több olyan javaslat is, amelynél a gazdaságossági mutatószám 1 alatt van. Indokolás: ezekre a létesítményekre is szükség van, rendszerint a meg-

felelő népgazdasági termékmérleg egyensúlyának biztosításához. Az összefüggéseket a 8.2. táblázat mutatja.

Nincs érdemleges korreláció a „g_n" mutató jelzései és aközött, hogy a javaslatot felveszik-e a tervbe, vagy kihagyják. (A korrelációs együttható a tervbe való bekerülés és a „g_n" mutató között 0,022, a 8.2. táblázatban ismertetett adatok esetében.)

8.2. táblázat

A beruházási javaslatok szelekciója a könnyűiparban

„g_n" mutató	Az eredeti javaslatban szerepelt	A terv véglegesítésekor törölték	A törölt javaslatok aránya az összes eredeti javaslathoz viszonyítva %-ban
1,5 felett	18	4	22,2
1,5—1,2	28	6	21,4
1,2—1	31	6	19,4
1—0,8	34	8	23,5
0,8 alatt	20	5	25,0
Összesen:	131	29	22,1

Ugyanakkor, sajnos, nem mondhatjuk, hogy a célfüggvény elsikkadása az az ár, amelyet a korlátozó feltételek rendszere (a tervegyenletek együttese) hiánytalan kielégülése érdekében fizetünk. Amint azt már az 1. fejezetben hangsúlyoztam: ilyen hatalmas méretű egyenletrendszer megoldását „kitapogatni" gyakorlatilag lehetetlen.

Éppen itt nyújt a matematikai programozás nagy lehetőségeket. Megadja a technikai eszközt ahhoz, hogy a hagyományos tervezés módszerét kialakító szándék megvalósuljon: egyszerre biztosítsuk a terv egyensúlyát és optimalitását.[5]

A matematikai programozás lényege az, hogy *nem tapogatódzva, kerülő úton, hanem egyenesen a célra törve alakítja ki a „reális adottságok" és a „gazdaságossági szempont" leginkább elfogadható kompromisszumát.* Szervesen összekapcsolja a mérlegmódszert (a korlátozó feltételi rendszer révén) és gazdaságossági követelményeket (a célfüggvény révén), amelyek eddig egymástól különváltak, külön életet éltek. Ezen túlmenően: „egyenjogúsítja" az optimalizálási törekvést, amely eddig akarva-akaratlanul alulmaradt a terv kiegyensúlyozásáért folytatott nagy erőfeszítések közben. A gazdaságossági követelmény a programozási modellben valóban a választás fő kritériumává válik.

[5] Figyelemre méltó megállapításokat tesz az egyensúlyi és az optimalizálási követelmények viszonyáról és ezzel kapcsolatban a matematikai módszerek felhasználásáról a szocialista tervgazdaságban *Montias, M.* [128] cikke.

8.4. Az ágazati programozási modell kapcsolata a hagyományos tervmutatószám-rendszerrel

Mint az ágazati programozási modellek „prototípusainak" áttekintésekor láttuk: az 1. fejezetben leírt hagyományos tervmutatószám-rendszer számos tervváltozója és tervegyenlete megjelenik a programozási modellben is. Vegyük pl. a műszálipari programozást.

1. Megjelennek a modellben a hagyományos mutatószámrendszer egyes termékmérlegei. A modellben szereplő valamennyi műszálfajta és a legtöbb intermedier vegyianyag is az úgynevezett kiemelt, mérleges, az országos tervhivatali mérlegekben elosztott termékek közé tartozik. Ezek teljes egészükben, valamennyi tételükkel megjelennek a modellben. A terilén-mérlegnél például a hagyományos terv meghatározza: mennyi legyen a termelés, az export, az import, s mennyi legyen a hazai textilipari felhasználás. E tervszámok, a hagyományos terv e változói közül az első három a modellben is változóként szerepel, az utolsó pedig a feltétel jobb oldalán szereplő konstans korlát.

2. A modellben a feltételi korlátok között szerepelnek egyes, a műszáliparon kívül gyártott anyagokból rendelkezésre álló kontingensek. Ilyen pl. a propilénanyagkeret. A hagyományos tervezés keretében is készül termékmérleg. Itt azonban mérlegnek csupán egyetlen tétele jelenik meg a matematikai programozási modellben: a műszáliparnak juttatott propilénmennyiség. Ez a hagyományos tervegyenletrendszer egyik ismeretlenje, egyik dokumentált tervszáma: most azonban, a programozási modellben konstansként szerepel.[6]

3. A programozási modellben korlátozottnak tekintjük a beruházási erőforrásokat; mégpedig éppen azokat, amelyeket a hagyományos mérlegrendszer is eloszt a megfelelő erőforrásmérlegekkel. Itt is hasonló a helyzet, mint a propilénkerettel: a tervegyenletrendszer egyik ismeretlenje, változója a programozási modellben mint konstans feltételi korlát jelenik meg.

Programozási modellünkben megjelennek a hagyományos tervegyenletrendszer egyes nem dokumentált, kisegítő egyenletei is. Ezeket — mint az 1. fejezetben már említettem — csupán mellékszámításként dolgozzák ki, esetleg csak egyes tervezők fejében, gondolataiban élnek. Az ilyenfajta egyenletek — mint pl. felső exportkorlátok, kapacitáskorlátok stb. — a programozási modellben „előlépnek": egyenjogúvá válnak a dokumentált egyenletekkel. Ezeket is pontosan kell tehát dokumentálni, s teljesülésükről is szigorúan gondoskodni kell.

A hagyományos tervmutatószám-rendszer hetedik csoportjaként ismertetett ún. kiemelt beruházási akciók a dokumentált mérlegegyenletektől mintegy függetlenül léteznek. Most ezek is a modell szerves részét alkotják: megjelennek egyes hazai termelési-beruházási változókban, amelyek, mint említettem, bizonyos előre meghatározott, 1966—74-ben lezajló beruházási akciókat implikálnak.

Az elmondottakat a következőképpen foglalhatjuk össze:

A programozási modell módot ad arra, hogy szervesen összekapcsoljuk a hagyományos mutatószámrendszer különböző elemeit. A programozási modell egyszerre, szimultán dönt a hagyományos terv több változójáról, több egyenlet párhuzamos kielégítéséről: olyan változókról, amelyek egymással konform

[6] Ennek a gondolatnak még fontos szerepe lesz a későbbiekben, a népgazdasági programozási modell ismertetésekor.

értékét eddig a tervkoordináció sajátos tapogatódzó folyamatában igyekeztek megközelíteni.

Mindez módot ad arra, hogy javítsuk a hagyományos módon kidolgozott eredeti terv belső konzisztenciáját, s egyúttal lényeges megtakarításokat is érjünk el a hivatalos tervhez képest. (Láttuk, hogy a pamutipari és a műszálipari számításban 12—15%-os megtakarításokhoz jutottunk.) De talán még ennél is fontosabb a matematikai programozás „pedagógiai" szerepe: megvilágítja a tervszámok közti kapcsolatokat, a terv belső logikai szerkezetét; racionalitásra, célszerű választásra ösztönzi a tervezőket.

8.5. A számítástechnikai korlátok

Tárgyilagosan rá kell mutatni a programozási modellek mai gyengéire is. Egy-egy ágazati programozási modell mindössze néhány tucat tervváltozóval és tervegyenlettel foglalkozik. A hagyományos tervezés egyetlen egyenletet sem old meg egzaktan — de ugyanakkor sokkal több összefüggést tart szem előtt. Ha kiemelnénk az (1.7) hagyományos tervegyenletrendszerből mondjuk a műszáliparral kapcsolatos változókat és egyenleteket, sokkal többet kapnánk, mint amennyi a mi programozási modellünkben szerepelt.

Ha most nem is sorolom fel a matematikai programozás összes nehézségeit (pl. az adatgyűjtésről egy későbbi fejezetben lesz szó), legalábbis a számítástechnikai problémákra itt kell kitérnem. A Magyarországon jelenleg működő, viszonylag legnagyobb teljesítőképességű számológépen legfeljebb akkora lineáris programozási feladatot tudunk különösebb nehézségek nélkül[7] megoldani, amelyben a korlátozó feltételek száma nem több 80-nál.

Külföldön jóval nagyobb gépek is működnek. Bizonyos, hogy a magyar elektronikus géppark is bővül majd nagyobb teljesítményű gépekkel. De mindig lesznek reális számítástechnikai korlátok, amelyek határt szabnak modelljeink méreteinek.

Modell szerkesztése közben mindig csábító az a gondolat, hogy tágítsuk a vizsgálat körét, s több problémára igyekezzünk felelni. E kísértésnek engedve tetszetős papirostanulmányok születhetnek. Aki azonban valóban számolni akar, annak *józan kompromisszumot kell kötnie egyfelől a teljesség, részletesség és pontosság igénye, másfelől a reális számítástechnikai lehetőségek között.*

Modelljeink méreteinek szükségszerű számítástechnikai korlátaiból két fontos következtetés adódik. Az egyik: össze kell kapcsolni a felsőbb szinten végzett, átfogó, összevontabb programozást az alsóbb szinten végzett, egy-egy részterületre vonatkozó, de konkrétabb, részletesebb programozással. Jelen esetben: az ágazati szinten végzett számítást *üzemi* számításokkal. A pamutiparban pl. végeztünk is, kísérleti célokból, egy ilyen üzemi programozást, az egyik legnagyobb magyar textilgyárban, a Goldberger-üzemben. A magasabb és az alsóbb szinten végzett programozások összekapcsolásának lehetőségeiről még részletesen szó lesz.

A második következtetés: a matematikai programozásra alapozott gyakorlati javaslatokat nem szabad „misztifikálni", túlbecsülni. Nem szabad a programozás végeredményeinek részadatait biztos, egyértelmű utasításként felfogni és mechanikusan alkalmazni.

[7] A lassabb, nehézkesebb kisegítő memóriák (pl. filmmemória), valamint dekompozíciós módszerek igénybevétele nélkül.

A matematikai módszerek segítségével végzett programozás nem a tervező-munka befejezését jelenti, hanem újabb szakaszát vezeti be. Nem pótolja az iparvezetés munkáját, hanem annak segédeszköze. A programozás kereteket ad meg, amelyeket ki kell tölteni; meg kell tervezni a végrehajtás részleteit s eközben *szükségképpen korrigálni is kell a programozás eredményeit, azoknak az összefüggéseknek, vállalati adottságoknak, műszaki-gazdasági szempontoknak a figyelembevételével, amelyeket a programozás — a matematikai modell kezelhetősége érdekében — nem vehetett számításba.* (Ez természetesen nem lehet ok arra, hogy szubjektív előítéletek, önkényes megfontolások miatt térjünk el a matematikai módszerekkel meghatározott optimális programtól. A programot csak annyiban célszerű korrigálni, amennyiben az objektív körülmények, a modellben figyelembe nem vett adottságok erre kényszerítenek.)

Mindezek miatt a programozás alapján kidolgozott gyakorlati ajánlás a beruházás, a műszaki fejlesztés „stratégiai tervéhez" szól hozzá, s nem feladata a „taktikai terv", az operatív részletek meghatározása. Ezeket (amennyiben nincsenek kiegészítő részprogramozások) a tervezés hagyományos módszereivel kell kidolgozni.

III. RÉSZ

A bizonytalan adatok kezelése

A könyv előző részében feltettük, hogy minden adat pontosan ismert. Most ezt a feltevést feloldjuk s a bizonytalan adatok kezelését vizsgáljuk meg.

A biztos adatok fő ismérvei általában a következők:

a) Valamely korábbi időszakra vonatkozó, kellően reprezentatív és megbízhatóan feldolgozott statisztikai adatfelvételen alapulnak.

b) Feltételezhető, hogy az adatok nem változnak (legalább megközelítően azonosak maradnak) a jövőben.

Ezeknek az ismérveknek megfelelnek egyes, már hosszabb idő óta működő, kipróbált technikai berendezések statisztikailag megfigyelt műszaki mutatói, naturális mértékegységekben kifejezve (pl. a gépi teljesítmény mutatói, kapacitásadatok, az anyagfelhasználás mutatószámai stb.).

Más ismérvek alapján ugyan, de ugyancsak biztosnak tekinthető az olyan vétel- vagy eladási ár, amelyet a külföldi eladó (vagy vevő) megfelelő szankciók terhe mellett, szerződésileg rögzített.

Ilyen szigorú kritériumok esetén a beruházások gazdaságossági, távlati tervezési számításainak csak kevés adata tekinthető biztosnak. Minden egyéb adatot bizonytalannak kell tekintenünk.

A szerkezeti döntésekkel kapcsolatos bizonytalanságok sokféle szempont szerint osztályozhatók. A teljesség és az elméleti általánosítás igénye nélkül kategorizálva, könyvemben a bizonytalanságok három fő csoportjával foglalkozom.

1. Bizonytalanok valamely tevékenység egyes *reális* ráfordításai, illetve reális hozamai. Tehát pl. bizonytalan egy új gép várható műszaki teljesítménye, egy beruházás építési ideje stb. A „reális" szó arra utal: itt most nem azt tekintjük problematikusnak, hogy a ráfordítást, illetve hozamot milyen módon számítsuk át forintra. Ebben a kategóriában tehát főként műszaki jellegű információk bizonytalanságáról van szó. Ide sorolható azonban a külföldi pénznemben felmerülő várható importár, illetve exportár bizonytalansága is. Ez is reális ráfordítás, illetve reális hozam,

amelynek bizonytalansága különválasztható attól a problémától, hogy a dollár- vagy rubelárat milyen árfolyammal számítsuk át forintra.

Rokon a bizonytalanságnak ezzel a fajtájával a tevékenységek, vagy tevékenységkombinációk egyes korlátainak bizonytalansága. Például nem ismerjük elég pontosan az export piaci korlátait.

Minden ilyen esetben valamilyen objektíve létező, reális (jelenlegi vagy jövőbeni) adottság, tőlünk független, *külsőleg adott* nagyság pontos ismeretének hiánya miatt fellépő bizonytalanságról van szó. Nevezzük ezt összefoglalóan az *információhiány* okozta bizonytalanságnak. A könyv most következő, III. részében főként erről a típusú bizonytalanságról lesz szó.

2. Problematikus, hogy valamely reális nagyságot (legyen az akár külsőleg adott, akár belsőleg, a gazdasági vezetés által megszabható nagyság) hogyan számítsunk forintra. Például statisztikai megfigyelés alapján tudjuk, hogy az új gép hány kWó áramot fogyaszt, de problematikus, mi legyen az áram egységára.

A bizonytalanságnak ez a típusa részben a pénzbeli kalkuláció elméleti tisztázatlanságaival, részben a számítás gyakorlati nehézségeivel függ össze.

Az elszámolással, a kalkulatív értékelésekkel kapcsolatos bizonytalanságot részletesen tárgyalja a könyv IV. része.

3. Az eddig tárgyalt ágazati modellek a népgazdaság egészéből kiemelt szférákkal foglalkoztak. A programozási szférát elsősorban tervdirektívák (kibocsátási előírások, erőforráskeretek stb.) kapcsolták össze a népgazdaság többi részével. A részdöntés vizsgálatakor azonban a tervdirektíva még — bizonyos fokig — bizonytalannak tekinthető. A programozás a tervezés fázisában történik; esetleg éppen a számítás hatására módosítják az eredeti tervdirektívát. A bizonytalanságnak ez a típusa szembetűnően más, mint az előzőek. Itt olyan nagyságokról van szó, amelyek (ellentétben egy adott technológiájú gép teljesítményével, vagy egy importcikk dollárárával) nem külsőleg adottak, hanem *belsőleg megszabhatók*. Bizonytalanságuk addig tart, míg nagyságukat a gazdasági vezetés el nem döntötte.

A felsőbb döntésre váró előirányzatok problémájával a könyv V. része foglalkozik.

9. A műszaki és költségadatok megállapításának nehézségei

9.1. Az adatszolgáltatás szerkezete

A tőkés országokban dolgozó közgazdászok, operációkutatók írásaiban nemegyszer olvashatunk arról, milyen nehézségeket okoz az adatok összegyűjtésénél az a körülmény, hogy a vállalatok üzleti titokként kezelik az adatok jelentős részét.

A mi kutatásainkban ez a nehézség ismeretlen volt, s ez nagy könnyebbséget jelentett. Általában a szocialista tervgazdaság, a maga széles, szervezett, s nagymértékben centralizált, egységesített adatszolgáltatásával ebből a szempontból is hálás talaja a matematikai módszerek alkalmazásának. Vannak azonban speciális nehézségek, amelyek főképp azzal függnek össze, hogy a matematikai módszerek alkalmazása még újszerű, szokatlan feladat a mi viszonyaink között.

A programozási modellekben felhasznált adatok egy része a jövőre vonatkozó becslés; vagy Magyarországon eddig még ismeretlen technológiák jellemzése stb. Az ilyen adatok bizonytalansága elkerülhetetlen. Modelljeinkhez azonban szükségünk volt olyan adatokra is, amelyeknek *ma* és *Magyarországon* létező tényeket kellene jellemezniük, s mégsem álltak biztos adatként rendelkezésünkre.

Az adatszolgáltatás szerkezete jelenleg általában az operatív vezetés információigényéhez igazodik. (Bár nem teljesen: gyakori a jogos panasz amiatt, hogy az operatív vezetés, az ehhez kapcsolódó hagyományos tervezés és az adatszolgáltatás szerkezete között sem kielégítő az összhang.) Alig tudja azonban kielégíteni a matematikai modellek információigényét. A matematikai módszerek ugyanis sokszor egészen más csoportosításban, más szerkezetben követelik meg az adatokat, mint ahogy azt az adatszolgáltatás gépezete jelenleg rendszeresen összeállítja. Ez számos súlyos nehézséget okoz. Csupán néhány példát említek.

A rendszeres adatszolgáltatás szervezeti egységenként figyeli meg az adatokat (pl. minisztérium, iparigazgatóság, vállalat, ezen belül üzem stb.). Programozási modelljeink azonban egy-egy olyan szférát fognak át, amely nem esik szükségképpen egybe a hivatalos szervezeti egységekkel (lásd erről az 5.2. és 6.2. szakaszokat). Így például külön speciális felmérést kellett végeznünk annak meghatározására: mennyi a pamutipar üzemterülete, hogy ezt az adatot a modell 14. feltételébe beiktathassuk.

Az adatok szervezeti egységenkénti megfigyelése még egy szempontból okoz nehézséget. Modelljeinkben előtérben áll a technológiai variánsok közötti választás. Így például a pamutipari modellben az alternatívák között szerepelnek a magyar gyárakban már működő automata gépek. Csakhogy a rendelkezésre álló adatokból nem tudtuk közvetlenül megállapítani, mennyi a csévé-

váltós szövőautomata segédanyag-fogyasztása vagy villamosenergia-felhasználása valamely gyárban, mert a normális gyári adatszolgáltatás csupán az egész üzem segédanyag-fogyasztását, villamosenergia-felhasználását figyeli meg, s az üzemben egymás mellett dolgoznak a régi mechanikai és az új automata gépek. Ilyen esetekben is külön, speciális megfigyeléseket kellett végeztetnünk a megfelelő műszaki és költségadatok meghatározására.

Más esetekben kifejezetten ágazati átlagadatokat igényelt modellünk. Így pl. a pamutmodellben iparági átlagos gőz- és áramtarifával akartunk számolni, mivel modellünk amúgy sem foglal állást a tevékenységek területi (vállalatok szerinti) allokációjában. Ezt is külön ki kellett számíttatnunk, mert ilyen ágazati átlagadat nem állt rendelkezésre.

Hasonlóak a tapasztalatok más iparágakban is. *A tervezés, a gazdaságossági számítás módszerei most a matematikai eszközök felhasználása révén hirtelen előretörnek. A számvitelt, a statisztikai adatszolgáltatást tehát úgy kell fejlesztenünk, hogy kielégíthesse a számítások megnövekedett speciális igényeit.*

Ez egyébként a fejlődés szokásos menete; rendszerint a tervezés, a gazdasági számítás szükségletei adják fel a „leckét" a számvitelnek, az adatszolgáltatásnak.

Azoknak, akik ma a távlati tervezés matematikai programozásával foglalkoznak, szembe kell nézniük ezekkel a nehézségekkel, s rendkívüli adatgyűjtéssel, speciális megfigyelésekkel, becslések kidolgoztatásával előteremteni a szükséges számokat. De ahogy a matematikai programozás alkalmazása általánosabbá válik, úgy erősödik majd az igény arra, hogy a *szervezett adatszolgáltatás* keretében biztosítsák a programozásokhoz szükséges adatokat, vagy legalábbis azok nagy részét.

Az adatgyűjtés nehézségei most még engedményekre kényszerítenek. Gyakran arra késztetnek, hogy olyankor is átvegyük a hagyományos tervezés és számvitel szerkezetét, kategorizálását, adatrendszerét, amikor — elméleti megfontolások alapján — célszerű lenne másképp számolni. Az engedmények azonban ma szükségesek annak érdekében, hogy végül is képesek legyünk a modell kereteit adatokkal „feltölteni".

9.2. Véletlen és tendenciózus becslési hibák

A pontos információk hiánya sok esetben szükségessé teszi egyes műszaki és költségadatok *becslését.*

Ha a becslést végző egyén vagy kollektíva *tárgyilagosan, elfogultság nélkül* kezelte az adatokat, a becslésben rejlő hiba véletlen jellegű, s kizárólag az információ hiányosságaival magyarázható.

Más a helyzet, ha a becslést végzők valamilyen formában személyesen érdekeltek a szóban forgó beruházás megvalósításában (vagy elvetésében) Ez esetben a becslés gyakran *elfogult.*

Ballisztikai hasonlattal: az első esetben a becsapódások szórása a célpont körül a célzás véletlen pontatlanságaival függ össze. A második esetben a célzóberendezés hibás; az ágyú húz valamilyen irányba.

Vannak-e tendenciózus becslési hibák a hagyományos beruházás gazdaságossági számításokban?

Mint már korábban említettem, a hivatalos beruházási döntés alapja az engedélyezési okmány, amely ismerteti a tervezett létesítmény valamennyi

jellemző termelési, műszaki és költségadatát. Fontos tisztáznunk, hogyan teljesülnek a valóságban az engedélyezési okmányokban előterjesztett adatok?

A tényeket — sajnos — rendkívül nehéz megismerni. Éveken keresztül az volt a gyakorlat, hogy a döntés *előtt* alaposan vitatták a jóváhagyási dokumentum minden egyes előirányzatát, de *utólag* senki sem ellenőrizte az előirányzatok teljesülését.

1960 óta a Beruházási Bank végez rendszeresen úgynevezett utólagos gazdaságossági vizsgálatokat. Részletesen, tételről tételre ellenőrzik a jóváhagyási dokumentumok előirányzatainak teljesülését.[1] Nevezzük a továbbiakban a tényleges és a tervezett adat arányát t e l j e s í t é s i a r á n y n a k. A 9.1. táblázatban az 1960. évi, valamint az 1961 első felében végzett utólagos gazdaságossági vizsgálatok adatait foglaltam össze.[1a]

Az értékelés előtt néhány szót az adatok megbízhatóságáról.

A bank jelentései nem tekinthetők abszolút pontosnak, de — mivel az egyes létesítmények egyedi vizsgálatán alapulnak — a tendenciák jelzésére biztosan alkalmasak. Azokat az adatokat, amelyek valamilyen szempontból nem látszottak megnyugtatónak, kihagytuk az összeállításból. Egyébként ellenőrzésképpen megállapítottuk, hogy ha a kihagyott adatokat is figyelembe vettük volna, akkor a következőkben elemzésre kerülő tendenciák (a költségek túllépése stb.) még élesebben mutatkoznának.

Az adatsokaság, amelynek jellemzőit meghatároztuk, 42—90. adat. (Nem minden jelentés tartalmazott adatot valamennyi vizsgált összefüggésre.) Ez nem túl sok. A megvizsgált beruházások kiválasztása lényegében véletlen jellegű (statisztikai szempontból értelmezve a véletlen mintavétel fogalmát).

Mivel összesen egy-másfél éve folynak ilyen vizsgálatok, a jelenségek dinamikáját nem elemezhettük.[2]

Arra törekedtünk, hogy lehetőleg mindig az engedélyezési okmány előirányzatait hasonlítsuk össze a tényadattal. Több beruházásról azonban csak egy későbbi okmány, az úgynevezett *„tervfeladat"* állt rendelkezésre. Minthogy ezt már a tervezés későbbi szakaszában állítják össze, pontosabb költségelőirányzatokat tartalmaz, mint az engedélyezési okmány. Emiatt a 9.1. táblázat valamelyest szépíti a helyzetet.[3]

[1] Az itt következő adatok összeállításához *Deák J.-né* (Beruházási Bank) nyújtott értékes segítséget. (Lásd még a [33] cikket.)

[1a] Beruházási javaslatokat rendszeresen készítenek a különböző szervek (beruházási osztályok, tervezőirodák), személyek (beruházási előadók és osztályvezetők, tervezőirodai mérnökök és közgazdászok).

Mindaddig, amíg az anyagi és erkölcsi ösztönzés adott konkrét formái, a beruházások tervezésének, jóváhagyásának és ellenőrzésének adott szervezetei, keretei változatlanok, addig *tömegesen* „újratermelődnek" az adott módszerekkel együttjáró tipikus eredmények és hibák is. Jogosultnak tűnik tehát, hogy az előirányzatok teljesítésének arányát *valószínűségi változónak* tekintsük.

[2] Az időközben végrehajtott árváltozásokat (1959. január 1-i árrendezés) a szokásos átindexezéssel hidalták át.

[3] A Beruházási Bank 1960. évi vizsgálati anyagában nyolc beruházás engedélyezési okmánya („beruházási program") állt rendelkezésre a tervfeladat előirányzataival együtt. Az előbbieknél a beruházási költségeket átlagosan 54,2, az utóbbiaknál 8,9%-kal lépték túl.

Az összehasonlításhoz rendkívül kevés a rendelkezésre álló adat. Mindenesetre jelzik azt a közismert jelenséget, hogy a tervfeladat érettebb, megalapozottabb okmány, mint az engedélyezési okmány. Az érdemleges beruházási *döntés* azonban az utóbbi alapján történik.

A legkevésbé megbízhatóak a tervezett és tényleges termelésre vonatkozó adatok. Megfelelő előzetes szám hiányában sokszor utólag állapítják meg a „tervszámot". Ezt az adatsort tehát csak nagy fenntartással fogadhatjuk el.

Ezek után nézzük a táblázat érdemleges tanulságait:

A tényleges összes beruházási költség igen gyakran magasabb az előirányzatoknál. A túllépések átlaga, számtani középértéke elég magas, 22,2%.

9.1. táblázat

Az engedélyezési okmányok előirányzatai és teljesítésük

		A feldolgozott adatok száma	Az előirányzat teljesítési arányainak átlaga	Szórás	Relatív szórás	Konfidencia-intervallum (95%-os biztonsággal)*
I.	Összes beruházási költség	90	122,2	36,2	29,6	114,6—129,8
II.	Építési költség	58	126,7	48,9	38,6	113,9—139,5
III.	Gépberuházási költség	42	105,3	39,0	37,0	93,2—117,4
IV.	Egyéb beruházási költség	62	163,5	121,3	74,2	132,7—194,3
V.	Megvalósítási idő**	79	149,4	65,7	44,0	134,7—164,1
VI.	Termelés	90	103,9	18,2	17,5	100,1—107,7
VII.	Fajlagos beruházási költség	81	122,2	37,2	30,5	114,0—130,4

* A konfidencia-intervallum fogalma a következőket jelenti (az I. sor példájában): 95% a valószínűsége annak, hogy a 114,6—129,8%-os intervallum tartalmazza az összes beruházási költség teljesítési arányának várható értékét.

** A beruházások központilag előírt átmeneti leállításának idejét levontuk a megvalósítási idő számításakor.

Az átlagos túllépés körül eléggé szórnak az egyedi teljesítési százalékok; a relatív szórás 29,6%. Ez a *relatív szórás jellemzi az előirányzatokban rejlő véletlen pontatlanságot.* Igen sok alkalmi, esetleges tényező játszik közre abban, hogy a beruházás végeredményben milyen mértékben veszi igénybe vagy lépi túl az eredetileg előirányzott összeget. Ilyen alkalmi tényezők: a műszaki tervezés magas vagy alacsony színvonala, a beruházás szervezettsége vagy szervezetlensége, a kooperáló vállalatok kötelezettségeinek teljesítése vagy elmaradása, az importszállítmányok idején érkezése vagy késése és így tovább. Mindez beruházásonként nagyon eltérő.

Ezzel szemben *a túllépések 22,2%-os átlaga az előirányzatokban rejlő tendenciózus torzítást tükrözi.*

Megvizsgáltuk, hogy vajon a nagyobb létesítményeknél erősebben érvényesül-e ez a tendencia, mint a kisebbeknél. A beruházás mérete (összes költ-

sége) és a tervezett költségek túllépésének aránya között azonban nem mutatkozott érdemleges korreláció.

A költségek három fő csoportjánál eltérő a beruházási költségelőirányzatok bizonytalansága. Relatíve legpontosabb a gépköltségek előirányzata. A gépek ára többnyire pontosan ismert, akár hazai, akár külföldi gépekről van szó; az adat már a jóváhagyáskor aránylag könnyen ellenőrizhető. Sokkal megbízhatatlanabb az építés előirányzata (26,7%-os átlagos túllépés), s a legrosszabb az úgynevezett „egyéb" költségeké. Ez ugyanis — mint közismert — a legkevésbé „megfogható".

A megvalósítási időről szóló adatok a beruházások kivitelezésének nagymértékű elhúzódását mutatják. Az előirányzatok rendszerint teljesíthetők lennének a beruházások megvalósításának helyes megszervezése esetén (korszerű építési módszerek, a gépi berendezések jól ütemezett leszállítása stb.). A jelenleg általános *tényleges* megvalósítási időhöz képest azonban az előirányzatok rövidek.

A termelésre vonatkozó számok — mint említettem — feltehetően szépítik a valóságot. Az azonban reálisnak látszik, hogy a tényleges kapacitás többnyire nem kisebb, sőt elég gyakran nagyobb a tervezettnél.

Összefoglalóan megállapíthatjuk, hogy a vizsgált időszakban *határozott tendencia volt a költségek, ezen belül különösen az építési és az egyéb költségek, valamint a megvalósítási idő „alátervezésére".*[4] Itt szerepet játszik a beruházók vállalati vagy iparági „sovinizmusa". A beruházó — a biztos jóváhagyás érdekében — az előzetes számításokban lehetőleg alacsonyabbnak igyekszik feltüntetni a beruházási költséget a ténylegesnél. Úgy gondolja, hogy ha a javaslatot egyszer már jóváhagyták, nem lesz olyan nagy baj a költségek túllépése, a beruházási idő elhúzódása, és később már nem állítják le a beruházást s kifizetik a túllépést. A beruházásokkal kapcsolatos anyagi érdekeltségi rendszer viszont nem hat e tendencia ellen, mert az előirányzatok túllépése nem von maga után különösebb konzekvenciát.[5]

Mindez közismert jelenség. Nem ennek a könyvnek a feladata, hogy részleteiben tisztázza a tendenciát előidéző tényezőket. Ehhez részletesen vizsgálni kellene a beruházásokkal kapcsolatos összes anyagi és erkölcsi ösztönzőt, a tervezés, a lebonyolítás, az ellenőrzés szervezeti problémáit stb. Számunkra ezen a helyen elegendő megállapítani azt, hogy a jóváhagyási dokumentumok adatai tipikus hibákat, tendenciózus torzításokat tartalmaznak. Mindezt a 9.1. táblázat igazolja.

Az összes beruházási költségeknek a 9.1. táblázatban közölt adataival egy további számítást is végeztünk. Jelöljük a tényleges és a tervezett összes beruházási költség hányadosát, a teljesítési arányt a továbbiakban η-val.

Megállapítottuk, hogy a teljesítési arány olyan valószínűségi változó, amely úgynevezett *logaritmikusan normális eloszlással* kielégítően jellemezhető. Ezt mutatja be a 9.2. táblázat és a 9.1. ábra. (Lásd a következő oldalakon.)

A táblázat harmadik oszlopában szerepelnek a Beruházási Bank vizsgálatai alapján számított empirikus *relatív gyakoriságok*. (Pl. a Bank által megvizsgált esetek 10%-ában a teljesítés aránya 140 és 160% közé esett.) A negyedik oszlopban szerepelnek az illesztett logaritmikus normális eloszlás alapján *szá-*

[4] Lásd erről még *Lukács L.* [107] tanulmányát.

[5] A kapacitások óvatosabb tervezésének nem teljesen nyilvánvalóak a motívumai, talán az a magyarázata, hogy a tervezett kapacitást forrásként előre számításba veszik, „betervezik" a termékmérlegekbe; ezért az elmaradást szigorúbban kérik számon.

mított valószínűségek. (Pl. 20,1% a valószínűsége annak, hogy a teljesítési arány 120—140% közé esik.) Az ábrán látható lépcsős görbe a Bank adatai alapján kiszámított relatív gyakoriságokat mutatja, a folytonos görbe pedig az előbbiek alapján illesztett folytonos sűrűségfüggvényt. Az ábrából is kitűnik, hogy az empirikus függvény értékei közelesnek az illesztett függvény megfelelő értékeihez.[6] (Az ezzel kapcsolatban végzett próba is megerősítette: az empirikus

9.2. táblázat

A teljesítési arányok és gyakorisági megoszlásuk

A teljesítési arány tartományai %-ban	A megvizsgált beruházások száma	Empirikus relatív gyakoriság %-ban	Elméleti valószínűség a log. normális eloszlás szerint %-ban
— 60	0	0	1,1
60— 80	6	6,7	8,3
80—100	19	21,1	20,1
100—120	23	25,6	23,7
120—140	19	21,1	20,1
140—160	9	10,0	12,7
160—180	7	7,8	7,1
180—200	3	3,3	3,7
200—220	2	2,2	1,7
220—240	1	1,1	0,8
240—260	1	1,1	0,4
260—	0	0	0,3
Összesen	90	100,0	100,0

relatív gyakoriságok nem térnek el szignifikánsan a folytonos sűrűségfüggvénytől.)

Közgazdasági szempontból figyelemre méltó a valószínűségi változó néhány jellegzetessége.

A *leggyakoribb* érték, a módusz 107,8% (az ábrán M_0-val jelöltük). Mint látjuk, ez a költségelőirányzat felett van, de nem túlságosan. A teljesítési arányok *átlagos* értéke (számtani középértéke) azonban jóval több ennél, 122,2%.

Az eloszlás aszimmetrikus. A módusztól, a sűrűségfüggvény maximum-

[6] A logaritmikusan normális eloszlásról lásd *Rényi A.* [148] könyvét (209—210. old.), vagy *Cramér, H.* [23] művét (220. old.).

A logaritmikusan normális eloszlású η valószínűségi változó sűrűségfüggvénye:

$$g(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma y}\, e^{\frac{-(\ln y-m)^2}{2\sigma^2}} \qquad y>0 \tag{9.1}$$

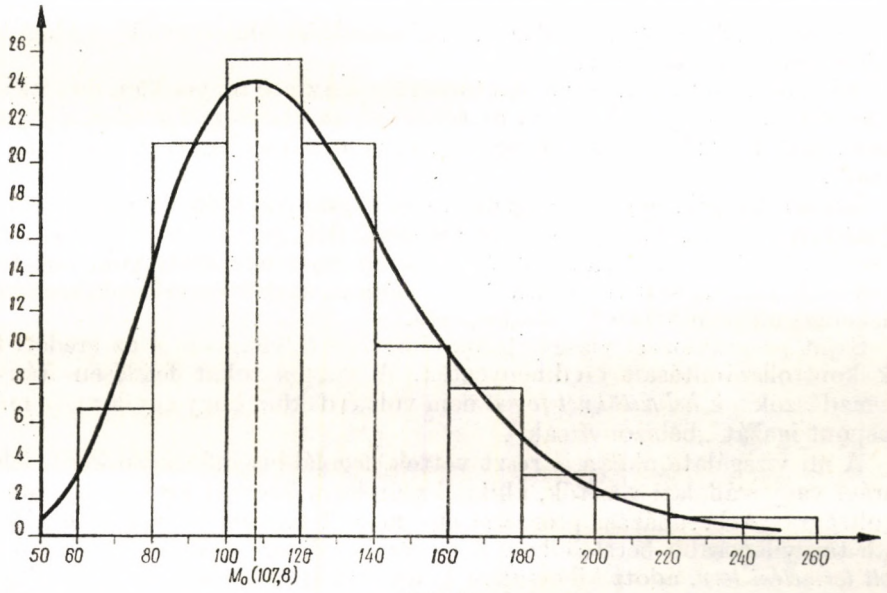
Esetünkben az elméleti függvény paraméterei:

az adatok természetes logaritmusának várható értéke $m=4{,}76$
az adatok természetes logaritmusának szórása $\sigma=0{,}29$

helyétől jobbra a görbe elég enyhén lejt, balra jóval meredekebben esik. Ennek közgazdasági magyarázata — nézetem szerint — a következő:

Az engedélyezési okmány előterjesztőinek — amint arra már utaltam — nem érdekük túl magasra tervezni a beruházási költségeket. Ennek ellenére előfordul ilyen irányú hiba is; ez azonban nem tendenciózus. A tervezők *önszántukból* nem készítenek a valóságosnál költségesebb tervet, ezért az adatok szóródása ebben az irányban nem nagy. Ez jut kifejezésre abban, hogy a 9.1. ábrán szemléltetett görbe bal felé meredeken esik.

Az okmány előterjesztői szeretnék, ha a beruházási javaslatot elfogadnák. Ez az „alátervezés" irányába húz, de *nem minden javaslatnál egyformán.*



9.1. ábra

Egyrészt nem egyforma a felelősségtudat foka a különböző tervezőknél, másrészt nem is érdemes minden javaslatot „szépíteni". Ha például a javaslatot már előzetesen, más meggondolások miatt elfogadták, akkor nem érdemes a költségeket alátervezni; a kedvezőtlenebb gazdasági mutatószám sem veszélyezteti a javaslat sorsát. Ha viszont a javaslat sorsa kétséges, érdemes némileg optimistább számokkal is „alátámasztani". A sokféle tényező következtében végeredményben az alátervezés mértéke erősen szóródik. Ez kifejezésre jut abban, hogy a 9.1. ábrán szemléltetett görbe jobbfelé enyhén lejt.

Az előirányzott költség túllépésének valószínűsége 60,9%.

Jelöljük η_{80}-nal azt a teljesítési arányt, amelyről a következőket tudjuk: 80% a valószínűsége annak, hogy a tényleges teljesítési arány, η értéke kevesebb az η_{80} értéknél. Ezt az értéket nevezik a valószínűségszámításban az η valószínűségi változó 80%-os *kvantilis*ének.[7] Jelen esetben $\eta_{80} = 148{,}4\%$. Más szóval: 80%-os valószínűséggel számíthatunk arra, hogy a költségelő-

[7] A kvantilis fogalmáról lásd *Rényi A.* [148] könyvét (285—287. old.) és *Cramér, H.* [23] könyvét (181. old.).

irányzat túllépése nem lesz több 48,4%-nál, s csak 20%-os valószínűséggel arra, hogy a túllépés még ennél is nagyobb lesz.

Az adatok nagyobb tömegének megfigyelése pontosabbá tenné ismereteinket az előirányzatokban rejlő hibák valószínűségi eloszlásáról. Ahogy az erre vonatkozó adatok köre bővül, úgy kell majd az elemzést is kiterjeszteni. Vizsgálni kell a megfigyelt tendenciák *dinamikáját:* az egyes területek, iparágak közötti esetleges jellegzetes eltéréseket és így tovább.

9.3. A becslés tárgyilagosságának elősegítése

Hogyan védekezzünk gazdaságossági számításainkban az előzőekben leírt tendenciózus torzítás ellen?

A legfontosabb: kiküszöbölni a torzításra késztető tényezőket, megfelelően módosítani az anyagi és erkölcsi ösztönzőket, az ellenőrzési módszereket stb. A lehetőség adott; konkrét eszközeivel azonban ebben a munkában nem foglalkozunk.

Miután tudjuk, hogy az engedélyezési okmányok előterjesztői — a jelen helyzetben — az esetek nagy részében részrehajlók, ezért célszerű becsléseiket olyanokkal felülvizsgáltatni, akik *helyzetüknél fogva* elfogulatlanok. Lehetőleg olyan szakértőkkel kell végeztetni az ellenőrzést, akiket beosztásuk, személyes érdekeltségük nem késztet részrehajlásra.

Saját programozási vizsgálataink ebben az értelemben is az eredeti tervek kontrollszámításait eredményezték. A vizsgálatokat felelősen irányító közgazdászoknak *helyzetüknél fogva* nem volt érdekük, hogy egyik vagy másik álláspont igazát „bebizonyítsák".

A mi vizsgálatainkban is részt vettek, legalábbis informátorként, felelős iparági vagy vállalati vezetők, akiknél számítani lehetett kisebb-nagyobb elfogultságra. A beruházási programozási modell természete azonban elősegítette tárgyilagosabb becsléseiket. A pamutszövőipari modellben például egy *adott termelési terv,* adott kibocsátási kötelezettség végrehajtásához szükséges optimális összetételű gépparkot kerestük. A becslésekben közreműködő vállalati és iparági vezetőket figyelmeztettük a becslésben rejlő hibák következményeire. Ha az automata gépek, a korszerű berendezések teljesítőképességét lebecsülik, akkor a számítás nem jelzi gazdaságosnak beszerzésüket (holott az ipari vezetők szeretnék korszerűbbé tenni iparágukat). Ha viszont *túl*becsülik a gépek várható teljesítményét, akkor a számítás kevesebb gép beszerzését irányozza elő az adott termelési terv teljesítéséhez, kisebb beruházási összeget igényel, mint amennyire valóban szükség lenne. A termelési terv ilyen körülmények között túlfeszítettnek bizonyulhat, amit — mint egy-egy terület felelős vezetői — bizonyára nem látnának szívesen. Ilyenformán a közreműködő szakértőknek érdekük volt lehetőleg pontos, se túl alacsony, se túl magas becslést adni.

Túl most már a pamutszövőipari példán, közismert az ipari vezetőknek a termelési tervet, illetve a beruházási tervet fogadó „Janus-arca". Ha egy ágazat *beruházási* tervéről van szó, akkor rendszerint az új, korszerű berendezések várható magas termelékenységét igyekeznek bizonyítani a felsőbb szerv előtt. Gyakori az új berendezések műszaki teljesítőképességének túl optimista becslése (bár az ellenkezőjével is találkozhatunk). Ha viszont a termelési tervről van szó, akkor többnyire óvatosan, kissé pesszimistán mérik fel a

jövendő kapacitást. Erre a kettősségre egyebek között az is módot ad, hogy eléggé elválik a beruházások gazdaságosságának felülbírálása és a termelési előirányzatok tervezése.

A könyvemben ismertetett modelltípusok módot adnak e kettősség hatásának enyhítésére. *A modell ugyanis tartalmazza mind a termelési, mind a beruházási tervet. Azonos* műszaki teljesítményadatok szerepelnek a termelési kötelezettségeket előíró korlátozó feltételekben és a gazdasági eredményt jelző célfüggvényben. Nem lehet tehát egyszerre túl optimistának lenni az egyik irányban és túl pesszimistának a másik irányban; a modell természete elősegíti az állásfoglalás belső összhangját, következetességét.

A becslés objektivitását azzal is növelhetjük, ha egyéni vélemények helyett *lehetőleg kollektív becslésekre* támaszkodunk. Ezzel kapcsolatban jó tapasztalatokat szereztünk az iparági vizsgálatok során. A vizsgálatokban részt vevő mérnökök, vállalati közgazdászok közösen, egymás ajánlásait saját tapasztalataik alapján kiigazítva végezték a becsléseket. A kutatócsoport becsült adatait azután egy szélesebb kollektíva, szakértői értekezlet elé terjesztettük, s alapos vita után egy részüket kiigazítottuk. Mindez megbízhatóbbá, tárgyilagosabbá tette a becsléseket.

Eddig szó volt a tárgyilagosság fokozásának módszereiről. Ugyanakkor reálisan látnunk kell, hogy nincs mindig erre lehetőség. Noha a torzítás irányába ható tényezők kiküszöbölhetők, *egyelőre* még érvényesülnek. Nincs mindig mód arra sem, hogy elfogulatlan szakértők végezzék a becsléseket és így tovább. Sokszor kényszerül tehát arra a gazdasági vezetés, hogy a beruházástervezés szokásos menetében készült adatok alapján döntsön — noha számítani lehet az adatok tendenciózus voltára. Mit lehet tenni ilyenkor?

Nézetem szerint *célszerű olyan ellenőrző számításokat is végezni, amelyek a jóváhagyási dokumentumban rejlő valószínű hibát mintegy „belekalkulálják" az eredménybe.* Például feltételezzük, hogy a költségelőirányzatok, a megvalósítási idő, a tervezett kapacitás teljesítési aránya megfelel majd az eddigi *átlag*nak. Ha tehát az összes beruházási költségek átlagos túllépésének (jobb adat híján) az előzőekben kapott 22,2%-ot tekintjük, akkor az eredetileg előterjesztett költségelőirányzathoz hozzáadunk kereken 22%-ot. Hasonlóképpen korrigáljuk a többi adatot is, majd kiszámítjuk, hogy ez esetben is gazdaságos-e a beruházás. Hasonló ellenőrző számítások elvégzéséről később még részletesen szó lesz.

Az ellenőrző számítások alkalmazásakor tisztán kell látnunk, hogy a korábbi adatokból levont számszerű következtetések (pl. a tervezési hibák átlagára, valószínűségi eloszlására vonatkozó megállapítások) csak addig érvényesek, amíg *változatlanok a külső körülmények,* amelyek között ezek az adatok születtek. Amint megváltozik az anyagi és erkölcsi ösztönzés módszere, a beruházások szervezete stb. — márpedig számos módosítás kívánatos lenne —, a számszerű következtetések elvesztik érvényességüket.

10. Érzékenységi vizsgálatok
Paraméteres programozás

10.1. Számítássorozatok

Ha modellünk minden feltevésében, s minden adatában teljesen biztosak lennénk, elegendő lenne egyetlen programozást elvégezni, s az így nyert megoldást tekinthetnénk az egyértelműen optimális programnak. A gyakorlatban azonban nincsen olyan hosszúlejáratú számítás, amelyre ilyen magabiztosan tekinthetnénk. Ezért egyetlen programozás helyett rendszerint egész *programozássorozatot* célszerű végezni.

Számszerűen vizsgálnunk kell, hogy mi a konzekvenciája annak, ha számításainkban az eredetiek helyett más feltevésekből indulunk ki; mi a konzekvenciája annak, ha számszerű adataink nem pontosan tükrözik a valóságot? Milyen „érzékenyen" reagál erre az optimális program; módosul-e emiatt?

A kérdésekre válaszolni hivatott számításokat a továbbiakban érzékenységi vizsgálatoknak nevezzük.[1] E számítások tehát arra felelnek, hogy *hogyan hat az optimális programra a kiinduló feltevések és a számszerű adatok valamely módosítása.*

A számítássorozat, az érzékenységi vizsgálatok során számos — a maga feltevései, kiinduló adatai alapján — „optimális" programhoz jutunk. Ezek tehát minden esetben *relatív* optimumok; együttes tanulmányozásuk, összehasonlító elemzésük segít hozzá a racionális döntéshez. (Ennek megfelelően nem szabad túlbecsülnünk közgazdasági szempontból az „optimum" fogalmát a programozásokról szóló fejtegetésekben.)

Az érzékenységi vizsgálatok egy részében azt tanulmányozzuk, milyen programokhoz vezet a modell szerkezetének megváltoztatása. A modell szerkezetén itt a korlátozó feltételek, a célfüggvény típusát stb. értem. Úgy is mondhatnánk: mindazt, ami matematikai szimbólumok segítségével, de számok nélkül is felírható. Pl. ilyen érzékenységi vizsgálatot jelentett a konkáv és a lineáris költségfüggvénnyel végzett műszálipari programozás eredményeinek összehasonlítása. (Lásd a 7.5. szakaszt.)

Más érzékenységi vizsgálatokban azt tanulmányozzuk, milyen hatást fejt ki, ha egy adott szerkezetű modellen belül változtatjuk a szimbólumok helyébe helyettesített *szám*szerű értékeket, a modell számszerű jellemzőit.[2] Pl. a pamutipari programozás során megvizsgáltuk, változik-e az optimális

[1] Az érzékenységi vizsgálatokról lásd pl. *Arnoff, E. L.—Sengupta, S. S.* [2] cikkét az [1] kötetben.

[2] Adott szerkezetű modell mellett az optimális programot determináló számszerű értékek együttesét nevezem a programozási feladat jellemzőinek. Pl. az 5. fejezetben leírthoz hasonló lineáris programozási feladat esetén a jellemzők: az **A** mátrix elemeinek, valamint a **b** és **c**′ vektorok komponenseinek számszerű értékei.

program, ha a költségfüggvényben magasabb vagy alacsonyabb gépbeszerzési árral kalkulálunk.

Az érzékenységi vizsgálat legegyszerűbb, de igen hasznos formája: párhuzamosan végzett számítások eredményeinek összehasonlítása. Jóformán mindig ezt tesszük, ha a modell szerkezeti változásainak hatását tanulmányozzuk, de megtehetjük akkor is, ha a modellben szereplő számszerű jellemzők változásának hatását vizsgáljuk. Ilyenkor a szóbanforgó nagyság előre rögzített diszkrét értékei mellett végzünk összehasonlítást.

Bizonyos esetekben lehetséges az ilyenfajta érzékenységi vizsgálatok céljaira speciális eljárásokat alkalmazni, úgynevezett paraméteres programozást végezni.

10.2. Paraméteres programozás

Lássunk egy példát. Meg kell oldanunk egy programozási feladatot, amelynek minden jellemzőjét ismerjük, kivéve a célfüggvényben szereplő együtthatókat. Tulajdonképpen ezek számszerű meghatározásához is rendelkezésünkre állnának a szükséges adatok, csupán a közgazdaságilag indokolt eszközlekötési tényező nagyságát nem ismerjük. A célfüggvényben szereplő együtthatót, c_j-t az ismert formula alapján kívánjuk meghatározni:

$$c_j = \gamma p_j + r_j, \tag{10.1}$$

ahol γ = az eszközlekötési tényező;
p_j = a j-edik tevékenység egységére eső beruházási költség;
r_j = a j-edik tevékenység egységére eső üzemeltetési költség.

Tegyük fel, hogy pontosan ismerjük p_j-t és r_j-t, de nem ismerjük γ, az eszközlekötési tényező nagyságát. Éppen ezért azt a megoldást választjuk, hogy nem egy, hanem egész sereg programozási feladatot tűzünk magunk elé. Az első feladatban az eszközlekötési tényező mondjuk 5%, a másodikban 6%, a harmadikban 7% stb. A feladatok hasonlítanak egymáshoz, mondhatnánk: szoros rokonságban vannak. A feladat-„család" közös vonása, hogy mindegyiknél azonos a modell szerkezete, a feladat számszerű jellemzői, kivéve a célfüggvénybeli együttható nagyságát befolyásoló eszközlekötési tényezőt. A feladatok abban különböznek egymástól, hogy a γ szimbólum helyébe sorra más-más számszerű értéket helyettesítünk be.

Elképzelhető lenne, hogy e feladatsereg egyes feladatait egymástól függetlenül, külön-külön oldjuk meg. Először elvégezzük a programozási feladatot $\gamma = 0{,}06$ mellett, majd az eredményt félretéve $\gamma = 0{,}07$, azután $\gamma = 0{,}08$ mellett és így tovább. Mindegyik feladathoz egy-egy optimális program tartozik. A paraméteres programozás eljárásaival azonban az egyenként elvégzett számítások hosszadalmas munkája helyett *egyetlen számítással* oldhatjuk meg az egész feladatsereget. Példánkban a paraméter a γ eszközlekötési tényező.

Paraméteres programozáson legáltalánosabb értelemben a következőket értjük:

A programozási feladat jellemzői, vagy legalábbis egy részük nem állandó szám, hanem egy változó, az úgynevezett paraméter függvénye. (Előbbi példánkban a célfüggvénybeli együtthatók együttese, a $\mathbf{c}'$ vektor a γ paraméter

függvénye.) Ebből következik, hogy maga *az optimális program is* — amelyet a feladat jellemzői determinálnak — *a paraméter függvénye*. Jelöljük általában a paramétert λ-val, az optimális programot x^*-gal:

$$x^* = x^*(\lambda). \tag{10.2}$$

Meghatározandó $x^*(\lambda)$: az optimális program, a paraméter függvényében.

A fentiekben a λ paraméter egy valós szám. A feladat tovább általánosítható, ha megengedjük, hogy a paraméter egy vektor legyen. Pl. a célfüggvénybeli együttható nagysága függ λ_1-től: az eszközlekötési tényezőtől, λ_2-től: a rubelárfolyamtól, λ_3-tól: a dollárárfolyamtól, λ_4-től: a bérszínvonal emelkedésének ütemétől. Ez esetben $\lambda = [\lambda_1, \ldots, \lambda_4]$ a paraméter. (A fejezet további részében nem foglalkozunk vektorparaméterrel, s csupán arra az esetre szorítkozunk, amikor a paraméter egyetlen valós szám.)

Ahhoz, hogy a paraméteres programozás *közgazdasági értelmezése* a könyv további részében világos legyen, látnunk kell, hogy a paraméter változása rendszerint nem a szóban forgó közgazdasági nagyság tényleges időbeli változását fejezi ki. A paraméter igazi, valóságos értékét *nem ismerjük, s ezért változtatjuk*, „végigfuttatjuk" különböző értékeken, s közben megállapítjuk, hogyan változik ennek függvényében az optimális program. Ez esetben tehát *közgazdasági következtetéseket kívánunk levonni azokból a függvénykapcsolatokból, amelyek a különböző paraméterek és az optimális program között fennállanak.*

A paraméteres programozási feladat, a fentiek szerinti teljesen általános formában, igen nagy. A gyakorlatban rendszerint lényeges megszorításokat kell tennünk, hogy megoldható feladathoz jussunk.

A legfontosabb megszorítás: a feladat jellemzői legyenek a paraméter *lineáris* függvényei.

Másodszor: nem mindegy, hogy a feladat mely jellemzői függnek a paramétertől (pl. csak a célfüggvény együtthatói-e, vagy csak a feltételi korlátok, vagy csak a feltételekben szereplő együtthatók, vagy pedig mindezek együttesen). A megoldás számítástechnikailag jól kezelhető eljárásait csak bizonyos speciális esetekre dolgozták ki eddig. Ezek egy részéről szó lesz a 10.3. szakaszban.

Könnyítést jelent, hogy a gyakorlatban rendszerint nem érdekel bennünket a szóban forgó paraméter összes lehetséges értéke. Senki sem kíváncsi arra, mi lenne az optimális program 100%-os eszközlekötési tényező mellett. Közgazdasági megfontolások alapján mindig megadható a paraméter alsó és felső határa, amelyen túl nem érdemes vizsgálódni. Jelöljük ezeket a határokat a λ_0 és λ^0 szimbólumokkal. Eszerint a paraméteres programozás arra redukálódik, hogy meg kell határoznunk az

$$x^* = x^*(\lambda) \qquad \lambda_0 \leqq \lambda \leqq \lambda^0 \tag{10.3}$$

függvényt. A feladat tehát ilyenkor pl. mindössze csak az, hogy meghatározzuk mindazokat az optimális programokat, amelyeket akkor kapunk, ha az eszközlekötési tényező „végigfut" a 3 és 30% közötti szakaszon.

További könnyítés: *Az esetek nagy részében a paraméternek nem minden változása okoz gyökeres változást az optimális programban.* Nézzük meg ezt a kérdést közelebbről.

Az optimális programban pozitív értékkel szereplő változók sorszámainak, indexeinek együttesét nevezzük a program s t r u k t ú r á j ának. Két egymástól eltérő programnak lehet azonos struktúrája. Például mindkét program-

ban azonos változók szerepelnek pozitív értékkel; így többek között az 1. változó is, de az első programban $x_1^* = 1000$, míg a másodikban $x_1^* = 2000$. *Az azonos struktúrájú programok a cselekvés azonos irányát jelölik meg, de eltérnek egymástól abban, hogy a megadott irányban meddig kell haladni.*

Mármost a paraméteres programozás során gyakran előfordul a következő két eset egyike:

1. A paraméter több, egymást követő értékéhez, egy egész tartományához *ugyanaz* az optimális program tartozik.
2. A paraméter több, egymást követő értékéhez, egy egész tartományához *azonos struktúrájú* optimális program tartozik, noha az azonos struktúrán belül eltérő az egyes változók nagysága.

Az első esetben a paraméter kvantitatív azonossági tartomány áról, a második esetben pedig a paraméter kvalitatív azonossági tartomány áról beszélhetünk.

A közgazdasági elemzésekhez fontos ismernünk az azonossági tartományok *határait*. Ezekkel kapcsolatban is bevezetünk megfelelő elnevezéseket.

A paraméter kvantitatív karakterisztikus értékének nevezem a kvantitatív, a paraméter kvalitatív karakterisztikus értékének pedig a kvalitatív azonossági tartományok határait.

10.3. Néhány gyakorlati példa

Az alábbiakban, az érzékenységi vizsgálatok illusztrációjaként néhány példát ismertetek programozási számításaink gyakorlatából.

A paraméteres programozás tipikus esete az, hogy a célfüggvényben szereplő együtthatók vagy egy részük függ a paramétertől, amely egy valós szám. Ez a helyzet például akkor, amikor a célfüggvényben számba vett költségek függnek a kalkulatív eszközlekötési tényezőtől vagy a devizaárfolyamtól. Ágazati programozásaink során több ilyen számítást végeztünk; ezekre majd a könyv IV. részében, a kalkulatív eszközlekötési tényezőről és a devizaárfolyamról szólva térünk vissza. A számítási feladat szempontjából ez az aránylag legegyszerűbb eset. Ilyenkor rendszerint (a könyvben tárgyalt modellekhez hasonló modell esetén) többé-kevésbé széles kvantitatív azonossági tartományokhoz jutunk.[3]

A paraméteres programozás egy másik tipikus feladata: megvizsgáljuk egy tevékenység jellemzőinél bekövetkező módosulás hatását az optimális programra.

Ezzel kapcsolatban tegyük fel a következőket:

A j-edik változó *nem* szerepel az optimális programban. A j-edik tevékenység jellemzői a következők: a célfüggvényben szereplő c_j együttható és a korlátozó feltételekben szereplő együtthatók mátrixának j-edik oszlopvektora, $\mathbf{a}_j$ (tehát pl. a pamutszövőipari modellben: a tevékenység évi termelése, bruttó beruházási igénye, tőkés devizaigénye, helyigénye, anyagigényei stb.).

[3] Abban az esetben, ha lineáris programozási feladatunk van, amelyet szimplex-módszerrel oldunk meg, s a célfüggvénybeli együttható a paraméter lineáris függvénye, felhasználható a *Gass, S.* [43] könyvében ismertetett eljárás.

Tegyük fel továbbá, hogy mind a c_j együttható, mind pedig az $\mathbf{a}_j$ oszlopvektor valamely λ paraméter függvénye. (Esetleg az oszlopvektornak csupán egyes komponensei függnek a paramétertől.)

Ilyenkor *aránylag egyszerű eljárással megállapítható, hogy mi a λ paraméternek az a karakterisztikus értéke, amely mellett a j-edik változó bekerül az optimális programba.*

Röviden ismertetem a pamutszövőipari számítás egyik ilyen érzékenységi vizsgálatát.

Az optimális programban az új szövőgép-automaták közül a legolcsóbb, de legkevésbé termelékeny vetélőváltós típus szerepelt, kiszorítva onnét a drágább, de termelékenyebb csévéváltós típust. Eredményeink közlésekor kétségek merültek fel: vajon reálisan vettük-e számba a két típus teljesítőképessége közötti különbséget?

Ezért ellenőrzésképpen a következő számítást végeztük el:

Fenntartottuk azokat az adatokat, amelyekkel eredetileg a vetélőváltós típust jellemeztük. A gép teljesítménye 210 fordulat/perc, 87%-os hatásfok mellett. A csévéváltós gép (a modellben a 188 számú tevékenység) egyes jellemzőit viszont úgy tekintettük, mint amelyek egy paramétertől: a gép fordulatszámától függnek. Az egyszerűbb áttekintés céljából a λ paramétert következőképpen definiáltuk:

$$\lambda = \frac{\text{csévéváltós gép fordulatszáma}}{\text{vetélőváltós gép fordulatszáma}}$$

adott 87%-os hatásfok mellett. A λ paramétertől függnek a gép következő jellemzői:

$$a_{1,118}(\lambda) = a''_{1,118}\lambda, \tag{10.4}$$

ahol $a''_{1,118}$ a gép évi termelése 210/perc fordulatszám mellett.

$$a_{7.118}(\lambda) = a''_{7,118}\lambda, \tag{10.5}$$

ahol $a''_{7,118}$ a gép évi írelthenger-szükséglete 210/perc fordulatszám mellett. Hasonlóképpen értelmezendők az $a''_{1,118}$ együtthatók a többi termékmérleg jellegű korlátozó feltételben.

Eszerint a korlátozó feltételekben szereplő összes együttható oszlopvektora a csévéváltós gépnél:

$$\mathbf{a}_{118} = \mathbf{a}'_{118} + \mathbf{a}''_{118}\lambda, \tag{10.6}$$

ahol $\mathbf{a}'_{118}$ az $a_{i,118}$ együtthatóknak a paramétertől nem függő részéből képzett oszlopvektor, $\mathbf{a}''_{118}$ pedig az $a_{i,118}$ együtthatóknak a paramétertől függő részeiből képzett oszlopvektora.

A célfüggvénybeli együttható:

$$c_{118} = c'_{118} + c''_{118}\lambda, \tag{10.7}$$

ahol c'_{118} az egységköltségnek a paramétertől nem függő része (alapvetően a beruházási költség), míg c''_{118} az egységköltségnek a paramétertől függő része (alapvetően az üzemeltetési költség). Utóbbi egyes elemei — szigorúan véve — nem pontosan arányosak a fordulatszámmal (pl. az energiaköltség progresszíven nő a fordulatszám emelésével), de a linearitás feltevése nem jelent túl nagy pontatlanságot.

Kérdés: milyen kritikus fordulatszámot kell a csévéváltós gépnek rendszeresen elérnie, hogy kiszorítsa a vetélőváltós gépet az optimális programból? Hány százalékkal kell felülmúlnia utóbbit, azaz mekkora a λ paraméter karakterisztikus értéke?[4]

A számítás eredményeit a 10.1. táblázat ismerteti.[5] Összehasonlításként közüljük a táblázatban a Pamutipari Igazgatóság által a vállalatoknak adott fordulatszám-előirányzatokat is.

10.1. táblázat

A csévéváltós gép kritikus fordulatszáma

	A csévéváltós gép fordulatszáma percenként (87% hatásfok mellett)	A csévéváltós gép fordulatszáma a vetélőváltós gép fordulatszámának százalékában
A csévéváltós gép bekerül az optimális programba, ha	230	108,5
A Pamutipari Igazgatóság előirányzatai:		
A felfutás 2. évére	213	106,1
A felfutás 3. évére	233	107,1

Hasonló karakterisztikus érték állapítható meg olyankor is, ha az $\mathbf{a}_j$ oszlopvektor nem függ a paramétertől, hanem csupán c_j, a célfüggvénybeli együttható. A karakterisztikus érték számszerű megállapítása ebben az esetben rendkívül egyszerű.[6]

Ilyen számítást végeztünk pl. a pamutipari programozás keretében. Megvizsgáltuk, hogy egyes tervbe vett magyar gyártmányú textilipari gépeknek mekkora lehet a legmagasabb előállítási költsége, s ennek alapján számított legmagasabb ára, amivel még szerepelnének az optimális pamutipari programban.

Vagy a műszálipari vizsgálatban: mi az a legalacsonyabb exportár, amely mellett még érdemes valamely termék hazai szükségletét meghaladó termelési kapacitást létesíteni.

Végül még egy gyakori feladatot említek. Adott számszerű jellemzők mellett kiszámítottuk az optimális programot. *Ezek után meghatározható egy-egy jellemző numerikus értékének az a tartománya, amelyen belül szabadon változhat, anélkül hogy az optimális program módosulna* (feltéve, hogy a feladat többi

[4] Az alkalmazott számítási eljárásról lásd [77].

[5] Az eredmények értékelésekor szem előtt kell tartani: nem arról van szó, hogy a csévéváltós gép képes-e egyáltalán 230 fordulatot elérni. A kulcskérdés itt — akárcsak pamutipari számításunkban mindenütt —, képes-e a magyar pamutszövőipar egészében, *átlagosan, rendszeresen* ekkora teljesítményt nyújtani.

[6] Lásd [77]. Ezt a feladatot egyébként felfoghatjuk az 1. pont alatt említett feladat (a c' vektor a paraméter függvénye) speciális eseteként is.

jellemzőjének számszerű értéke változatlan).[7] A műszaki gyakorlatból vett hasonlattal élve: ezek a szóban forgó jellemző *tűrési határai*.

Például meghatároztuk az optimális programot abban a tudatban, hogy valamely tevékenység évi üzemeltetési költsége 20 000 Ft. A programozás elvégzése után megállapítható, hogy ugyanaz marad az optimális program, bárhol legyen is az üzemeltetési költség 19 400 és 20 800 Ft között.

A tűrési határok megállapítása matematikai szempontból ugyancsak a paraméteres programozás feladatkörébe tartozik. Itt azonban csak egyetlen adat változásának hatását vizsgáljuk, és csak *egy* azonossági tartomány határait kell meghatározni a paraméter eredeti értéke alatt és felett.

10.4. Az optimum „környéke"

Számításaink során az optimális programon kívül igyekeztünk meghatározni az optimum „*környékét*" is, azaz azokat a szuboptimális programokat, amelyek célfüggvényértéke csak kevéssé kedvezőtlenebb, mint az optimálisé. Ezek ismerete igen hasznos. A döntésnél ugyanis esetleg mérlegelni kell olyan szempontokat is, amelyeket a modell feltételi rendszere és célfüggvénye nem vett figyelembe, de mégsem hanyagolhatók el. Éppen ezért a gyakorlati megvalósításkor számításba jöhetnek olyan programok is, amelyek a célfüggvény szempontjából nem sokkal kedvezőtlenebbek az optimálisnál, viszont a modellben figyelmen kívül hagyott szempontból kedvezőbbek.

Így pl. a műszáliparban előnyös lenne a propiléngyártást teljes termelési kombinációban kiépíteni, mind a kiinduló polipropilén anyagot, mind a polipropilén selymet, mind pedig a polipropilén rostot gyártani. Ennek szervezési előnyei nyilvánvalóak. Matematikai modellünk azonban, amely a polipropilén anyag, selyem és rost termelését külön-külön tevékenységként kezelte, nem érzékelte a kombináció, az együttes gyártás előnyeit. Ezért a legkedvezőbb célfüggvényértékű programba csupán a polipropilén anyag és selyem került bele, a polipropilén rost gyártása kimaradt. Akadt viszont olyan program az optimum „környékén", amely a célfüggvényérték szempontjából alig rosszabb s tartalmazza mindhárom termék gyártását. Ilyenkor a gazdasági vezetés mérlegelheti: vajon nem érdemes-e a célfüggvényben mutatkozó aránylag csekély többletköltséget vállalni az együttes gyártás kedvéért, azaz általánosabban: a célfüggvényben kifejezésre nem jutó, de azért reálisan várható előnyért.

10.5. Az érzékenységi vizsgálatok jelentősége

Összefoglalóan megállapíthatjuk: az érzékenységi vizsgálatok egyik legfontosabb eredménye, hogy megmutatják a különböző szempontból optimális programok *közös elemeit, stabil pontjait*. Kiemelik azokat a tevékenységeket, amelyek különböző feltevések, különböző kiinduló adatok, számszerű jellemzők mellett is szerepelnek az optimális (vagy az optimálishoz közeleső) programban, s megmutatják azokat a tevékenységeket is, amelyek egyik optimális programban sem szerepelnek. Ez már eleve megkönnyíti a gazdasági vezetésnek a döntést; aránylag nyugodtan választhatja a különböző programokban

[7] Lásd erről — lineáris programozás esetére — *Courtillot, M.* [22] cikkét.

egyaránt optimálisnak bizonyuló tevékenységeket, s elvetheti a különböző programok szerint is előnyteleneket, természetesen még ilyenkor is nyitva marad a „labilis", az egyik programban optimális, a másikban viszont nem szereplő tevékenységek megítélése. De az érzékenységi vizsgálat ilyenkor is támpontot ad a további elemzéshez, azzal, hogy konkrétan megjelöli: *mire* érzékeny az optimális program; milyen feltevéstől vagy adattól függ a tevékenység kedvező vagy kedvezőtlen volta.

A kezdetlegesebb módszerekkel végzett hagyományos gazdaságossági számításoknak az a gyengeségük, hogy túl „magabiztosak". Gyakran elhallgatják egyszerűsítő feltevéseiket, a bizonytalanságot; azt az illúziót keltik, mintha a vezetés nyugodtan rájuk bízhatná magát a döntéskor. „Ha a mutató értéke 1 felett van, jó, ha a mutató értéke 1 alatt van, rossz . . ." — az ilyenfajta értékelés könnyen tévutakra vezethet.

Az érzékenységi vizsgálatok kissé lehűtik ezt a magabiztosságot. Egyszeriben kiderül, hogy nagyon sok tényezőtől (s köztük bizonytalan vagy vitatható tényezőktől) függ az optimális döntés. Némi tétovázás az érzékenységi vizsgálatok láttán azonban — nézetem szerint — egészséges, mert mélyebb vizsgálatra, sokoldalú elemzésre késztet.[8]

[8] Könyvem lényegesen többféle érzékenységi vizsgálatról, párhuzamos programozásról számolt be, mint amennyi rendszeres használatra szükséges. Saját vizsgálatainkban ugyanis összefonódott a gazdasági vezetéstől kapott gyakorlati feladat megoldása és a tudományos igényű kutatás, a programozási metodika kikísérletezése.

11. „Pesszimista" és „optimista" rangsorolások

11.1. A bizonytalan konzekvenciájú döntés problémája

A bizonytalan adatok kezelésének eddigi tárgyalása során, a 9—10. fejezetekben olyan kérdéseket vizsgáltunk, mint pl. mi az oka egyes adatok bizonytalanságának, hogyan alapozzuk meg a becsléseket, hogyan végezhetünk érzékenységi vizsgálatokat stb. Mindezekből kitűnt, hogy a hosszúlejáratú számítások adatainak egy része szükségképpen *bizonytalan*. Éppen ezért logikusan felmerül a következő kérdés: (és éppen ez lesz a 11—14. fejezetek tárgya):

Hogyan kell racionálisan dönteni, ha a döntés konzekvenciáinak egy része bizonytalan?

Ez az úgynevezett *döntéselmélet* központi problémája. A kérdéssel az elmúlt két évtizedben sokat foglalkoztak közgazdászok, de még inkább matematikusok, matematikai statisztikusok. Az ezzel kapcsolatos legfontosabb, úttörő munka *Neumann János*, a világhírű magyar születésű matematikus és *O. Morgenstern* műve.[1]

A döntéselmélet kérdésfeltevései, matematikai megformulázásai gondolatébresztők. Felhasználásának azonban korlátot szab vizsgálódásaink más, az említett művekétől eltérő jellege. A döntéselmélettel foglalkozó szerzők rendszerint nagyon absztrakt kérdésfeltevések alapján, nagyon általános posztulátumokhoz igazodva keresik az ésszerű döntés ismérveit. Ez bizonyos értelemben műveik érdeme; éppen ezáltal válik lehetővé, hogy egyes megállapításaikat — amelyeket ők esetleg a kártyajáték vagy a vagyonbiztosítás köréből vett példákkal illusztrálnak — felhasználhassuk a szocialista gazdaság gyakorlati problémáinak megoldásához. Műveiktől azonban nem várhatunk receptet a mi viszonyaink között felmerülő gyakorlati feladatok megoldásához.

Emellett hangsúlyozni kell, hogy a döntéselmélet tételeit, módszereit művelőik is erősen vitatják. Inkább biztató, gondolatserkentő kezdetről, mintsem kiforrott teóriáról beszélhetünk.

A következőkben szereplő modellek a döntéselmélet problematikáját érintik. A kérdést azonban leszűkítettük *a szocialista tervgazdaság egyes beruházási döntéseinek* vizsgálatára. Főként a kérdés gyakorlati oldalát vizsgáltuk, s az első kísérleteken alapuló fejtegetések nem lépnek fel különösebb emléleti igénnyel.

Gyakorlati tapasztalataink ismertetése előtt azonban néhány szót kell szólni *a becslés matematikai formájáról.*

[1] Lásd [134]. E könyvet követően számos más fontos mű is megjelent ebben a tárgykörben. Lásd pl. *Chernoff, H.* [20], *Savage, L. J.* [153], *Wald, A.* [176], *Milnor, J.* [127] munkáit.

A döntési elmélet fejlődéséről összefoglaló áttekintést ad *Arrow, K.* [3] cikke, valamint *Luce, R. D.—Raiffa, H.* [106] könyve.

11.2. A becslések „-tól -ig" formája

A gazdasági életben szokásos, hogy valamely bizonytalan adat jellemzésére nem egy értéket adnak meg, hanem kettőt; azt az *alsó* és *felső határt*, amelyet az adat biztosan, vagy legalábbis igen nagy valószínűséggel nem lép túl. A szokásos kifejezéssel: „-tól -ig" formában közlik az adatot. Ennek alkalmazása célszerű a távlati terveket, szerkezeti döntéseket megalapozó gazdaságossági számításokban is.

„-Tól -ig" becslési formában dolgoztattuk ki a műszaki és költségadatok, valamint a külkereskedelmi árak becslését a műszálipari vizsgálatban közreműködő vegyipari tervezőmérnökökkel.

Legyen a szóban forgó adat jelölése Z. (Ez lehet ár, költség stb.) Pontos értékét nem tudjuk, csak azt, hogy két határ közé esik:

$$Z_0 \leqq Z \leqq Z^0. \tag{11.1}$$

Jelöljük a két határ közé eső adattartomány középpontját, pontosabban szólva a Z_0 és Z^0 határok számtani középértékét $\overline{Z}$-vel:

$$\overline{Z} = \frac{Z_0 + Z^0}{2}. \tag{11.2}$$

Az adat bizonytalanságát jellemzi a határok és a középérték közötti különbségnek és a középértéknek a hányadosa, amelyet U-val jelölünk:

$$U = \frac{Z^0 - \overline{Z}}{\overline{Z}} = \frac{\overline{Z} - Z_0}{\overline{Z}}. \tag{11.3}$$

Nevezzük ezt bizonytalansági foknak. Gyakorlati használatra százalékban fejezhetjük ki. (Amint az a későbbi tárgyalásból majd kitűnik: a bizonytalansági fok megadása rendszerint nem elegendő az adat bizonytalanságának jellemzésére. Egyelőre azonban megelégszünk ezzel.)

A becsült adatot akkor érdemes „-tól -ig" formában megadni, *ha olyan alternatívák között választunk, amelyek jellemző adatai nemcsak számszerű nagyságukban különböznek egymástól, hanem a bizonytalanság fokában is.*

A műszálgyártási vizsgálat során pl. választanunk kellett a cellulóz alapanyagú vizskózszálak gyártásának továbbfejlesztése és a különböző szintetikus szálak gyártásának bevezetése között. Az alternatív tevékenységek bizonytalanságának legalábbis négy fokozata van:

1. Viszkózszálat már évtizedek óta gyártunk; a gyártás műszaki és költségjellemzői statisztikailag pontosan ismertek.

2. „Nylon 6" szálat 1—2 éve termelünk egy kisebb, néhányszáz tonnás kapacitású üzemben. Ismereteink kevésbé alaposak, mint a viszkózszálakról szerzett információink, de némi tapasztalattal, statisztikai megfigyeléssel már rendelkezünk.

3. Néhány fajta szintetikus szálról, s technológiáról nincs ugyan saját gyártási tapasztalatunk, de külföldi tanulmányutak, tájékozódások, szakirodalmi adatok, szállítási ajánlatok stb. alapján széles körű információval rendelkezünk. Ez nyilván kevésbé megbízható, mint a közvetlen tapasztalatok, de ez is ad támpontokat a számításhoz.

4. A külföldön is csak a közelmúltban feltűnt szintetikus szálfajták (pl. a polipropilén) műszaki és költségadataikról keveset tudunk. A számításból

mégsem lenne helyes kihagyni ezeket, mert a rendelkezésre álló gyér információk szerint sok előnyös műszaki és gazdasági tulajdonsággal rendelkeznek.

Amint látjuk, az 1. kategóriától a 4. felé haladva mind nagyobb a bizonytalanság foka.

Nem kívánunk lehetetlent a tervezőmérnöktől, ipari és külkereskedelmi szakértőtől, ha azt kérjük tőle, hogy adja meg a becslését „-tól -ig" formában. (Valójában sokkal nehezebb a dolga, ha — mint a hagyományos gazdaságossági számításoknál gyakori — azt kívánják, hogy egyetlen konstans számmal jelöljön meg olyan adatot, amelyben maga is bizonytalan.) *A „-tól -ig" forma nem mesterkélt, hanem — tervezési gyakorlatunkban — természetes formája a becsléseknek.*

Nyilvánvaló, hogy az adattartomány szélességét, illetve a bizonytalansági fokot jelző számok nem lehetnek egészen pontos jellemzői az adat bizonytalanságának. Még mindig kisebb hibát követünk el azonban, ha egy adat bizonytalanságát előzetesen 20%-ra becsüljük, s utólag kiderül, hogy 2—3%-ot tévedtünk, mintha eleve *csak* a középértékkel számolnánk, hasonlóan a hagyományos gazdasági számításokban jelenleg szokásos gyakorlathoz. Általában kimondhatjuk, hogy a bizonytalansági fok jellemzésére közölt ismérvek nem egészen pontos meghatározása esetén is közelebb járunk a realitáshoz, mintha teljesen figyelmen kívül hagynánk a becsült adatok bizonytalanságát.

11.3. A műszálipari rangsorolások

Ismertetem a műszálipari vizsgálat keretében végzett egyik számításunkat. E számítás során nem programoztunk, hanem csupán meghatározott gazdaságossági mutatószám szerint *rangsoroltuk* a termelő tevékenységeket.

A rangsoroláshoz először rögzítettük minden termelő tevékenység terjedelmét, egy feltételezett üzemnagyságon, amelyet a következő szempontok szerint határoztunk meg:

— Az egymással közvetlenül versenyző alternatíváknál lehetőleg azonos üzemnagyságot állapítottunk meg.

— Az üzemnagyságok megengedettek a modell feltételi rendszerének műszaki és anyagellátási jellegű, valamint kapacitáskorlátai szempontjából.

— Ahol az előbbi szempont figyelembevétele ezt lehetővé teszi, ott az üzemnagyságot úgy határoztuk meg, hogy az üzem a hazai szükséglet felett exportra is termeljen.

A szálgyártáshoz szükséges olyan közbeeső anyagokat, amelyeket a modell tevékenységei szolgáltatnak, importáron számoltuk el, azért, hogy a felhasznált közbeeső anyagoknál keletkező nyereségek ne az anyag*felhasználó*, hanem az anyag*termelő* tevékenységeknél jelentkezzenek.

A rangsoroláshoz felhasznált mutatószám: egy speciális kalkulatív nyereséghányad, Γ_j:

$$\Gamma_j = 1 - \frac{C_j(x_{0j})}{s_j^{(i)} v_j + s_j^{(e)}(x_{0j} - v_j)}, \tag{11.4}$$

ahol x_{0j} = a j-edik termelő tevékenység rögzített üzemnagysága;

$C_j(x_{0j})$ = az évi kalkulatív költség Ft-ban, x_{0j} üzemnagyság esetén. Meghatározásához a műszálipari modell (7.6) költségfüggvényét használtuk fel;

$s_j^{(i)}$ = a termék import egységára, Ft-ra átszámítva;

$s_j^{(e)}$ = a termék export egységára, Ft-ra átszámítva;
v_j = a termék iránti hazai szükséglet. (Ez szerepel a modell megfelelő feltételeinek jobb oldalán.)

A (11.4) képlet nevezőjében tehát a hazai szükséglet fedezésére szolgáló (importpótló) termékmennyiséget importáron, az efeletti, exportra szánt részt exportáron számoljuk el.

Összesen 19 alternatívára végeztük el a rangsorolást.

A nyereséghányadot háromféleképpen határoztuk meg.

I. A „-tól -ig" formában megadott adatok középértékével számoltunk C_j, $s_j^{(i)}$ és $s_j^{(e)}$ meghatározásánál.

II. A „-tól -ig" formában meghatározott adatok pesszimista értékével számoltunk. Ez a költséget, ráfordítást kifejező adatoknál a felső határt jelenti.

11.1. táblázat

Rangsorolás a középérték alapján

Rangsorszám	Termelő tevékenység	Kalkulatív nyereséghányad %-ban
1	Polipropilén selyem	44,4
2	Celofán új üzemben	31,8
3	Nylon 6 selyem, „*B*" techn.	30,6
4	Fenol	29,0
5	Akrilnitril kopolimer rost	28,6
6	Etilénglikol	27,1
7	Viszkózselyem	25,0
8	Nylon 6 selyem, „*A*" techn.	24,9
9	Polipropilén	21,9
10	Orlon rost	13,3
11	Terilén	11,9
12	Kaprolaktám, benzol bázison	7,3
13	Dimetiltereftalát	5,1
14	Polipropilén rost	4,8
15	Celofán régi üzemben	— 3,7
16	Akrilnitril	—15,8
17	Viszkóz rost új üzemben	—17,2
18	Kaprolaktám fenol bázison	—27,4
19	Viszkóz rost régi üzemben	—43,1

Ezzel szemben a bevételeket kifejező adatoknál (azaz a melléktermékek után számított bevételnél a számlálóban, valamint az importmegtakarításnál és az exportbevételnél a nevezőben) a pesszimista érték az alsó határt jelenti. A pesszimista nyereséghányad azt fejezi ki: mennyi lesz a nyereséghányad, ha minden a lehető legkedvezőtlenebbül alakul.

III. A „-tól -ig" adatok optimista értékével számoltunk. (Ez értelemszerűen ellentéte a II. pont alattinak.)

Így végeredményben három rangsorhoz jutottunk, amelyet a 11.1., 11.2. és 11.3. táblázat ismertet.

11.4. Első szelekció

Milyen támpontokat nyerhetünk e három rangsorból? Mindenekelőtt adódik néhány egészen kézenfekvő következtetés.

Először: Egyes alternatívák optimista esetben is veszteségesek. (Lásd a 11.3. táblázat utolsó két sorát.) Ez nyomós érv határozott elvetésük mellett.

11.2. táblázat

Rangsorolás a „pesszimista érték" alapján

Rangsorszám	Termelő tevékenység	Kalkulatív nyereség-hányad %-ban
1	Celofán, új üzemben	23,7
2	Polipropilén selyem	21,3
3	Viszkóz selyem	14,7
4	Nylon 6 selyem, „*B*" techn.	13,4
5	Etilénglikol	12,7
6	Nylon 6 selyem, „*A*" techn.	12,3
7	Celofán régi üzemben	— 9,1
8	Fenol	— 9,6
9	Polipropilén	—28,6
10	Akrilnitril kopolimer rost	—29,2
11	Viszkóz rost új üzemben	—31,5
12	Dimetiltereftalát	—36,6
13	Kaprolaktám benzol bázison	—39,9
14	Akrilnitril	—42,8
15	Orlon rost	—45,4
16	Terilén	—46,7
17	Viszkóz rost régi üzemben	—51,4
18	Polipropilén rost	—56,6
19	Kaprolaktám fenol bázison	—87,2

11.3. táblázat

Rangsorolás az „optimista érték" alapján

Rangsorszám	Termelő tevékenység	Kalkulatív nyereség-hányad %-ban
1	Polipropilén selyem	64,0
2	Akrilnitril kopolimer rost	56,5
3	Fenol	53,9
4	Polipropilén rost	47,1
5	Polipropilén	46,4
6	Terilén	46,4
7	Nylon 6 selyem, „*B*" techn.	45,4
8	Orlon rost	42,1
9	Etilénglikol	39,4
10	Celofán új üzemben	39,3
11	Kaprolaktám benzol bázison	38,6
12	Nylon 6 selyem, „*A*" techn.	35,8
13	Dimetiltereftalát	35,2
14	Viszkóz selyem	34,6
15	Kaprolaktám fenol bázison	12,3
16	Akrilnitril	7,3
17	Celofán régi üzemben	1,6
18	Viszkóz rost új üzemben	— 3,5
19	Viszkóz rost régi üzemben	—35,2

Másodszor: Egyes alternatívák pesszimista esetben is jobbak, mint mások optimista esetben. A 11.2. táblázat első 6 sorában szereplő alternatívák ennek alapján előnyben részesíthetők a 11.3. táblázat utolsó négy sorában szereplő alternatívákkal szemben. Előbbiek ebben az összefüggésben *dominálják* az utóbbiakat.

Harmadszor: Külön érdemes megfigyelni, hogy az egymással közvetlenül versenyző alternatívák között nincs-e dominálási viszony. Megállapíthatjuk, hogy a celofán gyártása új berendezéssel valamennyi rangsorban megelőzi a többi olyan viszkózalternatívát, amely — a modell feltételi rendszere szerint — ugyanarra a korlátozott régi félgyártmány-kapacitásra tart igényt. Hasonlóképpen a Nylon 6 selyem gyártása „*B*" technológiával valamennyi rangsorban előbb szerepel, mint az „*A*" technológia. Ezáltal a fenti második pont szerint előnyösen értékelt 6 alternatíva közül 2 kiesik.

Mint látjuk, a „pesszimista" és „optimista" rangsorolás máris adott néhány értékes támpontot a döntéshez. Elősegíti egyes határozottan rossz, vagy más variánsok által dominált alternatívák elvetését. E szelekció után a választási probléma, ha nem is szűnik meg, de legalábbis leszűkül.

11.5. Az alternatívák biztonsági rangsorolása

Egyelőre ne foglaljunk állást abban, hogy az optimista, a középérték szerinti vagy a pesszimista rangsort tesszük-e magunkévá. Ehelyett vizsgáljuk meg a kérdést kissé általánosabban. Meghatározzuk a (11.4) nyereséghányadot a ϑ biztonsági szint függvényében a következőképpen:

(11.5)

$$\Gamma_j(\vartheta) = 1 - \frac{\bar{C}_j(x_{0j}) + [C_j^0(x_{0j}) - C_{0j}(x_{0j})]\,(\vartheta - 0{,}5)}{\bar{s}_j^{(i)} v_j + \bar{s}_j^{(e)}(x_{0j} - v_j) - [(s_j^{0(i)} - s_{0j}^{(i)})\,v_j + (s_j^{0(e)} - s_{0j}^{(e)})\,(x_{0j} - v_j)]\,(\vartheta - 0{,}5)}$$

$$0 \leqq \vartheta \leqq 1,$$

ahol

$\bar{C}$, $\bar{s}_j^{(i)}$ és $\bar{s}_j^{(e)}$ a költség, az import- és exportár középértéke;

C_{0j}, $s_{0j}^{(i)}$ és $s_{0j}^{(e)}$ a megfelelő adatok alsó határai;

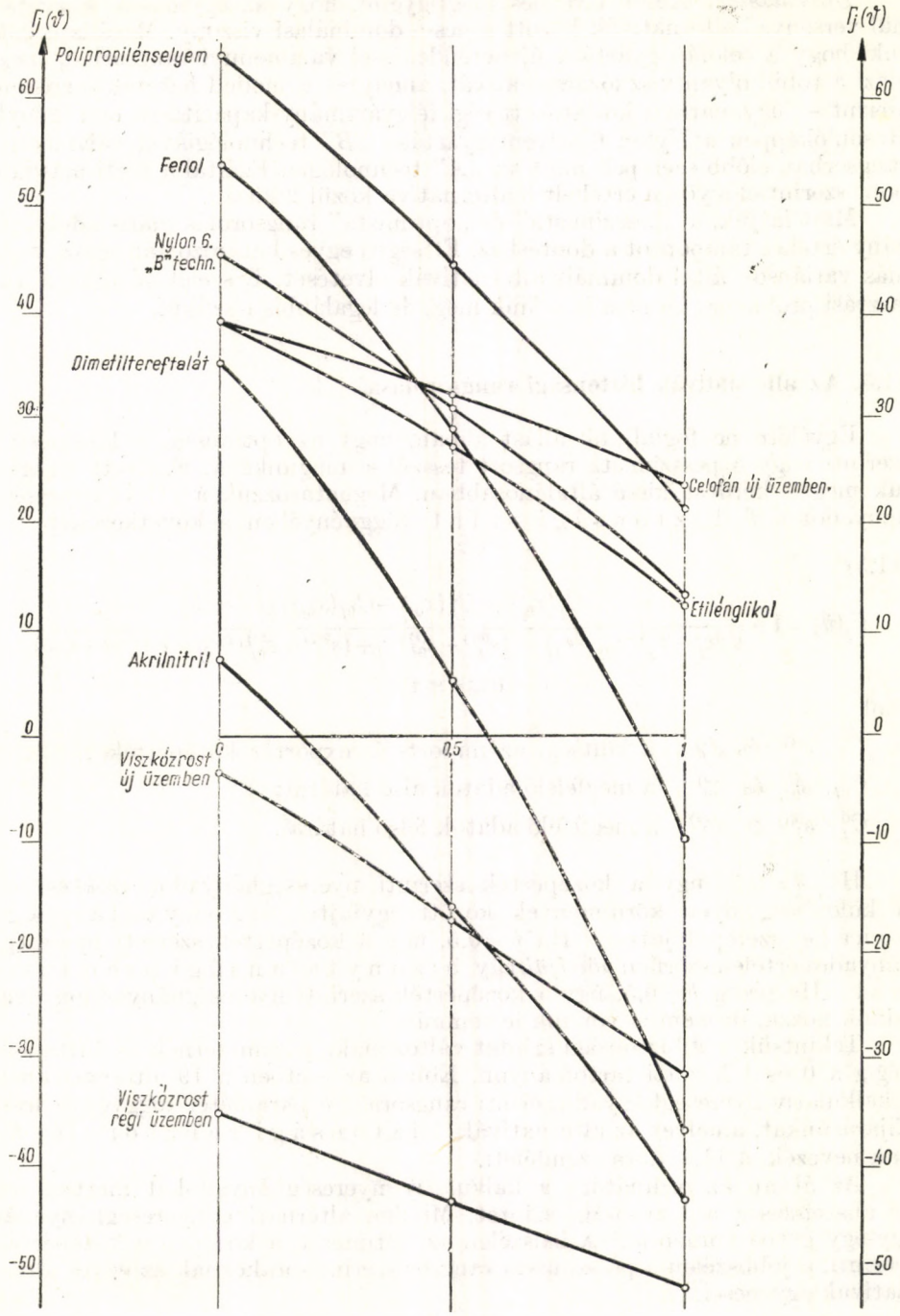
C_j^0, $s_j^{0(i)}$ és $s_j^{0(e)}$ a megfelelő adatok felső határai.

Ha $\vartheta > 0{,}5$, úgy a középérték szerinti nyereséghányadot *csökkentjük*. A különbség ilyen körülmények között egyfajta bizonytalansági pönálé szerepét játssza. Ha $\vartheta < 0{,}5$, úgy a középérték szerinti nyereséghányadot értelemszerűen *növeljük* egy bizonytalansági prémiummal. Ha pedig $\vartheta = 0{,}5$, úgy a középérték szerinti nyereséghányadhoz nem adunk hozzá, de nem is vonunk le semmit.

Tekintsük a ϑ biztonsági szintet változónak, paraméternek és futtassuk végig a 0 és 1 közötti tartományon. Ebben az esetben a 19 alternatívának a kalkulatív nyereséghányad szerinti rangsora a ϑ paraméter függvénye lesz. Eljárásunkat, amelyet az alternatívák biztonsági rangsorolásának nevezek, a 11.1. ábra szemléleti.

Az ábrán az ordinátára a kalkulatív nyereséghányadokat mértük fel, az abszcisszára a biztonsági szintet. Minden alternatíva nyereséghányadát egy-egy görbe ábrázolja.[2] A balszélen az optimista, a középen a középérték szerinti, a jobbszélen a pesszimista rangsor szerint sorakoznak az egyes alternatívák egyenesei.

[2] Az ábra zsúfoltságának elkerülésére csupán a görbék egy részét tüntettük fel.


Polipropilénselyem
Fenol
Nylon 6.
„B" techn.
Dimetiltereftalát
Akrilnitril
Viszkózrost
új üzemben
Viszkózrost
régi üzemben
Celofán új üzemben
Etilénglikol
0
0,5
1
60
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50

11.1. ábra

Maradjunk egyelőre teljesen gyakorlatias síkon. Milyen támpontokat adhat a biztonsági rangsorolás, a 11.1. ábra a gazdasági vezetés számára — mielőtt még határozottabban állást foglalnánk a kívánatos, célszerű biztonsági szint kérdésében?

Ábránk azt a kézenfekvő gondolatot sugallja: nem érdemes választani azokat az alternatívákat, amelyeknek görbéje egyik biztonsági szint mellett sincsen viszonylag *fent*, az ábra felső részén. Ha az egész beruházási keretet reális lenne egyetlen akcióra költeni, akkor csupán két alternatíva jöhetne számításba: a polipropilén selyem gyártása ($0 \leqq \vartheta \leqq 0{,}94$ esetén) és a celofán termelése új üzemben ($0{,}94 \leqq \vartheta \leqq 1$ esetén). Mivel gyakorlatilag, különböző okok folytán, nem reális minden beruházást egyetlen alternatívára koncentrálni, némileg kitágíthatjuk a számításba jövő alternatívák körét azokkal, amelyek valamelyik biztonsági szint mellett a legjobb 2—3 között vannak.

Mint látjuk, így újabb szelekciót hajthatunk végre, ismét szűkíthetjük a választási problémát.

Végeredményben a fenti rangsorolások, szelekciók, a műszálipar esetében, négy alternatíva előnyösségét tanúsították. Ezek: a Nylon 6 selyem termelése „*B*" technológiával, a polipropilén selyem, az etilénglikol termelése és a celofán gyártása új berendezéssel. Ezek mind a középérték, mind a pesszimista érték szerinti rangsorban az első hat helyezett között vannak; továbbá az optimista nyereséghányad egyiknél sem kisebb 39%-nál. A négy alternatíva tehát még a bizonytalanságok mérlegelése esetén is ajánlható.

11.6. Az eljárás hiányosságai

A 11.4.—11.5.-ben leírt következtetések, gyakorlati példánkban, arra irányulnak, hogy elválasszák az „elég jó" alternatívákat a „biztos rossztól", illetve azoktól, amelyeknél van „biztos jobb". Ez hasznos — de nem elegendő. A 11.3.—5. szakaszokban leírt módszerek alapján még nem adhatunk elég egyértelmű ajánlást a gazdasági vezetésnek, több okból.

Először, mert puszta rangsorolást végeztünk, holott — amint az a 8. fejezetből kitűnt — a megalapozott választáshoz programozni kell.

Másodszor: tulajdonképpen még nem tisztáztuk a bizonytalan konzekvenciájú döntések általános kritériumait.[3] Nem feleltem még olyan kérdésekre: mi a tulajdonképpeni közgazdasági tartalma a „bizonytalansági pönálénak", a „biztonsági szintnek"? Milyen biztonsági szintet célszerű megkövetelni? Ez a fejezet főképp azt célozta, hogy a rangsorolás különösen egyszerű

[3] A döntéselméletben jártas olvasó felismeri, hogy az alternatívák biztonsági rangsorolása lényegében az ún. *Hurwicz-kritérium* speciális alkalmazását jelenti. (Lásd *Hurwicz, L.* [58].)

Amennyiben $\vartheta = 1$, úgy a *maximin-kritériumot* alkalmaztuk. Ebben a speciális esetben ez megegyezik a *maximin-regret* kritérium alkalmazásával. (Ismeretes, hogy más esetekben e két kritérium eltérő választáshoz vezet.)

Amennyiben $\vartheta = 0{,}5$, úgy a *Laplace-kritériumot* fogadtuk el.

Amennyiben $\vartheta = 0$, úgy a *maximax-kritérium* szerint választunk.

A döntési kritériumokról népszerű áttekintést nyújt *Baumol, W. S.* [9] könyve (371—375. old.). Az egyes döntési kritériumoknak, valamint a kiindulópontjukként szolgáló posztulátumoknak részletesebb elemzését adja *Milnor, J.* [127], illetve *Luce, R. D.—Raiffa, H.* [106] műve.

technikájával mintegy „beleéljük" magunkat ebbe a problémakörbe, míg-nem a további fejezetekben sorra nem kerülnek a döntési kritériumok mélyebb kérdései.

Végül: maga a „-tól -ig" forma is bizonyos hiányérzetet hagy, főképp a következők miatt:

1. Ha megkérdezzük a becslést végző szakembereket, vajon 100%-os biztonsággal állítható-e, hogy a becsült adat a valóságban nem lépi túl a „-tól -ig" határokat, rendszerint nem adnak igenlő választ. Csupán azt állítják: nagyon kicsi az esélye annak, hogy a határokat túllépik, de azért nem lehetetlen.

2. Rendkívül valószínűtlen a körülmények olyan szerencsétlen összejátszása, hogy a nyereséget befolyásoló *valamennyi* tényező a lehető legroszszabbul alakuljon, tehát a kalkulatív nyereséghányad „pesszimista" határértéke valósuljon meg. Lehet, hogy a nyereséget befolyásoló anyagok egy része drága lesz, de ezt esetleg ellensúlyozza (részben vagy egészben) más áraknak, más költségeknek a középértéknél kedvezőbb alakulása. Lehet, hogy a beruházásigény több lesz a középértéknél, viszont a létszámigény kevesebb stb. A középértéktől való kétirányú eltérések kisebb vagy nagyobb mértékben kiegyenlíthetik egymást. Ezért több kilátás van arra, hogy a sokféle tényező hatására kialakuló nyereséghányad közelebb helyezkedik el a középértékhez, mint akár a pesszimista, akár az optimista határhoz.

3. Az előzőekben tárgyalt rangsorolások egymástól függetlenül elemezték a különböző alternatívákat. Pedig sokoldalúan összefüggenek, nem utolsó sorban a „-tól -ig" tartományon belüli mozgások szempontjából is. Ha pl. a kaprolaktám ára a világpiacon a becsült középértéknél magasabb lesz, akkor ez visszahat modellünk 8 alternatívájára: a Nylon 6 szál termelésére, ill. importjára és exportjára, valamint a kaprolaktám termelésére, ill. importjára és exportjára. Nem lenne reális úgy számolnunk a Nylon 6 száltermelés nyereséghányadának meghatározásánál, hogy a kaprolaktám ára a felső határon lesz, viszont a Nylon 6 ára az alsó határon. (Márpedig ezt tettük a pesszimista nyereséghányad megállapításakor.)

E fogyatékosságok kiküszöbölésére valószínűségszámítási módszereket használunk fel. Ez átvezet következő fejezetünk témájához.

12. Biztonsági programozás

Társszerző: LIPTÁK TAMÁS

12.1. A tárgyalás áttekintése

A most következő három fejezetben a gazdaságossági számításokban felhasznált bizonytalan adatokat, vagy azok egy részét *valószínűségi változóként* fogjuk fel, a döntés alátámasztására valószínűségszámítási módszereket használunk fel.

A tárgyalás menete a következő:

A 12.2. szakaszban a valószínűségszámítási eszközök alkalmazásának jogosultságáról szólunk. A 12.3. szakaszban bizonytalan adatok valószínűségi változókká való transzformálásának módszereit ismertetjük. A „biztonsági programozásnak" nevezett speciális paraméteres programozást a 12.4. szakaszban leírjuk, majd a 12.5. szakaszban közgazdaságilag értelmezzük.

A 13. fejezet a biztonság és a kockázatvállalás kérdésével foglalkozik.

Miután a 12. és 13. fejezet elméletileg ismertette a számítási elveket és módszereket, a 14. fejezet ezek gyakorlati alkalmazását mutatja be a műszálipari vizsgálat példáján.

12.2. A valószínűségszámítási módszerek alkalmazásának jogosultsága

A valószínűségszámítás történelmileg úgy fejlődött ki, mint a véletlen tömegjelenségek törvényszerűségeinek kutatására szolgáló matematikai elmélet. Jogosult-e valószínűségszámítási módszerek használata a bizonytalan adatokon alapuló gazdasági számítás céljaira? Milyen meggondolások alapján jellemezhetjük pl. egy új magyar polipropilén selyemgyár beruházási költségét valószínűségi változóként, amikor nem volt módunkban hasonló gyárak egész sorának beruházási költségét statisztikailag megfigyelni, hiszen most építjük az elsőt?

Kézenfekvőnek tűnne az érvelés: ez jogosulatlan, mert minden egyes gazdasági döntés egyszeri, hasonlíthatatlan, vissza nem térő esemény.[1] Nézetünk szerint mégis jogosult a valószínűségszámítási módszerek alkalmazása a bizonytalan adatokon épülő gazdasági számításokban is.

Mindenekelőtt hangsúlyozni szeretnénk, hogy — mint a későbbiekben látni fogjuk —, a valószínűségszámításból csak egyes elemi fogalmakat (való-

[1] Az irodalomban *Shackle, G. L. S.* [155] képviseli ezt az álláspontot a legélesebb formában. Shackle érvelésével számos szerző szállt vitába. (Pl. *Merk, G.* [126], *Weckstein, R. S.* [177].)

A magunk részéről az utóbbiakkal értünk egyet, s érvelésükből magunk is merítettünk, bár egyik-másik szempontból gondolatmenetünk eltérő. Nem tekintjük feladatunknak e vita áttekintését, csupán saját pozitív álláspontunkat kívánjuk kifejteni.

A vitáról áttekintést nyújt *Arrow, K. J.* már említett [3] cikke.

színűség, várható érték, szórás, korrelációs együttható) alkalmazunk. E fogalmak a valószínűségszámítás szokásos elméletében bizonyos mélyebben fekvő, sztochasztikus jellegű tulajdonságok „durva" leírására, mérésére, közepelésére szolgálnak. A bizonytalanság melletti döntés esetén hasonlóan deskriptív szerepet kapnak, s ezért tulajdonképpen csak jobb kifejezés híján beszélünk „valószínűségszámítási módszerek" alkalmazásáról.

Beszélünk pl. majd egy „-tól -ig" formában adott becsült költségadatnak megfeleltetett valószínűségi változó „várható értékéről" és „szórásáról". Véletlen tömegjelenségek esetén mindkét értéknek kísérletileg ellenőrizhető értelme van: pl. a megfelelő véletlen jelenség független ismétlései során a megfigyelt értékek átlaga a nagy számok törvénye értelmében a várható értékhez tart, s hasonló törvényszerűség érvényesül a szórás esetében is. Ugyanakkor e két fogalom formális-deskriptív szerepe a következő: a várható érték a lehetséges értékeknek a valószínűségekkel súlyozott számtani közepe, a szórás pedig a várható értéktől való lehetséges eltérések nagyságainak (ugyancsak a valószínűségekkel) súlyozott négyzetes közepe.

Úgy gondoljuk, hogy a bizonytalanság melletti gazdasági döntés esetére mindenképpen használható a „várható érték" és a „szórás" fogalma a fenti második, „közepelő" értelemben. A várható érték mintegy „betájolja" a bizonytalan adatot, a szórás pedig a bizonytalanságban megnyilvánuló információhiányt „méri".

De nem is csak e deskriptív szerepről van szó. Hibás lenne túlhangsúlyozni, abszolutizálni az ellentétet az általunk vizsgált jelenségek és az úgynevezett „véletlen tömegjelenségek" klasszikus típusa között. Maradjunk az előbb említett példánál, az új magyar polipropilén selyemgyár példájánál. Egy ilyen gyár létesítése a *maga teljességében* egyszeri, nem ismétlődő esemény. Ugyanakkor azonban tulajdonképpen számos mozzanat, részesemény összessége: s ezek a részesemények már nem egyszeriek, hanem egyedei egy-egy nagyobb, hasonló eseményekből összetevődő sokaságnak. Pl. az említett polipropilén selyemgyár létesítése keretében olyan tevékenységet folytatunk, amely hasonló 1. a már eddig végbement néhány külföldi polipropilén selyemgyár építéséhez; 2. minden magyar műszálipari építéshez; 3. minden magyar vegyipari gyárlétesítéshez; 4. minden magyar gyárépítéshez stb. Mint látjuk, 1.-től 4.-ig haladva egyre szélesebb eseménysokaságot említünk; igaz ugyan, hogy egyre kevésbé szoros a rokonság, az analógia az általunk közelebbről vizsgált esemény (új magyar polipropilén selyemgyár) és a szélesebb eseménysokaság között. Mármost, amikor az általunk vizsgált egyedi eseményre a szakértők becslést adnak, akkor tulajdonképpen az analóg események tömege által szolgáltatott információkat használják fel, azokból következtetnek az egyedi eseményre.

Az analóg események tömegéből való következtetés lehetősége tulajdonképpen fennáll bármilyen gazdasági esemény jellemzőinek becslésekor. A szocialista tervgazdaság viszonyai között azonban különösen nagy az indirekt információk felhasználásának lehetősége. Nálunk nem egymástól független vállalkozók döntenek, hanem — az irányítás centralizáltsága folytán — olyan intézmények, amelyek elé folyamatosan, rendszeresen nagyszámú beruházási javaslatot terjesztenek. Nem is csak az Országos Tervhivatalra gondolunk, amely minden fontosabb beruházási döntésben érdemlegesen részt vesz, hanem — alsóbb szinten — a gazdasági minisztériumok, az egyes iparágakat irányító középszervek beruházási osztályai, beruházási előadói is sok beruhá-

zásról rendelkeznek folyamatos és széles áttekintéssel. Indokolatlan lenne ilyen körülmények között a beruházási döntésben csak egyszeri, soha vissza nem térő eseményt látni, oly sok benne a direkt és indirekt információ.

Mindezek miatt az általunk vizsgált eseménytípus nem jellemezhető „egyszeri eseményként", sem pedig „tömegjelenségként", hanem inkább a kettő kombinációjaként. Az ilyen típusú események leírásától, jellemzésétől márcsak ezért sem idegenek a valószínűségszámítás olyan fogalmai, mint a várható érték, szórás stb. A vizsgált gazdasági eseményre vonatkozó becslés annál biztosabb, 1. minél több analóg eseményből, 2. minél egyértelműbben következtethetünk és 3. minél szorosabb az események analógiája. Tehát pl. az új polipropilén selyemgyár beruházási költségére vonatkozó becslés annál biztosabb lesz, 1. minél több polipropilén selyemgyár adatait ismerjük, 2. minél kevésbé szórnak az adatok. Ami a 3. pontot illeti: becslésünk megalapozottabb lesz, ha a polipropilén selyemgyárak adataiból indulunk ki, mintha pl. indirekte, Nylon 6 selyemgyárak adataiból kellene következtetnünk. (Persze, a gyakorlatban a becslés során rendszerint kombinálják a direkt és indirekt információkból leszűrhető következtetéseket.)

A szórás olyan mutatószám, amellyel az abszolút biztos becsléshez szükséges tökéletes információ hiányának fokát mérjük. A becsült adatot annál kisebb szórással jellemezzük, minél jobban sikerült empirikusan megalapozni, minél több, egyértelműbb és közvetlenebb a rendelkezésre álló információ.

Az összefüggést egy illusztratív példával szeretnénk szemléltetni. Ismeretesek azok a kibernetikai kísérletek, amelyek elektronikus gépeket megtanítanak egyes játékok játszására. Amíg a gép a játéknak csupán általános szabályait ismeri, igen sok játszmát elveszít. Ha azonban a gépet úgy programozzák, hogy „tanuljon", azaz memóriájában tárolja a már lejátszott játszmák tanulságait s ezek analógiáját hasznosítsa a következő játszmákban, játéka egyre sikeresebb lesz. Itt közvetlen — s akár számszerűen is mérhető, kísérletileg megfigyelhető, megfelelő mutatószámmal jellemezhető — összefüggés van egyfelől a gép memóriájában raktározott „tapasztalatok", analóg esetekből levont következtetések mennyisége és minősége, másfelől a játék biztonsága között. Hasonlóképpen a becslést végző szakembereknél is a memóriájukban „tárolt" információktól (mégpedig a becslés tárgyára vonatkozó közvetlen információk és az indirekt következtetésre alapot adó, analóg jelenségekre vonatkozó információk mennyiségétől és minőségétől) függ a becslés biztonsága. Az összefüggés kifejezésére a szórás jól kezelhető mérőszám.

A szórás tehát nem valamilyen szubjektív érzés fokát méri (pl. az esemény esetleges bekövetkezése feletti meglepetés mérvét stb.). Objektív összefüggést tükröz (a rendelkezésre álló információ mennyiségét és minőségét), de az összefüggést — kellő mérőeszköz híján — csak durván, pontatlanul, egyéni vagy kollektív becslés alapján tükrözi.

Tisztában vagyunk azzal, mennyire bonyolult a felvetett kérdés, a valószínűségszámítási módszerek alkalmazásának jogosultsága; egyaránt vannak ismeretelméleti, matematikai, pszichológiai, szociológiai és közgazdasági aspektusai. A probléma további kutatást igényel.[2] Itt is a tudomány fejlődésének

[2] A valószínűségszámítási módszerek igazán tiszta alkalmazását talán az tenné lehetővé, ha a valószínűségszámításnak a véletlen tömegjelenségekkel és a bizonytalanság melletti döntésekkel foglalkozó elméleteit közös matematikai elméletté lehetne egyesíteni. Bár ilyen kísérletek már történtek, a problémát megnyugtató módon még nem oldották meg.

azt a jellegzetes menetét láthatjuk, hogy először a gyakorlat igénye merül fel, s utána keresi a tudomány az igény kielégítésének legjobb módját. A gyakorlatban elkerülhetetlen a gazdasági döntést megalapozó adatok egy részének bizonytalansága. Ezért meg *kell* találni a bizonytalan adatok kezelésének legjobb matematikai formáját. Jelenleg nem látunk alkalmasabb eszközt erre a célra a valószínűségszámítási módszerek felhasználásánál.[3]

12.3. Bizonytalanság és valószínűség

Sok esetben — pl. a műszálipari vizsgálat esetén is — a szakértők „-tól -ig" formában adták meg becsléseiket. Ezzel kapcsolatban a következő megjegyzéseik voltak:

1. A becslést végzők feltételezték, hogy elképzelhető a „-tól -ig" tartomány túllépése, bár esélye nagyon kevés.
2. A becslést végzők feltételezték, hogy a középérték vagy ahhoz közel eső érték bekövetkezése valószínűbb, mint a „-tól -ig" határok vagy azokhoz közel eső értékek bekövetkezése.
3. A becslést tárgyilagosan végezték; nem volt érdekük a becslések torzítása. Ezért feltételezhettük, hogy a középértéktől való eltérés mindkét irányban egyenlő eséllyel következhet be.

Ha ilyen típusú bizonytalan adatot valószínűségi változóval akarunk reprezentálni, a fenti három tulajdonság alapján célszerű olyan valószínűségeloszlást választani, amelynek várható értéke a „-tól -ig" tartomány felezőpontjába esik, eloszlása e pont körül szimmetrikus és „sima", továbbá a „-tól -ig" tartományon kívüli valószínűségérték elenyésző, mondjuk egy meghatározott kicsiny pozitív értékkel (pl. $\varepsilon = 0{,}02$-vel) egyenlő. Mivel e követelményeken belül az eloszlás fajtájának nem kell különösebb jelentőséget tulajdonítanunk, kiköthetjük, hogy e feltételek mellett legyen a változó normális eloszlású: a „-tól -ig" határok: C_0 és C^0, valamint σ értéke egyértelműen megadják a megfelelő normális eloszlást jellemző C várható értékét és σ szórását (12.1. ábra):

$$C = \frac{C_0 + C^0}{2}, \quad \sigma = \frac{C^0 - C_0}{2\,\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right)}, \tag{12.1}$$

ahol Φ^{-1} a standardizált normális eloszlás ismert

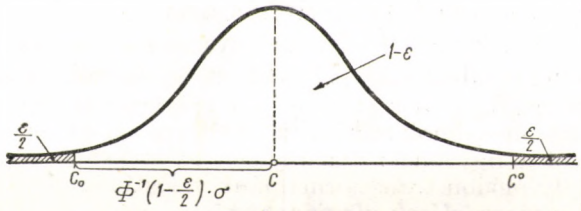
$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{u^2}{2}}\, du \tag{12.2}$$

képletével definiált eloszlásfüggvényének inverz függvénye (12.2.—3. ábrák). Az 1—3. alatti tulajdonságokkal rendelkező „-tól -ig" típusú becsléseket tehát a (12.1) képlettel normális eloszlású valószínűségi változókká transzformálhatjuk.

Hasonló módon transzformálható többdimenziós normális eloszlásúvá több, egymással szorosabb-lazább kapcsolatban álló becsült adatból álló

[3] Amint azt az olvasó megállapíthatta: mi sem tekintjük ezt az *egyedüli* járható útnak.

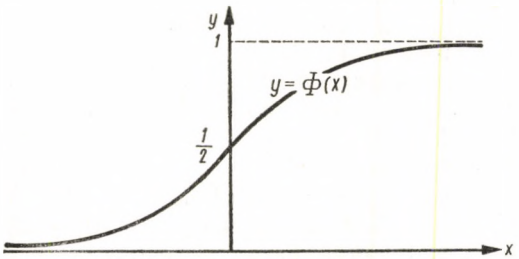
együttes is. Ehhez csak olyan típusú további feltételezésekre van szükség, hogy az adatok egyes csoportjai függetlenek más csoportoktól, illetőleg, hogy egyes adatok vagy függetlenek egymástól, vagy adott, pozitív, illetve negatív korrelációs együtthatóval leírt kapcsolatban állnak. Ismeretes, hogy e feltételezések a várható értékek és szórások értékeivel együtt egyértelműen meg-



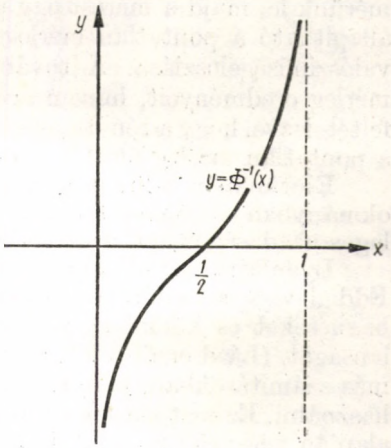
12.1. ábra

szabják a megfelelő többdimenziós normális eloszlás paramétereit.[4] Éppen ez a tulajdonsága állítja előtérbe feladatunk szempontjából a normális eloszlást: eloszlásának „reguláris" volta és várható értékekkel, szórásokkal és korrelációs együtthatókkal való meghatározottsága.

A műszálipari vizsgálatban, amelyben először alkalmaztunk valószínűségszámítási módszereket, normális eloszlású valószínűségi változókkal reprezentáltuk a bizonytalan adatokat. Ez azonban nem az egyedül lehetséges megoldás; más esetekben célszerű lehet más eloszlások alkalmazása.



12.2. ábra



12.3. ábra

Így pl. a normális eloszlás használatakor egyebek között abból indultunk ki, hogy a becslés tárgyilagos. Más a helyzet azonban olyankor, ha nincs okunk feltételezni a becslést végzők elfogulatlanságát. A könyv 9.2. szakasza részletesen leírta az engedélyezési okmányokhoz csatolt beruházás-gazdaságossági számítások gyakran tendenciózus torzításait, amikor az engedély megnyerése érdekében a reálisnál alacsonyabb beruházási költséget számolnak. Megállapí-

[4] Lásd pl. *Cramér, H.* [23] művét (310—317. old.).

tottuk, hogy a becslés teljesítési aránya jól jellemezhető aszimmetrikus — logaritmikusan normális — eloszlással.

Ebben az esetben a fenti leírás 3. pontjában mutatkozik lényeges eltérés: ha programozási modellünk adatait az engedélyezési okmányokhoz csatolt számításokból merítenénk, a tárgyilagosság hiánya, a torzítási szándék miatt indokolt lenne a várható értéke körül szimmetrikus normális eloszlás helyett aszimmetrikus (pl. lognormális) eloszlással számolni. Feltételezhetnénk, hogy e valószínűségi változók várható értéke ugyanabban az arányban tér el az engedélyezési okmányokban szereplő előzetes adatoktól, mint ahogy átlagban — az eddigi megfigyelések szerint — a tényleges teljesítés eltért. (Pl. a 9.2. szakaszban közölt számok szerint ez az eltérés átlagban 22%.)

Fel kell hívni a figyelmet: amennyiben az engedélyezési okmányokból átvett adatokat ily módon transzformálnánk valószínűségi változóvá, úgy ez *lényegesen eltérő meggondolások alapján* történne, mint a „-tól -ig" formájú tárgyilagos szakértői becsléseknek a (12.1)—(12.2) képletekben jelzett transzformálása. Ellentétben a korábban tárgyalt transzformálással, most egy tömegjelenség statisztikai megfigyelésén (az engedélyezési okmányokban szereplő előzetes adatok tényleges teljesülésének megfigyelésén) alapul a felhasznált valószínűségeloszlás. De nem magának a becslésnek a *tárgyát* figyeltük meg (pl. az új polipropilén selyemgyárak tucatjainak beruházási költségeit), hanem az *„alanyt"*, a becslést végző egyének vagy kollektívák, intézmények megbízhatóságát.

A következtetés logikáját egy hasonlattal világítjuk meg:

Kísérletsorozatot végzünk: egy-egy tárgyat előbb egy pontatlan mérleggel mérünk le, majd a mérést egy pontos mérlegen ellenőrizzük. Ily módon megállapítható a pontatlan mérleggel kapott és a pontos eredmény eltérésének valószínűségeloszlása. A továbbiakban már nem fogadjuk el a pontatlan mérleg eredményeit, hanem azokat valószínűségi változóvá transzformáljuk, feltételezve, hogy a tényleges súly ugyanabban a valószínűségeloszlásban tér el a pontatlan mérleg által jelzett súlytól, mint a korábbi méréseknél.

Esetünkben a pontatlan mérleggel kapott eredmény: az engedélyezési okmányban szereplő adat, a pontos mérlegen kapott ellenőrző szám: az utólagos gazdaságossági vizsgálatban kimutatott adat.

Ilyenfajta számításra tényleges gyakorlatunkban még nem került sor. Eddigi vizsgálatainkban mindenkor speciálisan a számunkra dolgozták ki a becsléseket és különféle eszközökkel igyekeztünk biztosítani ezek elfogulatlanságát. (Lásd erről a 9.3. szakaszt.) Elképzelhető azonban, hogy a jövőben, más számításokban, kénytelenek leszünk az engedélyezési okmányok adatait használni. Ez esetben sor kerülhet arra, hogy a fentiekben leírt gondolatmenet alapján végezzük az adatok transzformálását valószínűségi változókká.

A bizonytalan adat transzformálása valószínűségi változóvá bevisz ugyan bizonyos önkényességet a számítási módszerbe, de mindenképpen másodlagos jellegűt: a „közepelésben" szereplő „súlyok" megválasztását.

12.4. A biztonsági programozás modellje

Térjünk rá ezek után programozási modellünkre. Feladatunk egyszerűsítése érdekében eltekintünk attól, hogy a korlátozó feltételekben szereplő együtthatók és korlátok között is lehetnek bizonytalanok; ezeket konstansként

kezeljük.[5] Viszont a célfüggvényben szereplő bizonytalan adatokat, a 12.2.—3. szakaszban mondottak értelmében, valószínűségi változóvá transzformáljuk.

A döntési probléma a továbbiakban ilyen alakú: az

$$\begin{matrix} \mathbf{Ax}=\mathbf{b} \\ \mathbf{x}\geqq\mathbf{0} \end{matrix} \tag{12.3}$$

feltételeknek megfelelő x programok közül meghatározandó az, amelynél (illetve azok, amelyeknél) a

$$\mathcal{C}=\mathcal{C}(\mathbf{x}) \tag{12.4}$$

sztochasztikus célfüggvény értéke minimális. Mivel (12.4)-ben a költség értéke az x program minden értéke mellett még valószínűségi változó is, e döntési feladatnak megoldása *közvetlenül* csak úgy képzelhető el, hogy megadjuk, mely programok és milyen valószínűséggel lehetnek optimálisak.

Bár ilyen típusú megoldás nyújtana bizonyos segítséget a döntéshez, már csak rendkívüli számításigényessége miatt is más utat választottunk.

Jelölje $C_P(\mathbf{x})$ a (12.4) alatti sztochasztikus költségfüggvény P-kvantilisét, legyen tehát az az — x-től függő — érték, amelynél a

$$\mathcal{C}(\mathbf{x})\leqq C_P(\mathbf{x}) \tag{12.5}$$

esemény valószínűsége P-vel egyenlő.[6]

Külön említést érdemel az az eset, amelyben $\mathcal{C}(\mathbf{x})$ minden x program mellett normális eloszlású. Ha $C(\mathbf{x})$ jelöli várható értékét, $\sigma_C(\mathbf{x})$ pedig szórását, akkor (12.6)-ból levezethető, hogy

$$C_P(\mathbf{x})=C(\mathbf{x})+\Theta_P\sigma_C(\mathbf{x}), \tag{12.7}$$

ahol a Θ_P tényező minden x programra ugyanannyi, csak a P nagyságától függő érték.[7]

[5] Ez gyakorlatilag azt jelentette pl. a műszálipari vizsgálatban, hogy a közöttük levő „-tól -ig" formájú adatokat középértékükkel állítottuk be a számításba. Egyes ilyen adatokkal érzékenységi vizsgálatokat végeztünk.

[6] Ha $F(\gamma;\ \mathbf{x})$ jelöli $\mathcal{C}(\mathbf{x})$ eloszlásfüggvényét, tehát a $\mathcal{C}(\mathbf{x})\leqq\gamma$ esemény valószínűségét mint γ függvényét, akkor (12.5)-ből a következő képletet vezethetjük le $C_P(\mathbf{x})$-re:

$$C_P(\mathbf{x})=F_1^{-1}(P;\ \mathbf{x}). \tag{12.6}$$

F_1^{-1} a kétváltozós $F(\gamma;\ \mathbf{x})$ függvény első változója szerinti inverzét jelöli a második változó rögzített értéke mellett.

[7] (12.8)
$$\Theta_P=\Phi^{-1}(P).$$

[Lásd erről a (12.2) képletet és a 12.2.—3. ábrákat.] Csupán szemléltetésül ismertetjük Θ_P értékét néhány P-re:

P%	Θ_P
50	0
70	0,52
80	0,84
90	1,28
95	1,64
99	2,33
99,99	3,71

Ezek után a következő paraméteres programozást hajtjuk végre: a P paraméter minden 0 és 1 közti értékéhez meghatározzuk azt a (12.3) szerint megengedett x_P programot, amelynél (12.6) értéke minimális. Más szóval: minden 0 és 1 közti P értékhez *meghatározzuk azt a programot, amelynél a legkisebb az a költségérték, amelyet a valódi költség P valószínűséggel nem halad túl.* P értékét biztonsági szintnek, Θ_P-t biztonsági faktornak, a $C_P(x)$ célfüggvényt P szintű biztonsági értéknek, a kialakuló

$$\left.\begin{array}{c} Ax=b \\ x\geqq 0 \\ C_P(x)\to\min! \end{array}\right\} \quad 0\leqq P\leqq 1 \tag{12.9}$$

paraméteres programozást biztonsági programozásnak nevezzük.[8]

Normális eloszlás esetén a $P=0{,}5$ biztonsági szint melletti programozás egyszerűen a sztochasztikus $C(x)$ költségfüggvény várható értéke, $\bar{C}(x)$ szerinti minimalizálás feladatává válik, ugyanis (12.8) alapján $\Theta_{0,5}=0$, $C_{0,5}(x)=\bar{C}(x)$.[9] P növekedésével Θ_P egyre nő s így az adatokban rejlő bizonytalanságot reprezentáló $\sigma_C(x)$ szerepe egyre inkább előtérbe kerül.

12.5. A biztonsági programozás közgazdasági értelmezése

A továbbiakban kommentárjainkat, a könnyebb megvilágítás kedvéért, ahhoz az egyszerűbb esethez fűzzük, amelyben normális eloszlású valószínűségi változókkal van dolgunk.

A biztonsági szintet, P-t, olyan paraméternek tekintjük, amelyet a gazdasági vezetés általános gazdaságpolitikai megfontolások alapján határoz meg. Ha pl. 0,8-ban határozzuk meg a biztonsági szintet, akkor $C_{0,8}(x)$ azt az összköltséget adja meg, amelyet az x program tényleges $C(x)$ költsége 80%-os valószínűséggel nem lép túl. Csupán 20% a valószínűsége annak, hogy a program tényleges költsége több lesz a $C_{0,8}(x)$ biztonsági értéknél.

Nem feltétlenül szükséges azonban, hogy a $C_P(x)$ függvénynek valószínűségi értelmezést adjunk; e függvény enélkül is kifejez bizonyos közgazdasági összefüggéseket.

Biztonsági stratégiának nevezzük a döntést hozó szerv magatartását a beruházási döntéssel kapcsolatos bizonytalansággal szemben. A gazdasági vezetés a P biztonsági szint megválasztásával meghatározott biztonsági stratégiát juttathat kifejezésre. Különböztessünk meg ebből a szempontból négyféle stratégiát:

1. Ha $P=0{,}5$, akkor $\Theta_P=0$. Ebben az esetben a célfüggvényben kizárólag a várható értékkel számolunk, a szórást figyelmen kívül hagyjuk. Ez azt

[8] Bár sztochasztikus feltételrendszerű esetben, de hasonlóan redukálja a sztochasztikus célfüggvényt *Kataoka, S.* [64] dolgozata is, amely a könyv publikációra való előkészítése közben jelent meg az *Econometrica* 1963. évi első számában; több évvel saját modellünk első magyar nyelvű publikációi után. Itt azonban nem találkozunk a feladatnak a biztonsági szint szerint paraméteres programozási feladatként való felfogásával. A cikk csupán röviden utal az eljárás közgazdasági értelmezésére, de nem vizsgálja azt részletesebben.

[9] Ez minden, várható értéke körül szimmetrikus eloszlásra érvényes: ezeknél ugyanis a 0,5-kvantilis (medián) és a várható érték megegyezik.

fejezi ki, hogy a gazdasági vezetés indifferens a becslésben levő bizonytalansággal együttjáró kockázat iránt. Nevezzük ezt a magatartást r i z i k ó - i n d i f f e r e n s stratégiának.[10]

2. Ha $P > 0{,}5$, akkor $\Theta_P > 0$. Nevezzük pozitív Θ_P esetén a várható értékhez hozzáadódó $\Theta_P \sigma_C(x)$ kifejezést a továbbiakban b i z o n y t a l a n s á g i p ö n á l énak. Ezt úgy tekintjük, mint az x programot sújtó speciális kalkulatív többletköltséget. A pönálé annál nagyobb, 1. minél nagyobb $\sigma_C(x)$, azaz minél bizonytalanabb a program és 2. minél nagyobb Θ_P, azaz minél magasabb biztonsági szintet követel meg a gazdasági vezetés.

A bizonytalansági pönálé azt fejezi ki: a gazdasági vezetés *averziót* tanúsít a becslésekben rejlő bizonytalansággal együtt járó kockázat iránt. A gazdasági vezetés szemében azt a veszélyt, hogy a ténylegesen megvalósuló költség több lehet a várható értéknél, *nem* ellensúlyozza az az esély, hogy kevesebb is lehet, holott az utóbbi valószínűsége egyenlő az előbbivel. A várható értékkel szembeni potenciális veszteséget nagyobbra értékeli, mint a várható értékkel szembeni potenciális nyereséget. Nevezzük ezt a magatartást a k o r l á t o z o t t b i z t o n s á g stratégiájának.

3. Ha P 100% felé tart, akkor Θ_P is rohamosan nő; a biztonsági értéken belül viszonylag egyre jobban eltörpül a várható érték és nő a szórás súlya. A normális eloszlás feltételezéséből következik, hogy P csak Θ_P „végtelen nagy" értéke mellett lehet 100%.[11] Gyakorlatilag azonban, persze, már akár a 99,99%-os biztonsági szint megkövetelését a m a x i m á l i s b i z t o n s á g s t r a t é g i á j ának minősíthetjük.

4. Ha viszont $P < 0{,}5$, akkor $\Theta_P < 0$. Ebben az esetben a pozitív $|\Theta_P| \sigma_C(x)$ kifejezést le kell vonnunk a várható értékből, vagyis most már ez nem bizonytalansági pönáléként, hanem b i z o n y t a l a n s á g i p r é m i u mként fogható fel. Azt fejezi ki, hogy a gazdasági vezetés *preferenciát*, nem pedig averziót tanúsít a bizonytalansággal együttjáró kockázat iránt. A várható értékkel szembeni potenciális nyereséget nagyobbra értékeli, mint a potenciális veszteséget. Ezt a magatartást h a z á r d s t r a t é g i ának minősíthetjük.[12]

[10] Fejtegetéseinkben nem alkalmazzuk a bizonytalanság és a rizikó *Knight, F.* által bevezetett elhatárolását. (Lásd [67].) Fogalomhasználatunkban a kockázat a bizonytalanság következménye.

[11] Ebből a szempontból talán reálisabb lenne normális eloszlás helyett *csonkított* normális eloszlás alkalmazása a becslés bizonytalanságának reprezentálására. Ennek jellegzetessége, hogy adott az alsó és felső határ, amelyet a valószínűségi változó semmiképpen sem lép át, de a határhoz közel eső értékek bekövetkezésének csekély a valószínűsége; kisebb, mint a várható érték körülieké.

A gyakorlatban a becslés „-tól -ig" tartományának túllépése ugyan kizárt, de van egy reális alsó és felső határ, amelyet 100%-os biztonsággal sohasem lép túl a változó. (Pl. a termelés költsége sohasem lehet kevesebb 0-nál.)

A csonkítatlan normális eloszlással való számolás azonban kényelmesebb, s — noha elméletileg, mint látjuk, nem kifogástalan — gyakorlati célokra teljesen megfelel.

[12] A rizikó-prémium (ill. az ezzel analóg bizonytalansági pönálé) szerepével az árakkal kapcsolatos várakozásokban számos szerző foglalkozott. Lásd pl. *Hicks, J. R.* [54] és *Lange, O.* [95] műveit. Hicks a következőket írja: „Ha figyelembe vesszük a várakozások bizonytalanságát, ... úgy nem a legvalószínűbb árat kell a várt ár reprezentánsának tekintenünk, hanem a legvalószínűbb árat ± egy többletet, ill. engedményt, azaz egy rizikó-prémiumot (ill. büntetést) a várakozás bizonytalansága miatt." (Hicks az „allowance" kifejezést használja.)

A biztonsági stratégiákat a döntési elméletben járatos olvasó azonosíthatja a megfelelő ismert döntési kritériumokkal. Az azonosítás részleteire ki nem térve, csupán megemlítjük:[13]

1. $P=0{,}5$ esetén az úgynevezett Laplace-kritériumot alkalmazzuk.
2. A $0{,}5<P<1$ esettel, azaz a korlátozott biztonsági stratégia alkalmazásával pontosan analóg döntési kritérium nem közismert az irodalomban. A magunk részéről, a gyakorlati számításokban, éppen ezt a kritériumot ajánlottuk a gazdasági vezetésnek. (Ennek indokolásával a könyv következő fejezete foglalkozik.)
3. $P=1$ esetén a Wald-féle *maximin*-kritériumot alkalmazzuk. Ha normális eloszlású valószínűségi változókkal dolgozunk, s emiatt P csupán megközelíti 1-et, úgy ez azt jelenti: döntési kritériumunk is csupán megközelíti a maximin-kritériumot.
4. $P=0$ esetén az úgynevezett *maximax*-kritériumot alkalmaznánk. (Ezt a teljesség kedvéért rendszerint megemlíti az irodalom, de felhasználását egyik szerző sem javasolja.)

A biztonsági programozásban szereplő biztonsági szint paraméterszerepe egyébként hasonló ahhoz a szerephez, amelyet a *Hurwicz*-féle döntési kritérium „optimizmus-pesszimizmus indexe" játszik. Az eltérések főként azzal függnek össze, hogy esetünkben sztochasztikus programozási modell célfüggvényében kerül alkalmazásra ez a paraméter, mind valószínűségszámítási, mind közgazdasági szempontból értelmezhető módon.

Érdemes ezen a helyen röviden visszapillantani a 11. fejezetben ismertetett „biztonsági rangsorolásra". Szembeötlő a párhuzamosság. Az ottani „optimista rangsor" értelemszerűen megfelel az itteni „hazárd stratégiának", a „középérték szerinti rangsor" a „rizikó-indifferens stratégiának", a „pesszimista rangsor" pedig a „maximális biztonság stratégiájának".

A 11. és 12. fejezetben leírt eljárás között több különbség van. Nem szükséges ezen a helyen kitérni az olyan eltérésekre, mint hogy ott egyszerű rangsorolást végeztünk, itt most programozásról szóltunk; ott nyereséghányadot maximalizáltunk, itt költségeket minimalizáltunk stb. A jelen elemzés szempontjából lényeges különbség: *ott kizárólag a „-tól -ig" tartományok határaival operáltunk, itt pedig a „-tól -ig" adatokat valószínűségi változókká transzformáltuk.*

Nem szabad azonban túlbecsülnünk ezt az eltérést.

Tegyük fel egy pillanatra, hogy a 11. fejezetben ismertetett „-tól -ig" formájú bizonytalan adatot *egyenletes* eloszlású valószínűségi változónak tekintjük. Annak a valószínűsége, hogy a ténylegesen bekövetkező érték a határokon kívül esik, 0, a „-tól -ig" tartományon belül viszont minden érték egyformán valószínű.

Ezzel a pótlólagos feltevéssel a 11. fejezetben leírt eljárás teljesen analóggá vált a 12. fejezetbelivel; közvetlenül értelmezhető valószínűségi szempontból is. Az érdemleges különbség: *másképp súlyozzuk* a várható értéket és a bizonytalanságot reprezentáló szórást az értékelés alapjául szolgáló mutatóban: a biztonsági értékben.

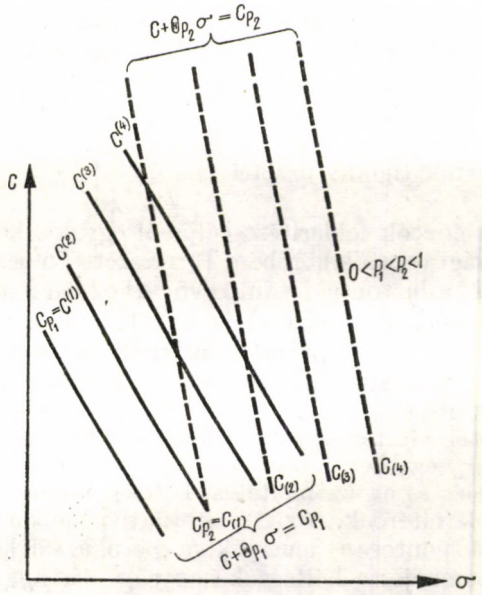
Egyébként a normális eloszlás feltételezése a valószínűségi interpretáció szempontjából realistább. Nyilván nem igaz, hogy a „-tól -ig" határok túllépésének 0 a valószínűsége; hogy pl. a középérték és a két határ bekövetkezése egyformán valószínű stb.

[13] A döntési elmélet irodalmára vonatkozó utalások a 11. fejezetben találhatók.

13. Biztonság és kockázatvállalás

13.1. A biztonsági stratégia grafikus ábrázolása

Tegyük fel: biztonsági programozást végzünk, mégpedig olyan költségfüggvénnyel, amelyben a bizonytalan adatokat normális eloszlású valószínűségi változókkal reprezentáljuk. Eljárásunk keretében a P biztonsági szint a gazdasági vezetés stratégiáját hivatott kifejezni. Ha a gazdasági vezetés állást



13.1. ábra

foglal P valamely értéke mellett, úgy ezzel állást foglal abban is, hogy 1 biztos forintot mennyi és milyen mértékben bizonytalan forinttal tart egyenértékűnek.[1]

Ez az állásfoglalás jól szemléltethető megfelelő indifferencia-egyenesek seregével. (Lásd a 13.1. ábrát.)

[1] Igazság szerint nemcsak a P biztonsági szint megválasztásában fejeződik ki a biztonsági stratégia, hanem — amint az a 12.5. szakaszban, az egyenletes és normális eloszlás felhasználásának összehasonlításakor kitűnt — a bizonytalanságot reprezentáló valószínűségi eloszlás megválasztásában is. A továbbiakban, a tárgyalás egyszerűsítésére, eltekintek ettől: már eleve adottnak veszem a modellben szereplő valószínűségi változók eloszlását, normális eloszlást feltételezve.

Valamely rögzített $C_P(x)$ biztonsági értékhez tartozó egyenes a 13.1. ábrán azt mutatja be: ugyanaz a biztonsági érték elérhető a várható érték és a szórás más-más kombinációival. A nagyobb szórást, azaz a program nagyobb bizonytalanságát a várható érték csökkenésének kell ellensúlyozni (vagy megfordítva), hogy a gazdasági vezetés egyenértékűnek fogadja el.

A Θ_P biztonsági faktor határozza meg az egyenes meredekségét. Minél nagyobb a biztonsági szint, annál meredekebb az egyenes lejtése, hiszen ez esetben nagy várható értékemelkedést is hajlandók vagyunk vállalni a szórás kisméretű csökkenéséért.

A 13.1. ábra szerinti függvénytípus alkalmazásának egyik fő előnye abban rejlik, hogy egyszerű, közgazdaságilag könnyen értelmezhető, tartalma könnyen megvilágítható a beruházási problémákban döntést hozó gyakorlati vezetők előtt.

Eddig nyitvahagytuk azt a kérdést: tulajdonképpen milyen P biztonsági szint, azaz milyen biztonsági stratégia megválasztása lenne célszerű, a mi viszonyaink között? A válaszhoz kétféle közelítés kínálkozik. Az egyik empirikus: egy kísérlettel megpróbáltuk megállapítani, hogy a gazdasági vezetők ténylegesen mit tartanának célszerűnek. A vizsgálat eredményeit a 13.2. szakasz ismerteti. A másik megközelítés elméleti megfontolásokon alapul: ez a 13.3. szakaszban található.

13.2. Gazdasági vezetők tipikus nézetei

A jellemző álláspontok felderítése céljából egy kis közvéleménykutatást rendeztünk a gazdasági vezetők körében. Természetesen nem lett volna értelme a kérdést közvetlenül a biztonsági szintre vonatkozóan feltenni, hiszen a megkérdezettek nem ismerhették elgondolásunkat a biztonsági érték szerinti programozásról. Ezért egyszerű példát konstruáltunk, amelyet úgy szerkesztettünk meg, hogy a válaszokból leolvashatóak legyenek a biztonsági szintre vonatkozó következtetések.

A megkérdezettek elé terjesztett probléma a következő volt:

„Tegyük fel, hogy egy beruházási feladat végrehajtásához két alternatíva kínálkozik. A termelés és az üzemeltetési költség mindkettőnél azonos, de a beruházási költségek eltérőek. Az 1. alternatíva jellemzője: a beruházási költségek nagyságát pontosan ismerjük, a beruházási költség tehát *biztos*. A 2. alternatíva jellemzője: a költségek nagysága *bizonytalan*, csupán az alsó és felső határt ismerjük. Pontosabban: ismerjük a középértéket és tudjuk, hogy attól a lehetséges eltérés legfeljebb $\pm 20\%$.

Tegyük fel, hogy öt esetben kerülünk ilyen választási probléma elé. Az 1. alternatíva beruházási költsége mind az öt esetben azonos, ezzel szemben a 2. alternatíváé mindig más. Az öt választási problémát a 13.1. táblázat foglalja össze.

Világos, hogy az *E)* problémánál a 2. alternatívát kell előnyben részesíteni, hiszen ez még a legrosszabb esetben is 100 millió forintba kerül (vagyis ugyanannyiba, mint az 1. alternatíva), de az is lehet, hogy kevesebbe. Melyik előnyösebb azonban az *A)*, *B)*, *C)* és *D)* esetben?

Láthatjuk, hogy az *A)*-tól az *E)* probléma felé haladva egyre kisebb a 2. alternatíva költségének középértéke. Kérdés: melyik esetnél kompenzálja a 2. alternatíva kisebb középértéke, s jóval kisebb alsó határértéke azt a veszélyt,

hogy a beruházási költség esetleg (nem biztosan!) túlhaladja az 1. alternatíva biztos 100 millió forintos költségét?"

A kérdést összesen húsz személynek tettük fel. Kivétel nélkül olyanokat kérdeztünk meg — tervhivatali és minisztériumi főosztályvezetőt, osztályvezetőt, előadót, vállalati igazgatót és osztályvezetőt, tehát magasabb és alacsonyabb beosztású vezetőket vegyesen —, akik rendszeresen állást foglal-

13.1. táblázat

Választási problémák biztos és bizonytalan alternatívák között

Esetek	*1.* alternatíva beruházási költsége	*2.* alternatíva beruházási költsége	
		középérték	„-tól -ig"
A)	100	98,5	79—118
B)	100	94,5	76—113
C)	100	90,0	72—108
D)	100	86,5	69—104
E)	100	83,5	67—100

nak beruházási döntésekkel kapcsolatban. A megkérdezettek különböző tárcákhoz tartoznak. (Országos Tervhivatal, Pénzügyminisztérium, Külkereskedelmi, Nehézipari és Könnyűipari Minisztérium.)

A megkérdezettek kiválasztása szándékosan ötletszerű volt. Körülbelül két-három héten át gyűjtöttük a válaszokat azoktól, akikkel véletlenül (bizottsági ülésen, tudományos egyesületben, adatgyűjtés közben stb.) találkoztunk. A kérdés és a felelet mindig szóbeli „interjú" formájában zajlott le. Sorra vettük a választási problémákat *A)*-tól *E)*-ig és állásfoglalást kértünk.

13.2. táblázat

A bizonytalan konzekvenciájú döntéssel kapcsolatos közvéleménykutatás eredménye

Melyik eseténél nem ragaszkodik már az *1.* alternatívához	Hányan feleltek így?	
	fő	%
A)	0	0
B)	9	45
C)	9	45
D)	0	0
E)	2	10

A válaszok meglehetősen egyöntetűek voltak. Az eredményeket a 13.2. táblázat foglalja össze. A táblázatban csak azt tüntettük fel, hogy a megkérdezett melyik választási problémánál veti el az 1. alternatívát, s áll át a 2. alternatíva pártjára vagy legalábbis melyik problémánál kezd ingadozni, melyiknél érzi körülbelül egyformán kedvezőnek a két alternatívát. Ha pl. a *B)* eset-

ben már nem ragaszkodunk az 1. alternatívához, akkor — a példa megszerkesztéséből következően — nyilván nem választja a *C)*, *D)* esetekben ismét ezt.

Mit jelent a közvéleménykutatás eredménye a biztonsági szint szempontjából? A 13.3. táblázat megmutatja: hány %-os biztonsági szint követelményének felelt meg, ha valaki az *A)* vagy *B)* stb. esetben úgy felelt: egyformán kedvezőnek értékeli az 1. és a 2. alternatívát.

13.3. táblázat

A biztonsági szintre vonatkozó következtetés

Melyik esetnél ítéli egyformán kedvezőnek az *1.* és *2.* alternatívát	Ez milyen biztonsági szintnek felel meg (%-ban)
A)	60
B)	80
C)	95
D)	99

Egy példával világítjuk meg, milyen gondolatmenet alapján vonható le a biztonsági szintre vonatkozó következtetés.

A 2. alternatíva beruházási költségét olyan normális eloszlású valószínűségi változónak tekintettük, amelynél a relatív szórás 6,7%. (Ez körülbelül megfelel — 1 ezrelék valószínűség elhanyagolásával — a 20%-os bizonytalansági foknak.)

Ragadjuk ki példaként a *C)* esetet. Ha a megkérdezett azt feleli: *nem* a 2., hanem az 1. alternatívát választja, akkor ez azt jelenti, hogy a maga részéről a 2. alternatívánál 10 millió Ft-nál *nagyobb* „bizonytalansági pönálét" adott hozzá a 90 millió Ft-os középértékhez. Többet adott hozzá, hiszen rosszabbnak tartotta a 100 millió Ft-os 1. alternatívánál.

Ha ezzel szemben a megkérdezett *egyenlő jónak* tartotta az 1. és 2. alternatívát, akkor ez azt jelenti: a maga részéről a 2. alternatívát 10 millió Ft-os „bizonytalansági pönáléval" sújtotta. Így lett ugyanis egyenlő az 1. alternatíva 100 millió forintja a 2. alternatíva $90+10=100$ millió forintjával.

Mármost egy normális eloszlású valószínűségi változónál, amelynek középértéke 90 és relatív szórása 6,7%, a felső biztonsági érték (felső kvantilis) kb. 95%-os biztonsági szint mellett egyenlő 100-zal.

Ezért tekinthetjük az „egyformán jó" választ a *C)* esetben úgy, mint a 95%-os biztonsági szint megkövetelését.

Hasonlóképpen vezethető le a többi esetben is a válaszból a megkövetelt biztonsági szint.

Kérdés, nem befolyásolta-e a megkérdezetteket az a gyakorlati tapasztalat, hogy a tényleges beruházási költség rendszerint nem kevesebb, hanem több a becsült előirányzatnál?

Lehetséges, hogy egyik-másik állásfoglalást öntudatlanul is befolyásolta ez. Mindenesetre a szóbeli „interjúk" során nyomatékosan hangsúlyoztuk: itt egy elméleti esetről van szó, amelyben feltételezzük a „-tól -ig" formában adott becslés szigorú tárgyilagosságát; az előirányzattól való mindkét irányú eltérés esélye teljesen egyenlő. A megkérdezettek tehát e feltételezés tudatában feleltek.

A válaszokban figyelemre méltó, hogy az *A)* esetnél még valamennyi megkérdezett ragaszkodott az 1. alternatívához. Eszerint senki sem értett egyet 60%-os vagy ennél is alacsonyabb biztonsági szinttel.

Amint láttuk, a 2. alternatíva középértéke még az *A)* esetben is alacsonyabb, mint az 1.-é. A megkérdezettek mégis határozottan a biztosat választották. Számukra a 21 millió forintos potenciális nyereség nem kompenzálta a 18 milliós potenciális veszteséget. Számukra 1 millió forint *nem egyenlő* 1 millió forinttal, sőt 21 millió is kevesebb 18 milliónál, amennyiben az előbbi potenciális nyereség, az utóbbi pedig potenciális veszteség. Ebben egyfajta *húzódozás mutatkozik a kockázattal szemben, más szóval, a biztonság előnyben részesítése, preferálása a bizonytalansággal szemben.*

Ezt végeredményben úgy tekinthetjük, mint a *biztonsági szempontokat mellőző rizikó-indifferens stratégia határozott, egyöntetű elutasítását a megkérdezettek részéről.* (Mint korábban említettem, a középértékkel való számolás 50%-os biztonsági szintnek felel meg — miközben a megkérdezettek egyikének sem volt elég a 60%-os szint.)

Nézzük az ellenkező végletet. Mindössze ketten voltak, akik csupán az *E)* esetben választották a 2. alternatívát, míg a többi esetben kitartottak az 1. alternatíva mellett. Gyakorlatilag tehát a maximális biztonság stratégiáját fogadták el. Az illetők a beszélgetés során ki is fejtették, hogy szerintük 1 millió forint potenciális veszteséget sem szabad vállalni, ha van olyan biztos alternatíva, amelynél ez nem fenyeget, még akkor sem, ha az esetleges veszteséggel 32 millió forint potenciális nyereség áll szemben. A döntő követelmény szerintük a 100%-os biztonság.

A túlnyomó többség, a megkérdezettek 90%-a azonban elvetette ezt az ultraóvatos álláspontot, vagyis a maximális biztonság stratégiáját. A többség a *B)*, vagy legkésőbb a *C)* esetnél már nem ragaszkodott az 1. alternatívához. Ez arra mutat, hogy lényegében a korlátozott biztonság stratégiáját teszik magukévá. A vélemények megoszlottak 80—95%-os biztonsági szint között.

Ebből a kis közvéleménykutatásból természetesen nem szabad túl messzemenő következtetéseket levonni. Egyrészt: nagyon kevés személyt kérdeztünk meg. Emellett nem biztos, hogy a megkérdezettek úgy is *cselekszenek* a gyakorlatban, mint ahogyan állást foglaltak egy *szóbeli* „interjúban", amely talán meg is lepte őket újszerű kérdésfeltevésével. Mindenesetre figyelemre méltó (s ez emeli a kis közvéleménykutatás hitelét) a válaszok nagymérvű egyöntetűsége.

13.3. A rizikó-averzió jogosultsága

Érdekes kérdés, hogyan vélekednek egyénileg a tervgazdaság beruházási döntéseiben részt vevő személyek. A fő kérdés azonban az, hogy vajon van-e valamiféle objektív összefüggés, amely eldönti a biztonsági szint indokolt nagyságát, vagy ez kizárólag a gazdasági vezetés „vérmérsékletétől", „hazárd" vagy „óvatos" természetétől függ?

Nézetem szerint vannak objektív összefüggések, bár ezek (legalábbis egyelőre, a tudományos kutatás mai állapotában) inkább csak kvalitatíve érzékelhetők, s nehezen számszerűsíthetők.

Induljunk ki először a következőkből:

Népgazdasági méretekben programozunk. Ennek során kizárólag a költségfüggvény várható értékének minimalizálására törekszünk, s teljesen figyelmen kívül hagyjuk a tevékenységek bizonytalanságát, illetve az ezt reprezentáló szórást. (A biztonsági szint tehát 0,5; $\Theta_p = 0$.) A népgazdaságban egy-egy hosszabb időszakon át sok száz, sőt talán sok ezer beruházás valósul meg. Ha becsléseink minden esetben tárgyilagosak voltak, azaz joggal reprezentálhatók a várható érték körül szimmetrikus eloszlással, akkor a várható értéktől való pozitív és negatív eltérések, az esetek nagy száma miatt, kiegyenlítődnek. Végeredményben, össz-népgazdasági méretekben, a várható érték valósul meg.

A tőkés gazdaságban az egyéni vállalkozót nem nyugtatja meg az a tudat, hogy beruházásának kudarcát ellensúlyozza egy másik vállalkozó beruházásának sikere. A szocialista gazdaságban viszont, a termelőeszközök társadalmi tulajdona mellett nyilván az össz-társadalmi hatás a mérvadó. A szocialista gazdaság, ebben az értelemben, egyszerre „biztosított" és „biztosító", amely gondoskodik a kockázatok kiegyenlítődéséről.

A gondolatmenetben eddig jutva azt mondhatnánk: indokolatlan bármiféle rizikó-averzió. Csakhogy vannak eddig figyelembe nem vett tényezők is. *Terv*gazdaságról van szó. Itt minden fontosabb összefüggést előre megterveznek; anyagmérlegeket, munkaerőmérlegeket, pénzügyi mérlegeket, külkereskedelmi mérlegeket stb. A tervtől való minden eltérés felborítja a mérlegeket. Pl. egy műszálipari beruházás a tervezettnél később készül el, magasabb beruházási költséggel és termelési költsége is drágább a tervezettnél. Ugyanakkor egy pamutipari beruházás a tervezettnél hamarabb készül el, kisebb költséggel és termelési költsége is alacsonyabb lesz a vártnál. Tegyük fel, hogy kalkulatív költségfüggvényünkkel számolva a két beruházásnál a túllépés diszkontált összege éppen megegyezik a megtakarítás diszkontált összegével. Vajon tényleg teljesen kiegyenlítődtek az eltérések?

A műszálipari beruházás elhúzódása miatt a vegyipari üzemek építésére, ill. felszerelésére specializált építővállalatok, szerelővállalatok kapacitása tovább van lekötve, s nem kezdhetik meg újabb vegyiüzemek építését. A hamarabb elkészült pamutipari gyárnál felszabadult építő és szerelő együttes nem irányítható a vegyiparba, mert nem ért az adott feladathoz. Ha mégis ideirányítanák, ez nehézségekkel, átállítási többletköltségekkel járna.

A műszálgyár termelésének késedelme számos nehézséget, egyensúlyzavart okozhat: például azt, hogy késve jelenünk meg új termékünkkel a külföldi piacon. Emiatt esetleg elveszthetünk piacokat. Vagy: a magyar textilipar már számított a műszálra, s a hiányt kénytelen váratlanul importtal pótolni, ami esetleg kedvezőtlenebb importkötésekre kényszerít, mintha a vásárlásra előre felkészültünk volna. Vagy, ha nem importálunk, a feldolgozó textilipari kapacitás marad kihasználatlanul. A textilgyár korábbi belépése nem kárpótolhat mindezért, hiszen terméke esetleg csak más piacon értékesíthető, mint amit a műszálgyár késedelme miatt elvesztettünk, talán egyáltalán nincs is rá exportigény.

A műszálgyárra esetleg szükség lett volna a helyi foglalkoztatottság biztosításához, de az igénybe nem vett munkások nem irányíthatók át arra a területre, ahol történetesen hamarabb készült el egy gyár.

Nem szükséges folytatni a példát. Az eltérés a tervtől óhatatlanul zavarokat idéz elő: átcsoportosításokat, többletköltségekkel járó provizorikus in-

tézkedéseket, kihasználatlan kapacitásokat, veszteségeket. Minél bizonytalanabb egy alternatíva, annál nagyobb a veszély, hogy a tervtől való eltérésekhez vezet. Márpedig a tervszerűtlenség, mint a fenti példából kitűnik, tényleges gazdasági károkkal jár.

Még a tervtől való pozitív irányú eltérés is okozhat bizonyos átmeneti nehézségeket. (Pl. az üzem korábban készült el, de még nem készültek fel termékének feldolgozására alkalmas kapacitásokkal.) Nyilván azonban a negatív irányú eltérés okozza a nagyobb bajt.

A bizonytalanság okozta tervszerűtlenségek káros hatásának nagyságát főképpen három tényező befolyásolja.

A) *A tervezési módszerek rugalmassága; az alkalmazkodás gyorsasága a pontosan előre nem látott helyzetekhez.* Sok bírálat hangzott el Magyarországon az alkalmazott tervezési módszerek merevsége ellen. Az elmúlt években e téren végbement bizonyos fejlődés, de még sokat lehet tenni a jövőben is a tervezés rugalmasságának növeléséért. Mindenesetre egy adott időszakban van a tervezésnek, a gazdasági vezetésnek egy kialakult „átlagos" alkalmazkodóképessége, rugalmassága, s ezzel — mint reális adottsággal — számolni kell.

B) *A népgazdaságnak mennyire érzékeny, messzireható pontján következik be a tervszerűtlenség.* A terv mérlegei, előirányzatai szorosan összefüggnek egymással. A zavarok továbbgyűrűznek; a továbbgyűrűzés intenzitása azonban nagyon eltérő lehet. Nyilván kisebb zavart okoz, ha mondjuk egy új gyermekjátékgyár nem készül el idejében, mintha egy új erőmű késik.

C) *A népgazdaság ellátottsága készletekkel és tartalékokkal.* A készletek és tartalékok képesek felfogni vagy legalábbis nagymértékben ellensúlyozni a kiesések, hibák továbbgyűrűző hatását; képesek *lokalizálni* a zavarokat. Tekintettel a beruházások bizonytalanságának sokféle hatására, a készletek és tartalékok minden típusára szükség van: anyag- és árukészletekre, devizakészletekre, állóeszköz-kapacitás tartalékokra stb. Ismeretes, hogy a magyar gazdasági életben igen sok nehézséget okozott a készletek és tartalékok szűkössége, vagy kedvezőtlen összetétele.[2] Az utóbbi években ebben is javult a helyzet, de számos területen most sem kielégítő a készletek és tartalékok összetétele.

Mindezekből a következő elveket szűrhetjük le.

> *1. Objektíve indokolt a rizikó-averzió; a biztonsági szint legyen nagyobb 0,5-nél. 2. Annál kisebbfokú rizikó-averziót kell tanúsítani, minél inkább számíthatunk a gazdasági vezetés alkalmazkodóképességének rugalmasságára, s minél teljesebbek a készletek és tartalékok. 3. Nem kell egyenlő mértékű rizikó-averziót tanúsítani a népgazdaság minden ágában; erősebben kell érvényesíteni ott, ahol a potenciális veszteség súlyosabb konzekvenciákkal gyűrűzik tovább.*

Ugyanakkor hiba lenne, mindezekből következően, maximális óvatosságot tanúsítani. Éppen, mert bizonyos fokig érvényesül a várható értéktől való kedvező és kedvezőtlen eltérés kiegyenlítődésének tendenciája, mert a gazdasági vezetés gyorsabban vagy lassabban, de alkalmazkodik az előre nem látott nehézségekhez; mert rendelkezünk bizonyos készletekkel és tartalékokkal, s így sok beruházás egyidejű kedvezőtlen kimenetele sem okozhat *súlyos* zava-

[2] Lásd erről a jelenségről és okairól a szerző könyvét, [70] és [71].

rokat. A központilag irányított tervgazdaság előnye, hogy a gazdasági vezetés szükség esetén radikálisan beavatkozhat: a terv megfelelő módosításával megakadályozhatja a nem tervezett negatív hatások spontán továbbgyűrűzését.

Ezért nem szabad az egyes beruházási döntésekben rejlő kockázatot túlbecsülni. A szocialista tervgazdaságban kezdeményezésre, vállalkozó szellemre van szükség; súlyos hiba lenne, ha a beruházási döntésekben túlzott óvatosság uralkodna, amely fél minden újszerű, s azért kockázattal járó lépéstől. A következő elvet mondhatjuk ki:

> *4. A rizikó-averzió ne legyen túl magas, a biztonsági szint legyen határozottan kisebb 1-nél.*[3]

Az 1—4. elvek azt jelentik: a korlátozott biztonság stratégiájának alkalmazását — s ami ugyanezt jelenti: a hazárd, a rizikó-indifferens és a maximális biztonsági stratégia határozott elvetését — célszerű ajánlani.

Mindez még nem jelent állásfoglalást a biztonsági szint pontos értékében. Elfogadhatónak tűnik, hogy a biztonsági szint ne legyen túl közel sem 0,5-höz, sem 1-hez, ugyancsak a fenti gondolatmenet alapján. Eszerint kimondhatjuk a következő elvet:

> *5. Biztonsági programozás esetén a biztonsági szint legyen 0,6 és 0,9 között; alacsonyabb a viszonylag kevésbé centrális jelentőségű, magasabb a centrálisabb ágazatokban.*[4]

Mint látjuk, ez a gondolatmenet hasonló eredményekhez vezetett, mint amit a gazdasági vezetők körében folytatott kis közvéleménykutatás általános álláspontként mutatott ki.

[3] Ez gyakorlatilag a maximális biztonság stratégiájának, a maximin döntési kritériumnak az elvetését jelenti. Egyébként több szerző bírálja ezt a kritériumot pesszimista jellege miatt. Lásd pl. *Arrow, K. J.* [3], *Chernoff, H.* [20] és *Savage, L. J.* [153] műveit.

[4] A műszálipar pl. a kevésbé centrális jelentőségű iparágak közé tartozik, hiszen termékeit egyetlen iparág dolgozza fel, az ország exportjában betöltött szerepe nem túl nagy, aránylag kevés embert foglalkoztat stb.

14. Sztochasztikus számítások a gyakorlatban

14.1. Kiegészítő feltevések

A műszálipari vizsgálat sztochasztikus számításaiban a 12. fejezetben leírt biztonsági programozási modellt alkalmaztuk,[1] mégpedig a korábban már leírt feltevéseken túlmenően, a következő kiegészítő feltevésekkel.

1. Minden, a célfüggvény meghatározásához felhasznált, a szakértők által „-tól -ig" formában megadott adat normális eloszlású valószínűségi változó. Annak valószínűsége, hogy a változó a becslés „-tól -ig" határait nem lépi túl, 98%. [Azaz a (12.1) képletben szereplő ε értéke jelen esetben 0,02.]

2. A számításban alkalmazott világpiaci áraknál az alábbiak között pozitív vagy negatív korreláció van:[2]

a) Egy-egy termék export- és importára a legszorosabban összefügg. Ennek megfelelően ugyanazon termékre vonatkozó export- és importtevékenység célfüggvénybeli együtthatója között a korreláció: -1.

b) Különböző (nem ugyanazon termékre vonatkozó) külkereskedelmi tevékenységek célfüggvény együtthatója között is (pozitív vagy negatív) korreláció lehet.

c) Korreláció van egyes termelő tevékenységek költségfüggvényében szereplő lineáris tag (amelynek fő tétele az anyagköltség) együtthatói között, a felhasznált importanyagok ára közötti korreláció révén.

d) Korreláció van egyes külkereskedelmi tevékenységek célfüggvénybeli együtthatója, valamint egyes termelőtevékenységek célfüggvénybeli lineáris tagjának együtthatója között, az export- és importárak, valamint a termeléshez használt importanyagok ára közötti korreláció révén.

3. Mindazokról a valószínűségi változókról, amelyekről a 2. pontban nem beszélünk, feltesszük, hogy nincsenek korrelációban, tehát függetlenek egymástól.[3]

Rögzített program célfüggvényének értékét meghatározó adataink egyrésze konstans, másik része normális eloszlású valószínűségi változó. A célfüggvényérték is normális eloszlású valószínűségi változó, mivel normális eloszlású valószínűségi változók lineáris függvénye.

A valószínűségszámítási módszerekkel kapcsolatban a 12. fejezetben ismertetett általános és most felsorolt kiegészítő feltevések alapján megszer-

[1] A műszálipari vizsgálat szochasztikus számításainak numerikus részét *Wellisch P.* végezte el; emellett közreműködött a biztonsági programozási modell továbbfejlesztésében, a konkrét esetre való alkalmazásában is.

[2] A korrelációs becsléseket a függelék B.2. szakasza közli.

[3] Normális eloszlású valószínűségi változók esetén a függetlenség és a korrelálatlanság ugyanazt jelentik.

keszthető a biztonsági programozás célfüggvénye, amely a műszálmodell eredeti (7.6) célfüggvénye helyébe lép.

$$C_P(x)=C(x)+\Theta_P\sigma_C(x). \tag{14.1}$$

A biztonsági érték, $C_P(x)$ két részből tevődik össze. Az első a $C(x)$ *várható érték*. Ez megegyezik a (7.6) képletben leírt nem sztochasztikus konkáv költségfüggvénnyel.

A második része egy szorzat, amelynek egyik tényezője a *szórás*, $\sigma_C(x)$. Ez a felsorolt kiegészítő feltevések alapján meghatározható volt; meghatározásának részleteire itt nem térünk ki.[4] A másik tényező a Θ_P biztonsági faktor; ez a programozás paramétere.

14.2. A feladat leszűkítése

A paraméteres biztonsági programozás *megoldására* nem vállalkozhattunk. A 7. fejezetben már rámutattam, hogy a nem sztochasztikus konkáv programozási feladatnál is meg kellett elégednünk egzakt megoldás helyett közelítéssel. Márpedig a (14.1) alakú sztochasztikus célfüggvénnyel számolni még sokkal bonyolultabb, mint az eredeti (7.6) nem sztochasztikus függvénnyel.

Így sztochasztikus programozási feladatunk megoldásának megközelítéseként számításunkat a következőkre szűkítettük:

Előre rögzítettünk 10 megengedett programot. Az összes megengedett programok helyett csupán e 10 közül kerestük az optimálisat, a P biztonsági szint különböző értékei mellett. Igaz, ilyenformán nincsen semmiféle biztosítékunk arra, hogy az eredeti biztonsági programozási feladat megoldását is megtaláltuk. Mivel azonban az előre rögzített megengedett program egy részét határozott közgazdasági megfontolások alapján, egy-egy jellegzetes gazdaságpolitikai elgondolás reprezentálására állítottuk össze, az elvégzett számítás alkalmas néhány fontos következtetés levonására.

A következő programokat hasonlítottuk össze (egy részüket már a 7.5. szakasz megemlítette):

1. Az elektronikus számológépen nyert legkedvezőbb várható értékű program.

2., 3., 4., 5. „Elég kedvező" várható értékű programok. Ezeket is az elektronikus számológépen nyertük, amikor — a közelítő eljárással az optimumot kutatva — mintegy kitapogattuk az optimum „környékét" is.

6. A hagyományos módszerekkel meghatározott hivatalos program.

7. Autarkiás program. Valamennyi hazai szükségletet hazai termeléssel elégítjük ki; nincsen export.

8. Autarkia, kis exporttal. A 7. program némileg enyhített változata; összesen kétféle termék exportját írja elő.

9. Tiszta import. A 6. program ellentéte; valamennyi hazai szükségletet importból elégítünk ki; semmit sem termelünk.

10. Végletesen „extrovertált", kifelé fordult program. Ebben összesen kétféle terméket termelünk, de ezek közül az egyiket óriási mennyiségben; ennek

[4] A műszálvizsgálat sztochasztikus célfüggvényében szereplő várható érték és szórás képletét a függelék B.3. szakasza közli.

zömét exportáljuk. A többi terméket importáljuk. Ez a program, a modell eredeti, a 6.3. szakaszban leírt feltételi rendszere értelemben nem megengedett; a szóbanforgó nagy tömegben gyártott termék exportkorlátját feloldottuk. Az így nyert programot nem tartjuk reálisnak, de — összehasonlításként, gondolatkísérletként — figyelemre méltó.

Ellentétben az elektronikus gépen nyert 1—5. programokkal és az adott 6. programmal, a 7—10. programokat magunk konstruáltuk.

14.3. A fontosabb számítások

Mindenekelőtt meghatároztuk valamennyi program várható értékét és szórását, majd e programokat a várható érték növekvő sorrendjében rangsoroltuk. Ezt mutatja be a 14.1. táblázat.

14.1. táblázat

Műszálipari programok a várható érték szerint rangsorolva

Program sorszáma	Program jellemzése	Várható érték millió Ft	Szórás millió Ft	Más program dominálja-e
10	Végletesen „kifelé fordult"	5940,9*	495,8	nem
1	Legkedvezőbb középértékű (ha nincs korlátlan anyagexport)	6425,2	247,3	nem
2	Elég kedvező középértékű	6428,9	251,5	igen
3	Elég kedvező középértékű	6449,9	227,3	nem
4	Elég kedvező középértékű	6504,3	237,0	igen
5	Elég kedvező középértékű	6567,0	238,1	igen
6	Hivatalos	7272,1	179,8	nem
8	„Autarkia", kis exporttal	7386,7	91,5	nem
7	„Autarkia"	7770,4	84,4	nem
9	Tiszta import	8438,5	283,4	igen

* A 10. program célfüggvényének középértékét úgy számoltuk, hogy egyetlen óriásüzem helyett 7 normális méretű üzem költségeit vettük alapul. [Lásd a 7.6. szakaszban a műszálipari modell eredeti (7.6.) költségfüggvényével kapcsolatos meggondolásokat.]

Már az első rangsorolásból is levonhatunk néhány tanulságot. Két program között választva dilemma előtt állunk, ha az első a várható érték, a második a szórás szempontjából kedvezőbb. Viszont nyilván leegyszerűsíti a választást, ha az első mind a várható érték, mind a szórás szempontjából kedvezőbb a másiknál. Ez esetben az első (legalábbis a várható érték és a szórás szempontjából) *dominálja* a másodikat. A 10 program közül négyet dominált tak más programok. Figyelemre méltó, hogy a négy közé tartozik a kizárólag importot előirányzó program is: ez a legrosszabb a várható érték szempontjából, a szórás szempontjából pedig az utolsó előtti helyen áll.

A további elemzésekből elhagyjuk a végletesen „kifelé fordult" exportprogramot is. Sztochasztikus modellünk nem tükrözi megfelelően azt a tényt, hogy egy bizonyos határon felül az exportértékesítés is egyre bizonytalanabbá

válik. Tulajdonképpen az exportár becslését úgy kellett volna megadnunk, hogy a „-tól -ig" tartomány a volumen függvényében kiszélesedjék. Vagy pedig valószínűségi változóként kellene a modellbe beépíteni az exportkorlátokat; jelezve az exportértékesítés korlátainak bizonytalanságát. Ez azonban modellünk szerkesztésének alapvető megváltoztatását jelentette volna, amire egyelőre nem vállalkozhattunk.

Következő számításunkat tehát 5 programra végeztük. Mindenekelőtt meghatároztuk ezek biztonsági értékét, különböző biztonsági szintek mellett. Ezt mutatja be a 14.2. táblázat.

14.2. táblázat

A műszálipari programok biztonsági értéke

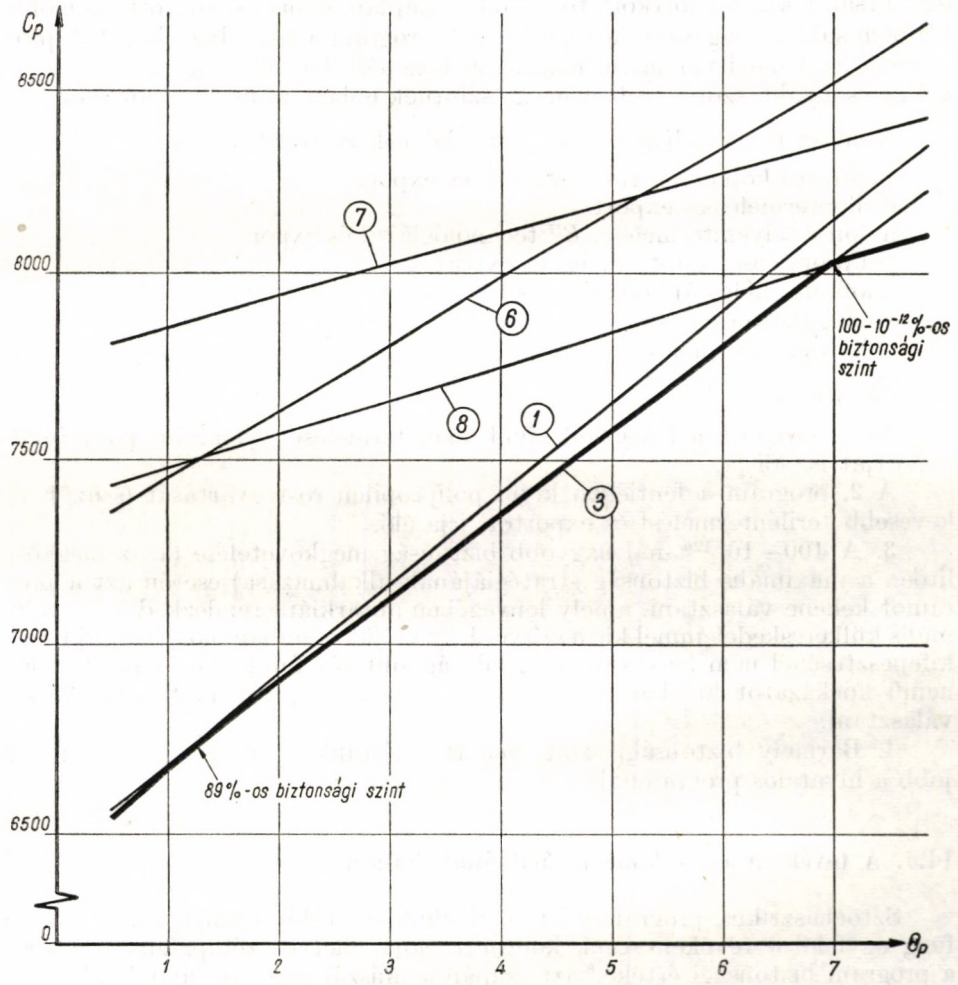
A program sorszáma	1.	3.	6.	8.	7.
A program jellemzése	Legkedvezőbb várható értékű	Elég kedvező várható értékű	Hivatalos	„Autarkia" kis exporttal	„Autarkia"
Biztonsági szint: 69,1% **Biztonsági faktor: 0,5**					
Biztonsági érték: millió Ft	6548,9	6563,5	7362,0	7432,5	7812,6
Rangsor	1	2	3	4	5
Biztonsági szint: 84,1% **Biztonsági faktor: 1**					
Biztonsági érték: millió Ft	6672,5	6677,2	7451,9	7478,2	7854,8
Rangsor	1	2	3	4	5
Biztonsági szint: 97,7% **Biztonsági faktor: 2**					
Biztonsági érték: millió Ft	6919,8	6904,5	7631,6	7569,7	7939,2
Rangsor	2	1	4	3	5
Biztonsági szint: $1-10^{-4}$% **Biztonsági faktor: 5**					
Biztonsági érték: millió Ft	7661,8	7586,4	8170,9	7844,3	8192,4
Rangsor	2	1	4	3	5

A 14.2. táblázatban ismertetett rangsorolás kiegészítésére egy másik számítást, paraméteres biztonsági programozást is végeztünk. A biztonsági szintet kezeltük paraméterként, végigfuttatva az 50% és $100-10^{-12}$% közötti tartományon. Megfigyeltük, hogy P különböző értékeinél melyik program optimális. (Természetesen csak az itt számításba vett 9 megengedett program közötti viszonylagos optimalitásról van szó.)[5] Kitűnt, hogy ebben a tar-

[5] Ebből a számításból a végletesen kifelé fordult 10. programot hagytuk ki.

tományban a 14.1. táblázat szerint dominált 4 programon kívül további kettőt dominálnak más programok. Mindössze 3 olyan program van tehát, amely a P egy-egy most megfigyelt tartományán belül optimális.

A paraméteres programozás eredményeit a 14.1. ábrán mutatjuk be. A vízszintes tengelyre a P biztonsági szintekhez tartozó Θ_p biztonsági faktor érté-



14.1. ábra

két mértük fel. A különböző meredekségű egyenesek: az egyes programok célfüggvényértékei (azaz a költségek biztonsági értékei, P-kvantilisei). Az alsó burkoló (az ábrán vastag vonallal kiemelve) töréspontjai: a biztonsági szint kritikus pontjai. Például ilyen töréspont van a $\Theta_p = 1{,}23$ értéknél, ami 89%-os biztonsági szintnek felel meg. Ez alatt az 1. program, e fölött a 3. program optimális.

A gyakorlati műszálipari probléma szempontjából a következő tanulsá-

gokat vonhatjuk le a 14.2. táblázatban ismertetett rangsorolásból és az ábrán szemléltetett paraméteres programozásból:

1. A reális (exportkorlátos) modell alapján kiszámított legkedvezőbb középértékű 1. program a biztonsági érték szempontjából is a legkedvezőbb, amennyiben a biztonsági szint 89% alatt van.

2. A 89% és $100-10^{-12}$% közötti biztonsági szint-intervallumban az ugyancsak reális (exportkorlátos) modell alapján, géppel számított, az előbbinél nem sokkal magasabb középértékű 3. program a legkedvezőbb. A 3. programnak az 1.-énél valamivel magasabb középértékét ellensúlyozza a valamivel alacsonyabb szórás, a biztonsági szintnek ebben az intervallumában.

Mindkét programban szerepelnek a következő tevékenységek:

akrilnitril kopolimer rost termelés és export
terilén termelés és export
nylon 6 selyemtermelés „*B*" technológiával és export
polipropilénselyem-termelés és export
celofántermelés új berendezéssel és export
etilénglikoltermelés
polipropilén termelés

Az eltérés:

Az 1. program a fentieken kívül fenol termelését, valamint polipropilén exportját is előírja.

A 2. program a fentieken kívül polipropilén rost gyártását (s az 1.-nél kevesebb terilén termelést és exportot) írja elő.

3. A $100-10^{-12}$%-nál nagyobb biztonság megkövetelése (azaz megközelítően a maximális biztonság stratégiájának alkalmazása) esetén azt a programot kellene választani, amely lényegében autarkiára rendezkedik be, minimális külkereskedelemmel kiegészítve. Úgy véljük azonban, hogy egy új iparág kifejlesztésénél nem helyes olyan gazdaságpolitikát folytatni, amely mindennemű kockázatot ki akar küszöbölni. Ezért ezt a programot nem célszerű választani.

4. Bármely biztonsági szint mellett találtunk olyan programot, amely jobb a hivatalos programnál.

14.4. A tevékenységek koncentrációjának hatása

Sztochasztikus programozási modellünkben több vonatkozásban összefügg egyfelől a tevékenységek koncentrációja, illetve szétaprózása, másfelől a program biztonsági értéke.[6] Itt csupán a műszálipari vizsgálat konkrét tapasztalatait ismertetem és kommentálom.

1. A biztonsági érték egyik összetevője a költségek várható értéke. (Lásd a 7.6. függvényt.) A termelő tevékenységek költségeinek várható értékét konkáv költségfüggvénnyel reprezentáljuk, hogy kifejezzük a tömegtermeléssel, az üzemnagyság növelésével járó relatív előnyöket. *A várható érték csökkentésének követelménye tehát a termelő tevékenységek koncentrációjára ösztönöz.* (Ezt a 7.5. szakasz részletesen kimutatta.)

[6] Általánosabb formájára a C. függelékben található egy sematikus példa.

2. A biztonsági érték másik összetevője (a biztonsági faktorral szorzott): szórás. *A szórás csökkentésének követelménye a tevékenységek szétaprózására ösztönöz.* Ilyenkor ugyanis fokozottan érvényesül a kockázatok egyfajta kiegyenlítődése.[7] A lóversenyjáték köréből vett hasonlattal: a rizikó csökken, ha „nem egy lóra teszünk" egyetlen nagy tétet, hanem sok lóra kis tétet (feltéve, hogy a különböző lovak esélyei függetlenek egymástól). Ha pl. csak egyetlen teriléngyárat létesítünk, a hazai szükséglet feletti kapacitással és kitűnik, hogy a terilén ára a vártnál jobban csökkent, úgy nagy veszteség keletkezhet. Ha viszont egyszerre létesítünk egy terilén szálgyárat és egy polipropilén anyaggyárat — ezek piaci szempontból függetlenek egymástól —, akkor van bizonyos esélyünk arra, hogy a teriléngyártás esetleges veszteségét kiegyenlíti a polipropiléngyártás nyeresége, vagy megfordítva.

Az összefüggést jól szemlélteti a 14.3. táblázat, amelyben 9 programot a szórás növekvő sorrendjében rangsoroltunk. (A termelést egyáltalán nem tartalmazó 9. programot itt nem szerepeltetjük.)

14.3. táblázat

Műszálipari programok a szórás szerint rangsorolva

Program sorszáma	Jellemzése	Hányféle termék gyártását irányozza elő	Szórás millió Ft-ban
7	Autarkia	13	84,4
8	Autarkia, kis exporttal	13	91,5
6	Hivatalos	10	179,8
3	„Elég kedvező"	9	227,3
4	„Elég kedvező"	6	237,0
5	„Elég kedvező"	7	238,1
1	Legkedvezőbb	8	247,3
2	„Elég kedvező"	8	251,5
10	Végletesen kifelé fordult	2	495,8

Természetesen a program biztonsága nemcsak a koncentráció fokától függ. Befolyásolja az is, hogy a programban szereplő tevékenységek önmagukban mennyire biztosak, továbbá, hogy milyen korreláció van közöttük. Mindenesetre a fenti táblázatból is kitűnik, hogy a termelés koncentrációja kedvezőtlenül befolyásolja a biztonságot.

3. Befolyást gyakorol a koncentrációra a tevékenységek költségjellemzői közötti korreláció is.

Vegyük pl. kétféle szintetikus selyem, az „*M*" és az „*N*" selyem gyártását és külkereskedelmét. Az „*M*" és az „*N*" selyem világpiaci ára között pozitív korreláció van. Ennek megfelelően az „*M*" selyem exportára és az „*N*" selyem importára között negatív a korreláció. Érdemes lehet ilyen körülmények között az egyiket gyártani, a másikat importálni, a következő meggondolásból. Ha az első világpiaci ára emelkedik, akkor nő az exportbevétel. Ez

[7] A befektetések koncentrálásának és szétaprózásának a döntés konzekvenciái biztonságára gyakorolt hatásával foglalkozik, az értékpapírok választásával (portfolio selection) kapcsolatban *Markovitz, H.* [118] könyve, 102—115. old.

ellensúlyozhatja a másik, nem gyártott szál importjánál bekövetkező valószínű költségemelkedést. Fordított esetben: a hazailag gyártott és exportált szál árcsökkenése révén keletkező veszteséget részben vagy egészben ellensúlyozhatja a másik szál árának feltehető csökkenése: az exportár csökkenésével együtt jelentkező import árcsökkenés.

Ez példa a negatív korreláció rizikócsökkentő hatására. Ismertetünk egy példát a pozitív korreláció rizikónövelő hatására is.

A 2. ponttal kapcsolatban említettem: ha két korrelálatlan, egymástól független termelő tevékenységet hajtunk végre (pl. egy terilén szálgyárat és egy polipropilén anyaggyárat létesítünk), akkor a potenciális nyereségek és veszteségek többé-kevésbé ellensúlyozhatják egymást. A kiegyenlítésre azonban nyilván kevésbé számíthatunk, ha kétféle nylon 6 selyemgyárat hozunk létre, hiszen termékeik külkereskedelmi ára együtt emelkedik, együtt süllyed.

A gazdaságpolitikai tanulság: *törekedjünk egymással minél kisebb pozitív korrelációban levő (illetve minél nagyobb negatív korrelációban levő) tevékenységek programba állítására.*

A metodikai tanulság: nagyon gondosan tanulmányozni kell a tevékenységek költségei és bevételei közötti korrelációkat: s figyelembe kell őket venni a számítás során.

A műszálipari vizsgálatban alkalmazott sztochasztikus célfüggvénytípus egyik előnye, hogy képes a fentiekben leírt mindhárom összefüggést — a koncentráció költségcsökkentő hatását, a szétaprózás biztonságnövelő hatását és a korrelációk befolyását — egyszerre, szimultán tükrözni.

14.5. Egy metodikai észrevétel

A sztochasztikus számítások ismertetéséhez végül még egy metodikai jellegű észrevételt kell fűznünk. Nagyon gondosan ügyelni kell arra, hogy tárgyilagosan, „egyenlő mértékkel" mérve ítéljük meg a különböző adatokban rejlő bizonytalanság fokát. A különböző adatok bizonytalansági fokának *arányai* valóban e bizonytalanságok relatív eltéréseit fejezzék ki.

Természetesen ellenőrizhetetlen az az általános kiinduló feltevésük, hogy a jövőben bekövetkező események jellemzői 98%-os valószínűséggel a becsült „-tól -ig" tartományon belül maradnak. Lehet, hogy a helyes szám 90% lenne. Kérdés: mit változtatna ez a számítások végeredményein? A változtatást leginkább úgy érzékeltethetjük, ha a biztonsági értékek függvényeit bemutató ábrához térünk vissza. A kiinduló feltevés említett módosítása nyomán az egyenesek meredekebbé válnának.[8] A metszéspontok tehát el-

[8] Jelölje egy tetszőleges „-tól -ig" formában megadott adatnak a szórását σ abban az esetben, ha 98% a valószínűsége annak, hogy az esemény tényleges értéke a „-tól -ig" határokon belül marad, s σ' abban az esetben, ha ez a valószínűség 90%.

A (12.1) képletből következően $\sigma' = v\sigma$, ahol

$$v = \frac{\Phi^{-1}(0{,}99)}{\Phi^{-1}(0{,}95)} = \frac{2{,}326}{1{,}645} = 1{,}41.$$

A 90%-ra való áttérés tehát egyenértékű azzal, mintha valamennyi adat szórását ugyanazzal a konstans faktorral beszoroznánk. A célfüggvényérték szórása azonban az együtthatók szórásának első fokú homogén függvénye [lásd B. függelék, (B.4) képlet.]. Következésképpen bármelyik programhoz tartozó célfüggvényérték szórása is ugyanazzal a faktorral szorzódik: $\sigma'_C = v\sigma_C$. A célfüggvényérték új kvantilise a (12.7) képlet szerint: $C_P(\mathbf{x}) = C(\mathbf{x}) + \Theta_P \sigma'_C(\mathbf{x}) = C(\mathbf{x}) + \Theta_P v \sigma_C(\mathbf{x})$. Az új iránytangens tehát σ_C helyett $v\sigma_C$.

tolódnának, a kritikus biztonsági értékek csökkennének. Így pl. az 1. és 3. program kritikus biztonsági értéke nem 89%, hanem 81% lenne. Viszont nem mutatkozna változás abban, hogy mely programok biztonsági értékének egyenese metszi egymást; melyik jobb az alacsonyabb és melyik a magasabb biztonsági szint mellett. Nem változna — adott biztonsági szint mellett — a programok biztonsági értékének rangsora. Nem változna ennek megfelelően a dominál6 és dominált programok viszonya sem. Egyszóval: a programokat így összehasonlítva ugyanazokhoz a gazdaságpolitikai konzekvenciákhoz jutnánk. Csupán a hozzáfűzött valószínűségszámítási interpretáció, a biztonsági szintre vonatkozó *számszerű* következtetés módosulna — ez viszont amúgy is kevésbé lényeges.*

* *Megjegyzés a 14. fejezethez:* A 12—14. fejezetek a *sztochasztikus programozás* egy speciális formáját mutatták be. Már a könyv első kiadása idején ismertek voltak más eljárások is, azóta pedig sokat fejlődtek a sztochasztikus programozás módszerei. A kérdés gazdag irodalmából néhány munkát emelek ki: *Charnes, A.—Cooper, W. W.* and *Sysmonds, G. H.* [206], *Dantzig, G. B.—Madansky, A.* [207], *Miller, B. L.—Wagner, H. M.* [246] és *Wets, R.* [276] munkáit. A sztochasztikus programozásról széles áttekintést nyújtanak, s több fontos saját kutatási eredményt ismertetnek *Prékopa A.* [252] és [253] tanulmányai.

A sztochasztikus programozás gyakorlati alkalmazására eddig inkább csak operációkutatási feladatoknál került sor Magyarországon. Érdemes lenne megkísérelni a gyakorlati felhasználást a közép- és hosszútávú ágazati és népgazdasági tervezésben is.

15. Második összehasonlítás a hagyományos módszerekkel

A beruházás-gazdaságossági számításokra vonatkozó hivatalos előírások semmit sem szólnak arról, hogy mit kell tenni olyankor, ha egyik-másik adat bizonytalan, s nincs gyakorlati lehetőség az adat pontosabbá tételére. A gyakorlatban azonban kialakultak a bizonytalan adatok kezelésének módszerei.

Ismertetésük előtt azonban különbséget kell tenni a között, ami a gazdaságossági számítások papírján olvasható, s a között, ami a döntésthozók gondolkodásában, szóbeli eszmecseréiben és tényleges döntéseiben megy végbe.

A gazdaságossági számítások írásbeli szövegében nincs nyoma az adatok bizonytalanságának; ellenkezőleg, azt a benyomást keltik, mintha teljesen pontos számokról lenne szó. A szokásos számításokban például mindig ilyen számokkal találkozunk: a világpiaci ár 297 dollár/tonna — akkor is, ha az adott időpontban az ár 280 és 310 dollár között ingadozik; nem szólva arról, hogy a jövőben még az ár középértéke is eltolódhat, felfelé vagy lefelé.[1]

A 9. fejezetben már részletesen szó volt az alapvető döntési dokumentum, az engedélyezési okmány adatainak megbízhatóságáról. Láttuk, hogy egyoldalú torzításokra hosszabb időn át mutatkozott bizonyos tendencia.

Mármost mi a döntésthozók tényleges magatartása az adatok bizonytalanságával kapcsolatban?

Mindenekelőtt: nem az elméleti közgazdászok fedezték fel, hogy egyes adatok bizonytalanok — tudják azt jól a gyakorlati gazdasági vezetők is. Éppen ez az egyik nyomós oka annak, hogy sokan közülük nem bíznak eléggé a gazdaságossági számításokban. Bizalmatlanságukat még növelik a tendenciózus torzítások. (Az egyik ipari minisztérium beruházásainak felelős intézője elmondotta, hogy ha eléje terjesztenek egy költségelőirányzatot, gondolatban mindig hozzáad 20%-ot, s azután megvizsgálja: vajon ezek után is gazdaságos-e a beruházás.)

A döntéshozó gazdasági vezetőktől nemegyszer hallani: „más a számítás és más az élet", „nem szabad a számításokat fetisizálni" és így tovább.

A gyakorlati szakemberek igyekeznek a beruházás kockázatát mérlegelni, mert jól tudják: a kockázat nagysága egyáltalán nem közömbös a népgazdaság szempontjából. A mérlegelést azonban — kellő kvantitatív módszerek híján — csak kvalitatív megfontolások alapján végezhetik, úgy is mondhatnánk: „szimatjuk" szerint igazodva.

[1] Az egyik ipari minisztérium beruházásokkal foglalkozó előadója elmondotta, hogy ha valamilyen számításban „-tól -ig" formában szereplő adatot talál, a számítást visszaadja átdolgozásra. Megköveteli, hogy vizsgálják tovább a kérdést, amíg a bizonytalan adat helyébe biztosat tehetnek. Az eredmény: a számítást végzők igyekeznek *elleplezni* a számításban rejlő bizonytalanságot.

Az a tény, hogy a hagyományos gazdaságossági számítások mind ez ideig megkerülték, negligálták az adatok bizonytalanságának problémáit, ártott e számítások (s tulajdonképpen ezen túlmenően: minden gazdasági számítás) hitelének. Időnként ez ad jogcímet arra, hogy a gazdasági vezetők egy része olyankor is eltérjen a gazdaságossági számítás ajánlásaitól, amikor az reális, s jó irányba orientál.

Mindez nem meglepő; a bizonytalanság melletti döntés egyike a közgazdasági elmélet legnehezebb, mindmáig megnyugtatóan meg nem oldott problémáinak. A 9—14. fejezetben leírt eljárások, s a hasonló módszerek sem jelentik a kérdés teljes megoldását. Ezek az eljárások nem művelnek csodát. Tudomásul kell venni, hogy nem mondhatunk abszolút biztosat ott, ahol a kiinduló adatok bizonytalanok. Semmilyen matematika nem képes a bizonytalanból biztosat varázsolni. Nem pótolja a legfontosabb teendőt; jobb tervezéssel, a jövőben végbemenő gazdasági folyamatok jobb előrelátásával csökkenteni a bizonytalanságot, a kockázatot. Eljárásaink alkalmazása azonban így is hasznos lehet, a következő szempontokból:

Módot adnak ésszerű *szelekcióra*. Bizonyos tevékenységek egyik paraméterérték, egyik reális kiinduló feltevés mellett sem kerülnek be az optimális programba. A negatív információ is fontos támpont a döntéshez: mit nem érdemes semmiképpen sem választani.

Az eljárások segítségével a lehetséges tevékenységek sokaságából *kiemeltünk néhány „elég jó", „elfogadható" tevékenységet*. Sokféle paraméteres programozás, érzékenységi vizsgálat elvégzése után kiemelkednek a többféle optimális programban szereplő, többféle rangsorolásban is az elsők között álló tevékenységek. Ez nyomós érv előnyben részesítésük mellett.

A döntéseket megkönnyíti, hogy egyes kritikus paraméterek (pl. biztonsági programozás esetén a biztonsági szint) nagyságában nem kell pontosan előre állást foglalni. A paraméteres programozás egyik nagy előnye, hogy kimutatják: a paraméter elég széles tartományaihoz (kvantitatíve, vagy legalábbis kvalitatíve) azonos optimális program tartozik.

A javasolt eljárások *elősegítik a becsült, bizonytalan adatok tárgyilagosabb kezelését*. A szokásos számításokban nemegyszer manővereznek a becsült adatokkal: hol a kedvezőbb, hol a kedvezőtlenebb értékkel számolnak, aszerint, hogy mit kívánnak bizonyítani. Az előzőkben olyan módszerekkel ismerkedtünk meg, amelyek egy-egy számításon belül egységes elv szerint kezelik a becsült adatot. Pl. mindegyiket pesszimistán becsülik, vagy mindegyiknél a középértékkel számolnak és így tovább.

A javasolt eljárások alkalmazása esetén a *konkrét választási problémát visszavezetjük egy általánosabb döntésre*. Vegyük a sztochasztikus műszálmodell példáját. A konkrét választási probléma: mit valósítsunk meg a modell gazdasági tevékenységei közül? Az általánosabb választási probléma: mekkora kockázatot merjünk vállalni? A gazdasági vezetés számára a programozás érzékenységi vizsgálatai magasabb síkra emelik a választás lehetőségeit.*

* *Megjegyzés a 15. fejezethez.* Az elmúlt években a magyar matematikai tervezők általános gyakorlatává vált, hogy nem elégszenek meg egyetlen „optimális" program meghatározásával, hanem érzékenységi vizsgálatot végeznek, s ennek keretében felhasználják a paraméteres programozás eljárásait is. Ez ma már annyira általánosan elfogadott gyakorlat, hogy a szakértői vitákon visszautasítanák azt a beszámolót, amely — számítás*sorozat* helyett — csupán egyetlen programot ismertetne.

E sorozatokon belül azonban az egyes számítások rendszerint kizárólag abban különböznek egymástól, hogy alternatív célfüggvényeket alkalmaznak, más-más számszerű értéket adnak egy-egy fontosabb feltételi korlátnak, esetleg módosítják egyikmásik feltételi együtthatót is. Viszont a bizonytalanságnak és a kockázatvállalásnak az a mélyrehatóbb vizsgálata, amelyre a 11—14. fejezetek mutattak be néhány példát, sajnos nem terjedt el. Igaz, a modellezők kötelességszerűen figyelmeztetnek jelentésükben: vigyázat, adataink bizonytalanok. Az egyes alternatívák végrehajtásakor felmerülő kockázat számszerűsítésére, a biztosabb és bizonytalanabb alternatívák összehasonlítására, a nagyobb vagy kisebb kockázatot vállaló döntés következményeinek bemutatására még csak kísérletet sem tesznek. Ebben a tekintetben a magyar közép- és hosszútávú matematikai tervezés megrekedt az egyszerű determinisztikus modellek alkalmazásánál. Kívánatos lenne, hogy matematikai tervezésünk gyakorlata ebben az irányban is határozottan továbbfejlődjék.

IV. RÉSZ

Kalkulatív értékelések

A könyv II. részében, az ágazati modellek első ismertetésekor feltételeztük: a célfüggvényben a *hivatalos* kalkulatív értékeléseket alkalmazzuk. Most ezt az egyszerűsítést feloldjuk, s azt írjuk le: hogyan kíséreljük meg számításainkban *saját* kalkulatív értékelésekkel pótolni a hivatalosakat.

Az ágazati programozási modellek a népgazdaság egészének egy-egy kiszakított részét képviselik. Számításaink során az a törekvésünk, hogy a *rész*-modelleket, s velük együtt az ágazati programokat ellentmondásoktól mentesen, hatékonyan beleillesszük a népgazdaság *egészébe*. Két fő eszköz kínálkozik erre: egyrészt a rész-modellt a népgazdaság többi részével összekapcsoló feltételi korlátok (kibocsátási feladatok, erőforráskorlátok, anyagkeretek), másrészt a célfüggvényben felhasznált árak célszerű meghatározása.

Vajon maradéktalanul érvényesíthető-e ez a törekvés? Ezt még, tudomásom szerint, senki sem bizonyította be. Vannak erre irányuló kutatások — ezekről a könyv V. részében bővebben szó lesz. Egyelőre azonban, az egymástól elszigetelt ágazati programozások keretében sokkal szerényebb célt tűztünk magunk elé. Gondoljuk végig adottságainkat. Adott a hagyományos mérlegrendszer, amelyről senki sem állíthatja, hogy a termékek és erőforrások hatékony allokációját biztosítja — s ebből kell merítenünk a modellben feltételi korlátként szereplő tervdirektívákat. Adott továbbá az aktuális árrendszer, amelyről ugyancsak senki sem állíthatja, hogy az alsóbb fokú gazdasági egységek, intézmények döntéseit optimális irányban befolyásolná.

Ilyen körülmények között törekvésünk az ágazati programozások során mindössze az volt, hogy *olyan saját kalkulatív értékeléseket alkalmazzunk a célfüggvényben, amely az ágazati programot jobb irányba tereli, mintha egyszerűen az aktuális árakkal, illetve a hagyományos beruházás-gazdaságossági számításokban alkalmazott hivatalos kalkulatív értékelésekkel számolnánk.*

Az alkalmazott kalkulatív értékelésekkel kapcsolatban főképpen sejtésekre vagyunk utalva. Nem tudjuk *bizonyítani*, hogy ezek tényleg

jobbak, mint az aktuális árak, illetve a hivatalos kalkulatív értékelések, s különösképpen nem tudjuk bizonyítani, hogy valóban *jók:* hogy garantálják az ágazati részdöntés harmonikus beleilleszkedését a népgazdasági optimumba.

Az itt következő fejezetek, ha egyébre nem is, arra mindenképpen alkalmasak, hogy jelezzék *a racionális kalkuláció nehézségeit.* Talán ez is hasznos lehet, hiszen sokan képzelik könnyűnek, egyszerűnek ezt. Emellett, úgy hiszem, a racionális kalkuláció érdekében tett gyakorlati erőfeszítések — még ha nem is járnak mindig megnyugtató eredménnyel — elősegítik az elméleti tisztázást is. Számolás, tervezés, a gyakorlattal való érintkezés közben megvilágosodnak olyan elméleti problémák is, amelyeket tisztán spekulatív úton nem sikerül tisztázni.

16. A kalkulatív árrendszer általános elszámolási elvei

16.1. Az elszámolási elvek szerepe

A most következő fejezetek elszámolási elveket ismertetnek. Ezek *nem* a népgazdasági optimalizálási modellekből deduktíve levezetett, bizonyított tételek. Lerögzítésük kizárólag azt szolgálja, hogy világossá tegyük: *ezt tettük*, ezeket az elveket alkalmaztuk számításaink során. (Ez is némi előny a hagyományos tervezéssel szemben, amelynek keretében sokszor nem mondják ki nyíltan az alkalmazott elszámolási elveket.)

Elszámolási elveink kialakításánál a következő kritériumokat állítottuk fel:

Az elszámolási elv legyen józan; ne kerüljön szembe a tervező számára magától értetődő logikai megfontolásokkal.

Az elszámolási elv legyen előnyösebb, ésszerűbb, mint a hagyományos tervezés és az aktuális árrendszer gyakorlata. Mondhassuk el róla azt a sejtést (ha nem is tudjuk bizonyítani), hogy hatékonyabbá teszi a gazdaságot.

Az elszámolási elveket alkalmazzuk következetesen; modelljeink legyenek ebből a szempontból konzisztensek.

Nem szeretném azt a látszatot kelteni, mintha az alábbiakban ismertetésre kerülő elszámolási elvek már készen álltak volna, amikor első ágazati programozásainkat elkezdtük. Ezek menet közben alakultak; egyik-másikat először inkább csak rögtönöztük, s az elméleti tisztázáshoz csak később kezdtünk hozzá; némelyet a számítások közben is módosítottunk.

Pillanatnyilag ezeket az elszámolási elveket ajánlanám — jobbak híján — azoknak, akik hasonló számításokat kívánnak vezetni. Biztos azonban, hogy az ágazati programozások szélesebb körű alkalmazása esetén a kalkulatív értékelések elszámolási elvei is továbbfejlődnek majd.

16.2. A kalkulatív ár általános képlete

A hazai érvényes, aktuális árak *megkerülésére* a következő két fő módszert vesszük igénybe:

16.1. elszámolási elv. A hazai ráfordításokat általában két elsődleges hazai ráfordításra — munkaráfordításra és termelési alap igénybevételére — vezetjük vissza.

16.2. elszámolási elv. Az importráfordításokat külkereskedelmi áron, külföldi pénznemben vesszük számba, s kalkulatív devizaárfolyam segítségével számítjuk át forintra. Emellett a hazai ráfordítások egy részét is úgy kezeljük, mintha külföldi pénznemben merültek volna fel, s ennek megfelelően a külkereskedelmi árból számítjuk át forintra.

K ü l k e r e s k e d e l m i á r nak nevezem azt az árat, amelyért a magyar külkereskedelmi szervek külföldi piacon vásárolnak (i m p o r t á r), illetve amelyért magyar terméket külföldi piacon eladnak (e x p o r t á r).[1] A szocialista relációjú külkereskedelmi árakat rubelben, a kapitalista relációjú külkereskedelmi árakat dollárban számoljuk.

A 16.1. elv szerinti eljárást a továbbiakban úgy nevezzük: e l s z á m o l á s h a z a i r á f o r d í t á s k é n t, a 16.2. szerinti eljárás elnevezése pedig: e l s z á m o l á s k ü l k e r e s k e d e l m i r á f o r d í t á s k é n t. Kalkulatív árrendszerünk e két elszámolási elv kombinációjára épül.

Az i-edik termék kalkulatív árának típusát a következő képletben foglalhatjuk össze:

$$
\begin{aligned}
(16.1) \qquad s_i = {} & \Omega(q_i^{\text{dir}} + q_i^{\text{indir}}) + \\
& + \gamma(p_i^{\text{dir}} + p_i^{\text{indir}}) + \\
& + D_{\text{Rbl}}(r_{i,\text{Rbl}}^{\text{dir}} + r_{i,\text{Rbl}}^{\text{indir}}) + \\
& + D_{\$}(r_{i,\$}^{\text{dir}} + r_{i,\$}^{\text{indir}}) + \\
& + \gamma(D_{\text{Rbl}} p_{i,\text{Rbl}}^{\text{dir}} + D_{\$} p_{i,\$}^{\text{dir}}).
\end{aligned}
$$

A képletben többször visszatér a „dir" és „indir" felső index. A „dir" index olyan ráfordításra utal, amely az i-edik termék előállítása során az illető terméket előállító vállalatnál merül fel. Az „indir" index viszont olyan ráfordításokat jelöl, amely végső soron az i-edik termék előállításához járult hozzá, de nem az i-edik terméket előállító, hanem más vállalatnál, sőt esetleg más ágazatban. Az indirekt ráfordításnak erről a fogalmáról már szó volt az I-O-táblákról szóló fejezetben.

Térjünk rá ezek után a képletekben szereplő szimbólumok értelmezésére:

s_i = az i-edik termék kalkulatív egységára, Ft-ban;

q_i^{dir}, q_i^{indir} = az i-edik termék egységére eső direkt, illetve indirekt tényleges bérköltség, Ft-ban;

p_i^{dir}, p_i^{indir} = az i-edik termék egységéhez igénybe vett hazai eredetű direkt és indirekt termelési alapigény, Ft-ban;

$p_{i,\text{Rbl}}^{\text{dir}}$, $p_{i,\$}^{\text{dir}}$ = az i-edik termék egységéhez igénybe vett, importeredetű direkt termelési alapigény, rubelben, illetve dollárban;

$r_{i,\text{Rbl}}^{\text{dir}}$, $r_{i,\text{Rbl}}^{\text{indir}}$ = az i-edik termék egységéhez felhasznált, szocialista relációban beszerzett direkt és indirekt importanyagköltség, rubelben;

$r_{i,\$}^{\text{dir}}$, $r_{i,\$}^{\text{indir}}$ = az i-edik termék egységéhez felhasznált, kapitalista relációban beszerzett direkt és indirekt importanyagköltség, dollárban;

Ω = k a l k u l a t í v b é r t é n y e z ő;

γ = kalkulatív eszközlekötési tényező;

D_{Rbl}, $D_{\$}$ = kalkulatív rubelárfolyam, illetve dollárárfolyam.

[1] A külkereskedelmi árakat határparitáson vesszük számba. Meghatározásuk részletproblémáira még visszatérünk.

Mint látjuk, számos tényező szimbóluma mellett i index áll, utalva arra, hogy ezek az i-edik termék jellemzői. Viszont az Ω, γ és D_{Rbl}, illetve $D_{\$}$ tényezők mellett nem áll az i index, jelezvén azt, hogy ezek minden termékre egységesen érvényes kalkulatív értékelések.

A (16.1) képletben szereplő tételeket többféleképpen csoportosíthatjuk. Az egyik csoportosítás: az első és a második sorban szerepelnek a 16.1. elv szerint hazai ráfordításként elszámolt tételek, míg a harmadik, negyedik és ötödik sorban a 16.2. elv szerint külkereskedelmi ráfordításként számbavett tételek. Utóbbiakat rubelben, illetve dollárban mérjük, majd a kalkulatív devizaárfolyamokkal számítjuk át forintra.

Egy másik csoportosítás: az első, a harmadik és a negyedik sorban folyamatos ráfordítások szerepelnek. A második és az ötödik sorban egyszeri ráfordításokat láthatunk: termelési alapok igénybevételét. A termelési alapok értékét megszorozzuk a γ kalkulatív eszközlekötési tényezővel, s az így megkapott szorzat a kalkulatív eszközlekötési járulék. Ezt már úgy tekinthetjük, mintha folyamatosan merülne fel (mintha a vállalat minden termék után ténylegesen befizetné), s így hozzáadható az első, a harmadik és a negyedik sor folyamatos ráfordításaihoz.

Az első sorban szerepelnek a tényleges bérköltségek. Ezeket megszorozzuk az Ω kalkulatív bértényezővel. (Ω 1-nél nagyobb szám.) Az így felszorzott tétel a kalkulatív bérköltség. A kalkulatív és a tényleges bérköltség közti különbség, azaz $(\Omega-1)$ $(q_i^{\text{dir}}+q_i^{\text{indir}})$ felfogható kalkulatív illetményadóként.[2]

Itt kimondhatunk egy elszámolási elvet is:

> *16.3. elszámolási elv. A hazai ráfordításként történő elszámolásnál a munka ráfordítását a kalkulatív bérköltségekkel, a termelési alap igénybevételét pedig a kalkulatív eszközlekötési járulékkal mérjük.*

Összefoglalóan azt mondhatjuk, hogy az s_i kalkulatív ár három fő részből tevődik össze: kalkulatív teljes bértartalomból, kalkulatív teljes eszközlekötési járuléktartalomból és kalkulatív teljes importtartalomból.[3]

A feladat a továbbiakban: a 16.1.—16.3. elszámolási elvek, valamint a (16.1) árképlet részletesebb magyarázata, konkretizálása. Ez igen bonyolult, sokrétű feladat, amelyet több oldalról kell megközelíteni. Ebben a fejezetben először néhány általánosabb, összefoglalóbb jellegű problémát tárgyalunk, majd a további részleteket külön-külön fejezetekben írjuk le.

16.3. A külkereskedelmi árak alkalmazásának köre

Az első probléma, amelyre mindjárt felelni kell: mikor alkalmazzuk a 16.1. elvet, a hazai ráfordításként, s mikor a 16.2. elvet, a külkereskedelmi ráfordításként való elszámolást?

[2] Kalkulatív illetményadónak nevezek *minden* olyan költséget, amelyet a ténylegesen fizetett béreken felül a bérköltséggel arányosan számolunk el.

A jelenlegi gyakorlati, aktuális elszámolási rendszerben a tényleges béren felül két tétel jelentkezik a bérrel arányosan: a 10%-os társadalombiztosítási járulék és a 15%-os illetményadó. Eszerint az aktuális $\Omega = 1{,}25$.

[3] Az elmúlt évek hazai árvitáit ismerő olvasó megállapíthatja, hogy a (16.1) árképlet szoros rokonságban van az úgynevezett „többcsatornás" ártípussal. Lásd erről *Nagy T.* és *Esze Zs.* [131] cikkét.

A két fő elszámolási módszer közti határvonal egy része természetes, másik része mesterséges, többé-kevésbé önkényes határ. A természetes elhatárolások:

Feltétlenül külkereskedelmi ráfordításként számoljuk el a ténylegesen importból származó ráfordításokat, legyenek azok akár üzemeltetési (gyakorlatilag: importanyagok), akár direkt beruházási ráfordítások (gyakorlatilag: importgépek).

Feltétlenül hazai ráfordításként számoljuk el azokat a ráfordításokat, amelyekkel kapcsolatban külkereskedelmi ügylet reálisan fel sem vetődhet. (Tehát pl. nem kezelhető importként valamely robbanásveszélyes, nem szállítható vegyianyag; vagy a tégla stb.)

Ugyanakkor alkalmaznunk kell olyan elszámolási elveket is, amelyek nem ilyen plauzibilisek.

16.4. elszámolási elv. Minden indirekt termelési alapigényt hazai ráfordításként számolunk el.

Jól tudjuk, hogy ez az elszámolási elv pontatlan, hiszen a termelési alapok, főleg a gépek, jelentős részét importból szerezzük be. Az indirekt gépigények nyomon követése azonban — annak megállapítása, hogy e gépek közül melyek erednek importból — gyakorlatilag nehéz (bár nem kivihetetlen), ezért ettől eltekintünk. Ennek megfelelően a (16.1) képletben a *direkt* termelési alapigény meghatározásánál különbséget tettünk p_i^{dir} (Ft-ban elszámolva) és $p_{i,\text{Rbl}}^{\text{dir}}$, illetve $p_{i,\$}^{\text{dir}}$ (rubelben, ill. dollárban elszámolva) között. Az elhatárolás legalábbis az új létesítményeken előállított termékek kalkulációjánál valóban végrehajtható. Az indirekt termelési alapigényre azonban már csak egy adat, p^{indir} szerepel az árképletben, Ft-ban elszámolva.

16.5. elszámolási elv. Importáron számolható el olyan termék, amelynél a hazai felhasználásra szánt mennyiség egy része hazai termelésből, másik, nagyobbik része azonban importból ered.

16.6. elszámolási elv. Exportáron számolható el olyan termék, amelyet hazailag állítanak elő, de rendszeresen és jelentős mennyiségben exportálunk.

16.7. elszámolási elv. Import- vagy exportáron számolhatók el olyan hazailag előállított termékek, amelyekkel kapcsolatban ugyan nincs számottevő külkereskedelmi forgalmunk, de importálhatók, vagy exportálhatók lennének, azaz potenciális import- vagy exporttermékek.

Ez a három elv többé-kevésbé önkényes. Leginkább a 16.5. és 16.6. elv védhető, sokkal kevésbé a 16.7. elv. Mindhármat nem kötelező, hanem megengedő értelemben mondtuk ki: ezek az elvek alkalmaz*hatók* számításainkban. Termékenként külön-külön mérlegeltük alkalmazásukat. A 16.7. érvényesítésére rendszerint csak akkor került sor, amikor ez járhatóbb útnak bizonyult, mint a 16.1. szerinti, hazai ráfordításként való elszámolás. Ez utóbbi ugyanis sokkal nehézkesebb, bonyolultabb — s közgazdasági jogosultságát tekintve ez sem megnyugtató.

A fenti három elv alkalmazását az „elmulasztott lehetőség elve" bizonyos fokig indokolhatja. A hazailag termelt anyagnál lemondunk az import lehetőségéről, azaz megtakarítjuk az importárat. Az importár a hazai előállítás

„opportunity cost"-ja. Hasonlóképpen: ha hazailag felhasználjuk az egész termékmennyiséget, azzal lemondunk az export lehetőségéről, elveszítjük az exportárat. Az exportár a hazai felhasználás „opportunity cost"-ja.

A szemlélet nem lenne jogosult egy zártabb, autarkiás jellegű gazdaságban. A magyar népgazdaságban azonban igen nagy a külkereskedelem súlya. Az import volumene 1962-ben a nemzeti jövedelem 30%-ának felelt meg. Számos alapvető nyersanyagunk hiányzik, s már csak azért is kénytelenek vagyunk külkereskedelmet folytatni; most nem is szólva a külkereskedelem, a nemzetközi munkamegosztás ezen túlmenő előnyeiről. Ezért indokolt az a szemlélet, amely a nem importált, nem exportált terméket is a külkereskedelem potenciális tárgyának tartja.

Az eljárás egyébként megegyezik a hivatalosan előírt beruházás-gazdaságossági metodika elvével, amely ugyancsak külkereskedelmi árak alkalmazását írja elő nemcsak a ténylegesen importált, hanem importál*ható*, illetve exportál*ható* anyagokra is.[4]

A gondolatmenet azonban csak bizonyos fokig igazolhatja a 16.5—16.7. elveket. Gondoljunk végig először egy egyszerű esetet. Az *A* terméket részben importáljuk, részben hazailag termeljük. A hazai termelés, a 16.1. elv szerint számolva, drágább, mint az import, a kalkulatív devizaárfolyammal forintra átszámítva. Ilyen körülmények között mi legyen az *A* termék kalkulatív ára — a 16.1. szerinti „hazai ár" vagy az importárból levezetett ár? A kérdés nem dönthető el önmagában, kizárólag az *A* terméket vizsgálva. Lehet, hogy nem érdemes az *A* termék hazai termelését bővíteni, mert az erőforrások hatékonyabban használhatók fel *B* vagy *C* termék előállításának növelésénél. Ez esetben az *A* termékből még szükséges mennyiséget importból fedezzük — indokolt tehát, hogy a felhasználók az importárnak megfelelő árat fizessenek a termékért. Más a helyzet, ha érdemes *A* termelését bővíteni — annak ellenére, hogy a hazai előállítás drágább, mint az import. A termelés bővítése ugyanis célszerű lehet, ha a többletköltség kisebb, mintha *B* vagy *C* termék importját pótolnánk hazai termeléssel. Ilyen esetben az *A* termék ára igazodjék a hazai ráfordításhoz.

E kis, erősen leegyszerűsített példa illusztrálja a következő általánosabb gondolatot:

Egyetlen ország árrendszere sem igazodhat gépiesen a külkereskedelmi árakhoz, nem szakadhat el a hazai adottságoktól (még a gazdaságossági számítások papírján használt kalkulatív árrendszere sem). Csupán a népgazdaság *egészének* tervéből derülhet csak ki, hogy egy-egy terméket mennyiben kell hazailag termelni, importálni, illetve exportálni. A választást a legkülönbözőbb termelési és külkereskedelmi korlátozó feltételek befolyásolják. *Együttes* hatásukra dől el, hogy a termék árát az exportárhoz, az importárhoz vagy a hazai ráfordításhoz kell-e igazítani.[5] Mivel jelen pillanatban nem áll rendelkezésünkre ilyen népgazdasági szintű szimultán terv- és árszámítás, kénytelenek vagyunk *munkahipotézisekkel* — a 16.4—16.7. elszámolási elvekkel — élni. Ezek felhasználása azonban csak ideiglenes kényszermegoldás, amely elvethető, amint jobban megalapozott munkahipotézisekhez jutunk.

[4] Lásd a Beruházási Kódexet [195].

[5] Erre derítene fényt egy népgazdasági programozási modell „árnyékárrendszere" kalkulatív értékeléseinek együttese. Erre még visszatérünk.

16.4. A ráfordítások dinamikájának kezelése

Az eddig leírt és a továbbiakban leírásra kerülő kalkulatív árrendszer rendkívül durván, elnagyoltan kezeli a ráfordítások dinamikáját. A ráfordításokat — az idővel kapcsolatos osztályozásban — mindössze két kategóriába sorolja: a folytonos, üzemeltetési (az angol nyelvű irodalom kifejezésével: flow-input) és az egyszeri, beruházási jellegű ráfordítások (stock-input). A folyamatos ráfordításokat a kalkulatív bérrel, az egyszeri ráfordításokat pedig a termelési alap után számított eszközlekötési járulékkal reprezentáljuk.

Ha kizárólag a direkt ráfordításokat vennénk számba, nem okozna nehézséget a ráfordítások dinamikájának ennél finomabb, pontosabb kezelése. Így pl. a pamutipari programozás során, egyes ellenőrző számításoknál megállapítottuk a programtól függő direkt költségek idősorát egy 30 éves elszámolási időszakra, majd ennek diszkontált összegét minimalizáltuk. Az indirekt költségekkel azonban gyakorlatilag kivihetetlen hasonló eljárás; ezek dinamikáját jelenlegi adottságaink mellett képtelenek vagyunk hosszú időre előrebecsülni. Választanunk kellett két lehetőség között: vagy az aktuális árakkal dolgozunk, s akkor pontosabban figyelembe vehetjük a ráfordítások időbeni lezajlását (pl. diszkontált költségösszeget számolunk), vagy ragaszkodunk kalkulatív árak képzéséhez, s ezzel együtt az indirekt ráfordítások számításához — ezesetben azonban le kell mondanunk a dinamika pontosabb tükrözéséről. Tekintettel arra, hogy vizsgálatainkban (s ennek nyomán e könyvben) *nem* az időbeni választás problémái, az akciók időbeli elosztásának tervezése állott előtérben, hanem a célszerű *gazdasági szerkezet* programozása — az előbbi megoldást választottuk: kalkulatív árakat, leegyszerűsített dinamikai kezeléssel.[6]

Tegyük fel, hogy számításunkat 1963-ban végezzük; a tervév, amelyre programozunk, amelynek célszerű gazdasági szerkezetét, ráfordítási és kibocsátási struktúráját meg akarjuk határozni: 1970. A számításoknál figyelembe vett termelési alapigények egyik része az 1963 előtti ráfordításokkal kapcsolatos: pl. modellünk egyik változója egy régi, 1963-ban már fennálló üzem továbbműködtetését reprezentálja, s ennek termelési alapigénye magában foglalja a régi üzem épületeinek és gépeinek értékét. A számításoknál figyelembe vett termelési alapigények másik része 1963 utáni (a számítás időpontjához képest „jövőbeni") ráfordításokkal kapcsolatos: pl. modellünk egyik változója új, 1966—1969-ben létesítendő üzem működtetését reprezentálja. Itt a termelési alapigény a beruházási költségeket jelenti. A (16.1) árképlet nem tesz különbséget e kettő között; mindkettő a p_i együtthatókban jelentkezik, s ugyanazzal az eszközlekötési tényezővel szorzódik. A tervévben, 1970-ben ugyanis mind az 1963 előtti, mind pedig az 1966—69 közötti ráfordítások *múltbeli* ráfordítást jelentenek majd; ezen alapul együttes kezelésük.

Természetesen együttes kezelésük csak azt jelenti, hogy egyaránt a γ tényezővel számítjuk ki a szimbolikusan értük „fizetendő" kalkulatív eszköz-

[6] Mint említettem, egyes kiegészítő, ellenőrző számításokban kamatoskamat formulákat használtunk. Ezekről a D. függelék ad rövid tájékoztatást.

Könyvemben a kalkulatív k a m a t l á b kifejezést csupán a kamatoskamat formulákban szereplő kamatlábra használom. Ezt i-vel jelölöm.

A D. függelék érinti azt a kérdést, hogy vajon jogosult-e azonos nagyságú kalkulatív kamatlábat és eszközlekötési tényezőt használni ($i = \gamma$)?

lekötési járulékot. Ugyanakkor rendszerint módunk van konkrétan, különkülön meghatározni a régi üzemek termelési alapjainak értékét megadó, illetve az új létesítmények várható beruházási költségeit kifejező p_i-t.

A folytonos ráfordítások jövőbeni változásának előrebecslése igen nehéz feladat. A jövőbeni változások részben azzal függnek össze, hogy változik a technológia. Modelljeinkben — bizonyos mértékig — kifejezésre jut ez; azáltal, hogy a program választ különböző régi és új technológiájú termelési tevékenységek között. Ezen túlmenően csupán két összefüggésben vehettük figyelembe az üzemeltetési ráfordítások várható változásait:

16.8. elszámolási elv. A bérráfordításokat a tervév várható bérszínvonalán vesszük számba.

Az ehhez szükséges becsléseket a hagyományos módszerekkel végzett népgazdasági tervből merítettük.

16.9. elszámolási elv. A külkereskedelmi árakat lehetőleg a tervévre várható árakon vettük számba.

Ezt itt csak a dinamikai problémák áttekintése keretében említem, mert később külön fejezetben részletesen tárgyaljuk.

A dinamikai vonatkozásokról szólva térek ki röviden az értékcsökkenési leírásra is. Az üzemgazdasági irodalomban általánosan elterjedt álláspont, hogy minden értékcsökkenési leírás elkerülhetetlenül önkényes.[7] Mi főképpen arra törekedtünk, hogy állásfoglalásunk lehetőség szerint összhangban legyen egyéb elszámolási elveinkkel. Két elvet mondtunk ki:

16.10. elszámolási elv. Értékcsökkenési leírás helyett lehetőleg az adott állóalap változatlan technikai színvonalát biztosító ráfordítást vesszük számba, ideértve a műszakilag szükséges időben végrehajtott nagyjavításokat és cseréket. Ezt f e n n t a r t á s i ráfordításnak nevezzük.

16.11. elszámolási elv. A fenntartási ráfordítást a 16.1. elv szerint hazai ráfordításként számoljuk el (visszavezetjük elsődleges hazai ráfordításokra).

A 16.11. elvről, az elsődleges ráfordításokra való visszavezetésről később, az I-O-táblák felhasználásával kapcsolatban lesz szó. Itt még csak annyit kell megjegyezni: a 16.10.—16.11. elveket nem tudtuk következetesen alkalmazni. A pamutipari programozásnál például sikerült megfelelő becsléseket kidolgozni a fenntartási költségre; ugyanezt nem tudtuk megtenni a műszálipari programozásnál. Ehelyett — jobb adat híján — az értékcsökkenési leírás felújítási hányadát állítottuk be számításunkba.

A 16.10. elvvel kapcsolatban felmerülhet a kérdés: miért a *változatlan* technikai színvonalat biztosító ráfordításokat vesszük figyelembe? Vajon ez azt jelenti-e, hogy nem törődünk az állóalapok technikai elavulásával? Semmiképpen sem; csakhogy az avulás jelenségét a szokásos amortizációs kalkulációtól eltérő módon vesszük figyelembe. Modelljeinkben rendszerint több technológiai alternatíva szerepel; műszakilag fejlettebb és elmaradottabb variánsok versenyeznek egymással. E verseny éppen azáltal érvényesül tisztán, hogy mindegyik technológiai alternatívánál a saját változatlan fenntartásához szükséges ráfordításokat vesszük figyelembe. A régi technika

[7] Lásd pl. *Lutz, F. V.* [111], 70. old.

avulása abban fejeződik ki, hogy az új technikát képviselő változó kiszorítja az optimális programból.

Tisztában vagyok azzal, hogy a ráfordítások és kibocsátások dinamikájának rendkívül leegyszerűsített kezelése kutatásaink leggyengébb pontja. Sem a probléma elméleti nehézsége, sem pedig az a körülmény, hogy a hagyományos, nem matematikai tervezésnek ugyancsak ez az egyik leggyengébb pontja, nem mentség — legfeljebb magyarázat. Miközben vizsgálatainkban mindig a hagyományos tervezésre igyekeztünk támaszkodni — itt is nehéz lett volna teljesen elszakadni tőle. Tovább kell kutatnunk a dinamikus összefüggések matematikai modellezésének gyakorlatilag jól alkalmazható módszereit.

16.5. A tárgyalás további menete

Miután két „keresztmetszetben" — a hazai és a külkereskedelmi ráfordítás közti elhatárolás, továbbá a dinamika szempontjából — már megvizsgáltuk a (16.1) árképletet, most sorravesszük összetevőit.

A 17. fejezetben a q_i bérköltség-együtthatókról és a p_i termelési alapigény együtthatókról lesz szó.

A 18. fejezet az Ω kalkulatív bértényező és a γ kalkulatív eszközlekötési tényező kérdéseit tárgyalja.

A 19. fejezet az r_i importanyagköltségekkel foglalkozik.

A 20. fejezet tárgya a D_{Rbl} és $D_{\$}$ kalkulatív devizaárfolyam.

Végül a 21. fejezetben összefoglaljuk az aktuális és a kalkulatív árrendszer viszonyát.

17. A teljes termelési alapigény és a teljes bértartalom meghatározása

17.1. A feladat körvonalazása

Két elsődleges hazai ráfordítást: termelési alap és bér igénybevételét tükröző, kalkulatív árrendszert építünk ki. Elszámolási elveit a 16. fejezetben tisztáztuk. Most azt vizsgáljuk meg: milyen módszerekkel, milyen technikával határozható meg *számszerűen* a termelési alap és a bér iránti teljes igény.

A programozási modell j-edik termelő tevékenységének teljes termelési alapigényét és teljes bértartalmát akarjuk meghatározni:

$$P_j^{tot}(x_j) = P_j^{dir}(x_j) + P_j^{indir}(x_j) \qquad (17.1)$$

$$Q_j^{tot}(x_j) = Q_j^{dir}(x_j) + Q_j^{indir}(x_j), \qquad (17.2)$$

$$j = 1, \ldots, n$$

ahol P_j^{tot}, Q_j^{tot} = a teljes termelési alapigény, illetve a teljes bértartalom;

P_j^{dir}, Q_j^{dir} = a direkt termelési alapigény, illetve a direkt bértartalom;

P_j^{indir}, Q_j^{indir} = az indirekt termelési alapigény, illetve az indirekt bértartalom.

P_j^{dir} és Q_j^{dir} meghatározását már tárgyalta a 7. fejezet, erre nem szükséges visszatérni. Viszont részletesebb vizsgálat szükséges P_j^{indir}, Q_j^{indir} meghatározásához. Mindenekelőtt le kell szögezni: az amúgy is igen bonyolult probléma egyszerűsítésére alkalmazzuk a linearitási feltevést (ellentétben a direkt igénynyel, amelyet egyes számításokban nem lineáris függvényekkel reprezentáltunk).

$$P_j^{indir}(x_j) = p_j^{indir} x_j, \qquad (17.3)$$

$$Q_j^{indir}(x_j) = q_j^{indir} x_j. \qquad (17.4)$$

A feladat eszerint leszűkül a p_j^{indir}, illetve q_j^{indir} együttható számszerű meghatározására. Erre a célra többféle technikát használunk fel, részben egymással kombinálva:

— Népgazdasági I-O-táblák alkalmazása.
— Az indirekt igény számítása egyszerűbb módszerekkel.

17.2. A népgazdasági input-output-tábla felhasználása

Először a termelési alapigény számítását írom le; a teljes bértartalom számítása analóg ezzel.

A számításhoz ismernünk kell a népgazdaság egyes szektoraira jellemző direkt termelési alapigényeket, a felhasználásra kerülő I-O-tábla bontásában.

Jelöljük a direkt termelési alap koefficienst, a népgazdaság l-edik szektora egységnyi (1 Ft-nyi) termékének előállításához közvetlenül szükséges termelési alapot p_l-lel ($l=1, \ldots, N$). E koefficiensek becsléséhez két forrás áll rendelkezésünkre:

A) A statisztikai adatszolgáltatás nyilvántartja a termelési alapok értékét (az állóalapokra vonatkozóan bruttó és nettó értékét) az I-O-tábla tagolásában.[1] Sajnos, az állóalapok értékelésében sok a fogyatékosság.

B) A legutóbbi két-három évben befejezett beruházások tényleges adatai, valamint a folyamatban levő vagy a közeljövőben meginduló beruházások engedélyezési okmányaiban szereplő tervadatok alapján is meghatározták az egyes szektorokra jellemző termelési alap koefficienseket.[2] Ez ugyan nem teljes körű adatfelvételen épül; az éppen befejezett, illetve a következő néhány évben folyó beruházások sem feltétlenül jellemzők a szektor *átlagára*. Némileg ellensúlyozza ezt, hogy végül is sok beruházás adatait sikerült megvizsgálni. Az így kapott koefficiensek előnye az *A)* szerintiekhez képest: nem az állóeszköz-értékelés gyakran irreális, „holt" könyvelési adataira épülnek, hanem eleven beruházási költségekre.

Vezessük be a következő jelöléseket:

$$\mathbf{p}' = [p_1, p_2, \ldots, p_N], \tag{17.5}$$

a termelési alap koefficiensek N komponensből álló sorvektora, a népgazdasági I-O-tábla bontásában.

$$\check{\mathbf{G}} = (\mathbf{E} - \mathbf{G})^{-1}, \tag{17.6}$$

az inverz mátrix, (17.6)-ban $\mathbf{G}$ a népgazdasági I-O-tábla technológiai mátrixának belső négyzete.

$$\bar{g}_j = \begin{bmatrix} \bar{g}_{1j} \\ \bar{g}_{2j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{g}_{Nj} \end{bmatrix}, \tag{17.7}$$

a programozási modell j-edik termelő tevékenységének egységnyi kibocsátásához szükséges $\bar{g}_{ij}$ anyaginput-koefficiensek N komponensből álló oszlopvektora.[3]

[1] A KSH az 1959. évi népgazdasági I-O-táblával együtt, azzal azonos bontásban közölte a termelési alapok adatait is. (Lásd [187].)

[2] E számítást a szerző kezdeményezte, az ágazati programozásokhoz való felhasználás céljaira. A vizsgálatot az OT Beruházási Iroda megbízásából *Deák J.-né* végezte el kiterjedt adatgyűjtés alapján. (Lásd [34].)

[3] Könyvem jelölési rendszerében g-vel jelölök minden anyaginput-koefficienst, mind az I-O-táblákban, mind a programozási modellekben. A könyv egyéb részeiben ez általában nem okoz félreértést, mert *vagy* I-O-táblákról, *vagy* programozási modellekről van szó. Csupán itt szerepel a kettő együtt. Ezért itt a programozási modell j-edik tevékenységének anyaginput-koefficiensét felülvonással különböztetem meg az I-O-tábla technikai koefficienseitől.

A következő műveletet kell végrehajtani:[4]

$$p_j^{\text{indir}} = \mathbf{p}'\check{\mathbf{G}}\bar{g}_j. \tag{17.8}$$

A (17.8) képlet tartalmát egy példán szemléltetem. A j-edik termelő tevékenység: egy új szénbánya létesítése és üzemeltetése. A termékegység: 100 Ft értékű szén. A 100 Ft értékű szénhez 4,59 Ft áram, 4,92 Ft vas- és acélipari termék, 1,15 Ft nehézvegyipari termék stb. szükséges ($\bar{g}_j$).

Ezek a direkt anyagigények továbbgyűrűznek. Az indirekt igényeket hozzáadva, 100 Ft szénhez további 6,40 Ft áram, 9,17 Ft vas- és acélipari termék, 1,46 Ft nehézvegyipari termék stb. szükséges ($\check{\mathbf{G}}\bar{g}_j$).

Mármost ahhoz, hogy ennyi áramot, vas- és acélipari, nehézvegyipari stb. terméket biztosítani lehessen, gondoskodni kell a megfelelő termelési alapokról A $\mathbf{p}'$ vektorral szorozva a teljes anyagigényt, megkapjuk: mennyi 100 Ft szén teljes termelési alapigénye.

Eljárásunk implicite bizonyos egyszerűsítő feltevéseket tartalmaz, az I-O-táblák alkalmazásával kapcsolatban már eddig is említett feltevéseken túlmenően.

1. Némi pontatlanságot okoz, hogy $\mathbf{p}'\check{\mathbf{G}}$ egy-egy szektor *átlagos* termelési alapigényét fejezi ki, holott a programozási modellben szereplő tevékenység anyagigénye nem „átlagos", hanem egy-egy szektor konkrét termékeinek meghatározott körére irányul.

2. A $\check{\mathbf{G}}\bar{g}_j$ szorzás végrehajtásakor, azaz a j-edik tevékenység teljes anyagszükségletének kiszámításakor meghatározzuk a j-edik szektor egyfajta „indirekt önfogyasztási szükségletét" is. Ezen a következőt kell érteni:

Legyen a j-edik termelő tevékenység pl. az alumínium előállítása. Az alumíniumtermeléshez szükséges vegyszerek, gépek, áram, műszerek stb. előállítása többi között alumíniumot is igényel. A j-edik tevékenység $\bar{g}_j$ direkt anyagigényében indukált alumíniumszükségletet nevezem a j-edik tevékenység indirekt önfogyasztási szükségletének.

Ha a (17.8) képlet szerint határozzuk meg p_j^{indir}-t, úgy ez az indirekt önfogyasztás termelési alapigényét is tartalmazza. A programozási modell feltételi rendszere ugyanis előírja, hogy mennyi alumíniumra van szüksége a népgazdaságnak. Az erre vonatkozó adatot rendszerint a hagyományos módszerrel kidolgozott tervből vesszük át, amely pedig a *teljes* alumíniumszükségletet írja elő (benne azt is, ami az indirekt önfogyasztás miatt lép fel).

Az indirekt önfogyasztás miatti indirekt termelési alapigény tehát tulajdonképpen feleslegesen terheli a j-edik termelő tevékenység, példánkban az alumíniumtermelés költségfüggvényét.

Ez a hiba azonban nem jelentős; az ilyen indirekt önfogyasztás mértéke a legtöbb szektorban csekély.

Az elmondottakból következik, hogy a népgazdasági I-O-táblával számított indirekt termelési alapigény nem tekinthető pontosnak, csupán megközelítésnek.

[4] Az indirekt beruházások meghatározását az I-O-tábla segítségével *Bródy A.* javasolta első ízben [14] művében a magyar közgazdasági irodalomban. Az első numerikus számításokat, népgazdasági méretekben, *Cukor Gy.—Román Z.* végezte. (Lásd [26].) A hosszúlejáratú programozási modellekben való felhasználás lehetőségeit a szerző *Martos B.*-val együtt dolgozta ki. (Lásd [84].)

A teljes bértartalom meghatározása — minthogy analóg módon történik — nem igényel bővebb magyarázatot. Az eltérés: a (17.8) képletben a $\mathbf{p}'$ vektor helyébe a $\mathbf{q}'$ vektor lép. Ez a népgazdaság egyes szektoraira jellemző direkt bértartalmakat adja meg, a felhasznált I-O-tábla bontásában. A q_l direkt bérkoefficiensek ($l=1, \ldots, N$) meghatározása nem jár olyan nehézségekkel, mint a direkt termelési alap koefficienseké; az erre vonatkozó adatokat pontosan nyilvántartják, az I-O-táblának megfelelő bontásban is.

Az eddigi ismertetés során nem szóltam az értékcsökkenési leírásról. A KSH-ban végzett egyes számításokban az értékcsökkenési leírás sorvektorát is, egyfajta speciális szektorként, beiktatták a belső négyzetbe. Megfelelő oszlopvektorként a termelőeszközök pótlására, ill. nagyjavítására irányuló tevékenységek ráfordításait szerepeltették. Ezzel kapcsolatban azzal az erősen egyszerűsítő feltevéssel éltek, hogy a nagyjavítási és pótlási tevékenységek ráfordítási struktúrája megegyezik a bruttó beruházás ráfordítási struktúrájával.[5] Az így kibővített $\mathbf{G}$ mátrixszal számolva, p_j^{indir} és q_j^{indir} magában foglalja az állóeszközök pótlásához, ill. nagyjavításához szükséges tevékenységek termelési alapigényét, illetve bértartalmát is (vagy inkább azt mondhatnánk: az erre vonatkozó durva becslést).

17.3. Az input-output-táblákkal kapcsolatos egyszerűsítő feltevések

A 17.2. szakasz leírta, hogyan vesszük igénybe az I-O-táblákat kalkulatív árak képzéséhez. Később, a külkereskedelemmel összefüggésben, még egyszer sor kerül I-O-táblák igénybevételére.

Az I-O-tábla modellje ismert alapvető egyszerűsítő feltevésekre épül. A táblákkal végzett számítások pontatlanságának érzékeltetésére — a teljesség igénye nélkül — két, egymással összefüggő feltevést emelek ki.

1. *Arányos hozam valamennyi ráfordítás együttes, arányos növelése esetén* (constant return to scale). Amennyiben az l-edik szektor által felhasznált valamennyi ráfordítást λ arányban növeljük, úgy λ arányban nő az l-edik szektor bruttó kibocsátása is. Ez egyúttal azt is jelenti, hogy az I-O-tábla alapján számított költségfüggvényekben a differenciális és az átlagos költség egybeesik.

2. *Nincs lehetőség helyettesítésre.* Az l-edik szektor termékét csupán egyféle (a szektorra jellemző átlagos) technológiával állíthatjuk elő, egyetlen fajta rögzített ráfordítási struktúrával.

E feltevések, miközben lehetővé teszik a rendkívül egyszerű lineáris I-O-modell alkalmazását, számottevő egyszerűsítést jelentenek a valósághoz képest.[6] Vessünk egy pillantást ezzel kapcsolatban néhány összefüggésre.

Az egyik probléma: a termelés ráfordításai sokszor nem arányosak a termelés terjedelmével; gyakori a csökkenő vagy növekvő differenciális költségfüggvény. (E közismert jelenséget részletesen tárgyaltam a 7. fejezetben.) Bár tudjuk ezt, mégis kénytelenek vagyunk, egyelőre, ebben az összefüggésben, figyelmen kívül hagyni. Ellenkező esetben nagyméretű, nem lineáris programozási modellt kellene szerkesztenünk, amire most nem vállalkoz-

[5] Lásd pl. *Havas P.* [52], valamint *Rácz A.* és *Újlaki Zs.* [145] cikkét.

[6] Az I-O-elemzés alapjául szolgáló absztrakciók, egyszerűsítő feltevések problematikáját részletesen tárgyalja *Bródy A.* [15] munkája.

hatunk. Az összefüggések elhanyagolásával együttjáró hibát a következő tényezők enyhítik:

— Azokban a nagy aggregátumokban, amelyekre egy I-O-tábla tagolódik, részben kiegyenlítik egymást a csökkenő és a növekvő differenciális költség irányába ható tényezők. (Pl. a szektor egyik termékét növekvő differenciális költséggel állítják elő: túlórával, éjjeli műszakban, rendkívüli módszerekkel. Egy másik termék kibocsátását viszont a tömegtermeléssel járó előnyök segítségével növelik.) Ezért az aggregátum *egészének* bővülése sokszor megközelítően konstans differenciális költségekkel megy végbe.

— Rövidlejáratra gyakran eltérnek a termelés differenciális és átlagos költségei. Hosszabb időszak alatt azonban rendszerint kiegyenlítődik a differenciális és az átlagos költség, feltéve, hogy a beruházások racionálisak, s a minimális egységköltséget biztosító kapacitások kialakítására törekszenek.[7]

E meggondolások miatt, nézetem szerint, az *átlagos* ráfordításokat tükröző és konstans differenciális költségekkel számoló I-O-tábla felhasználása a távlati tervezés kalkulatív árainak kialakításához — az adott körülmények között, átmeneti kisegítő eszközként — elfogadható.

Súlyosabb problémának tűnnek az aggregáció okozta nehézségek. Az I-O-tábla segítségével végzett kalkuláció nyilván „durvább", mint egy (egyébként megfelelő) árrendszerrel végzett számítás, hiszen az utóbbi sokkal árnyaltabban tükrözi az egyes termékek ráfordításai közötti eltéréseket, mint az erősen aggregált I-O-tábla.

Az újabban kidolgozott nagyobb méretű táblák már jobbak ilyen szempontból. Ezen túlmenően pedig kalkulatív árképzési elveink a *direkt* ráfordításokat konkrétan, egyedileg határozzák meg. Csupán az indirekt ráfordítások számbavételénél kényszerülünk az I-O-táblák bontásának megfelelő aggregációra.

A Ft-ban, mégpedig az aktuális árakon összeállított I-O-táblák felhasználása kalkulatív árképzésre még egy problémával jár. Tisztáznunk kell, hogy vajon mennyire befolyásolják az aktuális árak az I-O-tábla segítségével nyert kalkulatív árakat?

Induljunk ki abból, hogy adott a $\mathbf{G}_{nat}$ N-ed rendű mátrix, a technológiai mátrix belső négyzete, amelyet nem értékben, hanem természetes, ill. műszaki mértékegységekben határoztunk meg. (Pl. a vasércet tonnában, az áramot kWó-ban. Ennek megfelelően a vasérc-oszlop, áram-sor találkozásánál levő elem dimenziója: kWó per tonna.)

Ehhez csatlakozik az $\mathbf{U}_{nat}$ K soros, N oszlopos extern ráfordítási mátrix. Ez analóg a korábban tárgyalt **U** mátrixszal, azzal az eltéréssel, hogy az $u_{nat,il}$ együtthatók képzésénél a tört nevezője természetes mértékegységben szerepel. (Pl. a kapitalista import-sorban a dimenzió: dollár per tonna, dollár per kWó stb. A bér-sorban a dimenzió: Ft per tonna, Ft per kWó stb.)

A következő feltevést tesszük:

Egységes kibocsátási árak feltevése. Minden terméknek egyetlen egységára van, tekintet nélkül a kibocsátás irányára.

[7] Lásd erről *Pigou, A. C.* [142] 11. fejezetét és Matematikai Függelékét, valamint *Viner, J.* [174] cikkét.

E feltevés szerint tehát pl. egy kWó ára azonos, akár a mezőgazdaságnak, akár a gépiparnak adják át. E feltevés mellett az árrendszer jellemezhető az

$$\mathbf{S}=\begin{bmatrix} S_1 & & & \\ & S_2 & & \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ & & & S_N \end{bmatrix} \tag{17.9}$$

diagonális mátrixszal, amelyet a kiindulási árrendszer mátrixának nevezek.

A természetes mértékegységben és a Ft-ban mért technológiai mátrix, illetve extern kibocsátási vektor között a következő összefüggések állnak fenn:

$$\mathbf{G}=\mathbf{S}\,\mathbf{G}_{\text{nat}}\,\mathbf{S}^{-1}, \tag{17.10}$$

$$\mathbf{d}=\mathbf{S}\,\mathbf{d}_{\text{nat}}. \tag{17.11}$$

17.1. megállapítás.[8] *Az adott* $d_{\text{nat},\,i}$ *természetes mértékegységben mért extern kibocsátáshoz adott* $\check{k}_{il}$ *teljes tartalom tartozik. Ugyanez a* $\check{k}_{il}$ *meghatározható Ft-ban mért I-O-tábla segítségével, mégpedig függetlenül a tábla* **S** *kiinduló árrendszerétől (egységes kibocsátási árak feltevése mellett).*

Más szóval: bármilyen árakból indulunk is ki, ez nem érinti a teljes tartalomszámítás eredményeit, feltéve, hogy egy-egy szektor mindenütt azonos árakkal értékesíti termékét. Ez a kalkulatív árrendszer bizonyos mértékű semlegességét, a kiinduló áraktól való függetlenségét jelenti.

Bizonyítás.[9] Jelöljük a természetes mértékegységű I-O-táblához tartozó i-edik teljes tartalom koefficiens-vektort $\check{\mathbf{u}}'_{\text{nat},\,i}$-vel.

$$\begin{aligned} \check{\mathbf{u}}'_{\text{nat},\,i}&=\mathbf{u}'_{\text{nat},\,i}(\mathbf{E}-\mathbf{G}_{\text{nat}})^{-1},\\ \mathbf{u}'_i&=\mathbf{u}'_{\text{nat},\,i}\mathbf{S}^{-1},\\ \mathbf{G}&=\mathbf{S}\,\mathbf{G}_{\text{nat}}\mathbf{S}^{-1}. \end{aligned} \tag{17.12}$$

A (17.10)—(17.12) definíciók alapján belátható, hogy

$$\begin{aligned} \check{\mathbf{u}}'_i&=\mathbf{u}'_{\text{nat},\,i}\mathbf{S}^{-1}(\mathbf{E}-\mathbf{S}\,\mathbf{G}_{\text{nat}}\mathbf{S}^{-1})^{-1}=\\ &=\mathbf{u}'_{\text{nat},\,i}\,\mathbf{S}^{-1}\,\mathbf{S}\,(\mathbf{E}-\mathbf{G}_{\text{nat}})^{-1}\mathbf{S}^{-1}=\\ &=\mathbf{u}'_{\text{nat},\,i}\,(\mathbf{E}-\mathbf{G}_{\text{nat}})^{-1}\,\mathbf{S}^{-1}=\check{\mathbf{u}}'_{\text{nat},\,i}\,\mathbf{S}^{-1}. \end{aligned} \tag{17.13}$$

Ebből következik, hogy

$$\check{u}_{il}d_l=\frac{\check{u}_{\text{nat},\,il}}{S_l}\,S_l d_{\text{nat},\,l}=\check{u}_{\text{nat},\,il}\,d_{\text{nat},\,l}. \tag{17.14}$$

[8] E megállapítás lényege szerepel *Ganczer S.* [42] művében. Fejtegetéseim azzal teszik pontosabbá Ganczer S. megállapítását, hogy hangsúlyozzák: a megállapítás csak az egységes kibocsátási árak feltevése mellett igaz.

[9] A megállapítás kifejezést olyan közgazdasági következtetésekre használom, amelyekhez matematikailag megfogalmazott premisszákból deduktív úton, matematikailag bizonyítható módon jutottunk el. A megállapításokhoz tehát matematikai *bizonyítást* közlünk, vagy közvetlenül a megállapítás után, vagy a függelékben.

Mint a korábbiakból kitűnt, kalkulációinkban gyakorlatilag csupán a teljes tartalomszámításokat használjuk fel. Ebből a szempontból a 17.1. megállapítás — a kiinduló árrendszertől való függetlenség — megnyugtató.

Meg kell jegyezni, hogy a gyakorlatban nincs szó tökéletes semlegességről, függetlenségről, mert az egységes kibocsátási árakra vonatkozó feltevés csak megközelítően igaz. Egyrészt: minden szektor „terméke" valójában igen sok konkrét gyártmányból képzett aggregált gyártmánycsoport. Ha egy-egy konkrét gyártmány ára egységes is lenne minden átvevő szektor számára, a gyártmánycsoport átlagos ára márcsak azért is eltérhet, mert eltérő az egyes átvevő szektorok által igényelt termékek konkrét gyártmányösszetétele. (Pl. a szerves vegyipartól nem azonos vegyszereket igényel a textilipar és a gyógyszeripar.) Másrészt: vannak olyan termékek, amelyek kibocsátási árában más-más forgalmiadó-kulcsot számolnak el, aszerint, hogy a terméket melyik szektornak adják át.[10] Mivel azonban, népgazdasági méretekben az egyes szektorok különböző kibocsátási irányainak részesedése — azaz a v' sorvektor komponenseinek egymáshoz viszonyított aránya — elég stabil, továbbá, mert eléggé állandó az egyes szektorokon belüli gyártmányösszetétel, megközelítésként elfogadhatónak tűnik (egy erősen aggregált népgazdasági I-O-táblára) az egységes kibocsátási árak feltevése.

17.4. A részleges „visszagyűrűztetés"

Rátérve most már a hagyományos módszerű tervezés technikájának ismertetésére, különválasztjuk a termelési alapigény és a bértartalom tárgyalását, mert ezeket némileg eltérő eljárásokkal számítják.

A hagyományos módszerekkel folyó tervezésben alkalmaznak egy említésre méltó eljárást, amely nem öleli fel a népgazdaság *összes* szektorában felmerülő indirekt termelési alapigényt, hanem csupán egy megfelelően leszűkített szférára terjed ki. Példaképpen a vegyipart hozom fel; az itt végzett számítások egyes eredményeit mi is felhasználtuk a műszálipari vizsgálatban.

Az eljárás lényege a következő:

Egy-egy vegyipari terméket visszavezetnek a kiinduló alapanyagig, a szénig, a kőolajig, a földgázig; tisztázva, hogy a kiinduló anyagtól a szóban forgó termék elkészültéig milyen technológiai folyamatok mennek végbe, s egy-egy folyamat ellátásához szükséges termelő kapacitások megteremtése mennyi beruházást igényel. A számításban nem általában a termelési alapigényt, hanem kifejezetten az *új* termelési alap megteremtéséhez szükséges beruházást veszik figyelembe, ezért az itt következő leírásban is csupán erről lesz szó. Mivel a vizsgált terméktől visszafelé haladnak, a kiinduló anyagokig, az eljárást „visszagyűrűztetésnek" nevezik.

Az eljárást két fontos kiinduló feltevés jellemzi (még ha az alkalmazók nem is mondják ki explicite):

1. A technológiai folyamat szigorúan *egy irányban* halad a kiinduló anyagtól a vizsgált termékig. Nincsen „visszaáramlás"; nem fordulhat elő, hogy egy

[10] A természetes mértékegységű és a forintban mért I-O-táblák összefüggéseivel és ezzel kapcsolatban a kibocsátási árak egységességével részletesen foglalkozott az a kutatás, amely a ruházati iparágak I-O-tábláját állította össze. Lásd *Kornai J.—Rimler J.—Wellisch P.* és mások [76] munkáját.

későbbi feldolgozás termékét a feldolgozás egy korábbi lépcsőfokán ráfordításként használják fel. A számításokban vagy ténylegesen nem volt ilyen visszaáramlás, vagy legalábbis elhanyagolták.

2. A vegyipari termelésre oly jellemző ikerterméket szétválasztják. A beruházási költségeket szétosztják, „ráterhelik" az egyes ikertermékekre, az ipari gyakorlatban szokásos üzemi kalkulációk, módszerek szerint.

Ez az egyszerű eljárás tulajdonképpen nagyon hasonló ahhoz, amit — a 17.2. szakaszban leírt módon — az I-O-tábla segítségével végeztünk. A hasonlóság megvilágítására matematikai formában is leírjuk a „visszagyűrűztetést".

A j-edik termék előállításában direkte vagy indirekte szerepet játszó, a „visszagyűrűztetés" során figyelembe vett anyagok száma m. Ezeket a technológiai sorrend szerint rendezzük sorba; a sor elején szerepelnek tehát a kiinduló anyagok (pl. a kőolaj).

Képezzük az m-ed rendű $\mathbf{G}$ technológiai mátrixot, a termékek anyaginput-koefficienseiből. E mátrix trianguláris; a főátló alatt minden komponens nulla. Ez a fenti 1. feltevésből, a „visszaáramlások" hiányából következik.

Ismeretes valamennyi m-féle termék beruházási koefficiense. E koefficiensek alkotják a $\mathbf{p}'$ sorvektort.

Ismeretes továbbá a $\bar{\mathbf{g}}_j$ oszlopvektor, a j-edik termék anyaginput-koefficiensei, a $\mathbf{G}$ mátrixszal azonos bontásban.

A „visszagyűrűztetési" technikával a következő műveleteket hajtották végre:

Meghatározták a $\check{\mathbf{G}}\bar{\mathbf{g}}_j$ szorzatot, azaz a j-edik tevékenység termékének *teljes* anyaginput-koefficiensét.

Meghatározták a $\mathbf{p}'\check{\mathbf{G}}\bar{\mathbf{g}}_j$ szorzatot, azaz e termék indirekt beruházásigényét. Látható az analógia a (11.7) képlettel.

Az eljárás egyik előnye — s ez késztetett egyes eredményeinek felhasználására —, hogy a vizsgált szférán *belül* (példánkban: a vegyiparon belül) felmerült indirekt igényeket nagyon konkrétan, a népgazdasági I-O-táblánál sokkal pontosabban veszi számba. További előny: nagyon egyszerű, elemi eszközökkel is elvégezhető. Ez alapvetően a $\mathbf{G}$ mátrix triangularis jellegének köszönhető.

Hátránya viszont, hogy nem határozza meg a *teljes népgazdasági* termelési alapigényt, hanem annak csupán egyik részét, ellentétben a népgazdasági I-O-táblát alkalmazó eljárással.

17.5. A hagyományos „reálköltségszámítás"

A magyar gazdasági életben rendszeresen számítanak úgynevezett „nettó reálköltséget". Ez, az eddig használt terminológia szerint, a teljes bértartalom és a teljes értékcsökkenési leírás tartalom összegének felel meg. Az ipari vezető szervek, elsősorban az export gazdaságosságát ellenőrző számítások céljaira, minden évben meghatározzák több ezer termék reálköltségét. E számítások technikája ágazatonként eltérő lehet, bár a lényeges vonások mindenütt azonosak.

Példaképpen a Nehézipari Minisztériumban szokásos eljárást írom le. A számítást a *szén* reálköltségének meghatározásával kezdik. A magyar szénbányászat 12 trösztre tagozódik; egy-egy tröszt egy-egy szénmedencét, s ezzel

együtt, megközelítően, egy-egy jellemző szénminőséget képvisel. Trösztönként meghatározzák a szén önköltségét, az elmúlt év tényleges ráfordítási adatai alapján. Ezen belül megállapítják a direkt bértartalmat, a direkt értékcsökkenési leírás tartalmat, valamint a direkt hazai anyagköltséget, utóbbit 29 anyagfajta szerint tagolva. (A hazai ráfordítások reálköltsége mellett meghatározzák az import-reálköltséget is — a könyv terminológiájával: a teljes importtartalmat. Ismertetésétől eltekintek; ez lényegében analóg a hazai ráfordítások reálköltségének számításával.)

A következő lépés: mind a 29 anyagra vonatkozóan korrigálják az anyagköltséget, oly módon, hogy a természetes mértékegységű anyaginput-koefficienst nem az anyag tényleges árával, hanem az előző évi reálköltség-számítás során meghatározott nettó reálköltségével szorozzák meg.

A szén új nettó reálköltsége: direkt bértartalom + direkt értékcsökkenési leírás tartalom + a 29-féle hazai anyag felhasználásának nettó reálköltsége.

Az áram nettó reálköltségét hasonló módon számítják ki, azzal az eltéréssel, hogy a fő tételt jelentő szénfelhasználásnál már az előző lépésben szénminőségenként meghatározott szén-reálköltséggel számolnak.

A *további termékeknél* — pl. a vegyi cikkeknél — ismét hasonló módon járnak el, de itt már kezükben van a szén és az áram friss nettó reálköltsége. Valamennyi többi terméknél szimultán végzik a számítást, de mindegyiknél már a szén és áram új reálköltségének ismeretében. A többi anyaginput-koefficienst a megelőző reálköltség-számítás során meghatározott nettó reálköltséggel szorozzák meg.

Írjuk fel matematikai formában az eljárást, a következő ideiglenes egyszerűsítésekkel:

1. Eltekintünk a szén és az áram speciális kezelésétől.

2. Feltételezzük, hogy a technológiai mátrix az időben változatlan (ideértve a direkt bértartalom és értékcsökkenési leírás tartalom koefficienseit is).

Adva van egy m szektoros I-O-tábla, amelynek szektorai: a Nehézipari Minisztérium felügyelete alatt előállított termékek. A tábla bontása a nehézipari szférában sokkal részletesebb, mint pl. a KSH tábláé.

A számítás iteratív; minden új reálköltség-számításnál (gyakorlatilag: minden évben) egy-egy lépést tesznek. A szimbólumok mellett szereplő felső index utal arra, hogy az iteráció hányadik lépésére vonatkozik.

Az iteráció 1. lépésében ismertek a következő adatok:

$\mathbf{G}$ = a technológiai mátrix belső négyzete m-ed rendű mátrix;

$\check{\mathbf{u}}'^{(0)}$ = a teljes bértartalom és teljes értékcsökkenési leírás tartalom összegére — a továbbiakban röviden: a nettó reálköltségre — vonatkozó kiinduló becsléseket tartalmazó vektor, az induló nettó reálköltség koefficiensek m komponensből álló sorvektora;

$\mathbf{u}'$ = a direkt bértartalom + direkt értékcsökkenési leírás tartalom koefficiensek m komponensből álló vektora.

Az 1. lépésben meghatározott nettó reálköltségvektor:

$$\check{\mathbf{u}}'^{(1)} = \check{\mathbf{u}}'^{(0)}\mathbf{G} + \mathbf{u}'. \tag{17.15}$$

A 2. lépésben már az 1. lépésben meghatározott nettó reálköltségeket használják fel:

$$\check{\mathbf{u}}'^{(2)} = \check{\mathbf{u}}'^{(1)}\mathbf{G} + \mathbf{u}' = \check{\mathbf{u}}'^{(0)}\mathbf{G}^2 + \mathbf{u}'\mathbf{G} + \mathbf{u}'. \tag{17.16}$$

A t-edik lépésben:

$$\check{\mathbf{u}}'^{(t)} = \check{\mathbf{u}}'^{(t-1)}\mathbf{G} + \mathbf{u}' = \check{\mathbf{u}}'^{(0)}\mathbf{G}^t + \mathbf{u}'\mathbf{G}^{t-1} + \ldots + \mathbf{u}'\mathbf{G} + \mathbf{u}'. \tag{17.17}$$

Felhasználva, hogy a G Leontief-mátrix esetében $\mathbf{G}^t \to \mathbf{0}$, ha $t \to \infty$, megállapíthatjuk:

$$\check{\mathbf{u}}'^{(t)} \to \mathbf{u}'(\mathbf{E}-\mathbf{G})^{-1}, \text{ ha } t \to \infty. \tag{17.18}$$

Mint látjuk, az itt leírt eljárás eredménye: 1. Az $(\mathbf{E}-\mathbf{G})$ mátrix invertálása, a hatványsorbafejtés útján, 2. az $\mathbf{u}'$ vektor (a direkt bértartalom+ +direkt értékcsökkenési leírás tartalom koefficiensek vektorának) megszorzása az inverz mátrixszal, s ily módon a nettó reálköltségvektor előállítása.

Az invertálásnak ez a módja, mint közismert, igen hosszadalmas. A reálköltség-számítás 6—7 éves múltra tekint vissza, eddig tehát 6—7 lépést tehettek.

A (17.15)—(17.17) képletekben leírt eljárás nem egészen pontos leírása annak, ami a tényleges reálköltség-számításkor történik, a következő okokból:

A szén és az áram speciális kezelése meggyorsítja a konvergenciát.

Az indulásnál nem akármilyen $\check{\mathbf{u}}'^{(0)}$ becslésből indulnak ki, hanem igyekeznek elég jó becslést adni, azáltal, hogy az önköltségekből néhány termelési fázist „visszagyűrűztetve" szűrik ki a bértartalmat és az értékcsökkenési leírás tartalmat. A jó induló becslés is gyorsítja a konvergenciát.

A valóságban nem konstans, hanem az időben változó G mátrixszal és $\mathbf{u}'$ vektorral számolnak. Ez egyfelől pontosabbá teszi a számítást, mivel a technológiai koefficiensek „naprakészek"; mindig a legutóbbi tényadatokat tükrözik. Másfelől viszont emiatt nem garantálható az eljárás konvergenciája.

Ha mármost összehasonlítjuk a népgazdasági I-O-táblával végzett számítást és a hagyományos reálköltség-számítást, akkor megállapíthatjuk: mindkét eljárásnak vannak jellegzetes előnyei és hátrányai. A hagyományos számítás előnye (akárcsak a 17.4. szakaszban leírt eljárás esetében): a részletesebb bontás, a ráfordítások konkrétabb megfigyelése és számbavétele. Gondoljunk csak arra, hogy a népgazdasági I-O-tábla a Nehézipari Minisztérium termelési szféráját 18 szektorban foglalja össze, míg a (17.15)—(17.17) képletekben szereplő G mátrix, a Nehézipari Minisztérium esetében, 4—500 szektoros. Pl. a népgazdasági tábla egyetlen szénszektora itt 12 szektorra tagolódik stb.

Emellett a hagyományos eljárás előnye, hogy évenként nyomon követi a technológiai koefficiensek időbeni változását, míg a nagy I-O-táblákat rendszerint nem évenként, hanem hosszabb időközönként állítják össze, s így több éven át változatlan koefficiensekkel dolgoznak.

A hagyományos módszer alapvető hátránya: nem konzekvens az indirekt ráfordítások nyomon követésében. Az egész számítás lényegében csak a Nehézipari Minisztérium alá tartozó szférát fogja át; a többi minisztérium által termelt termékeket vagy tényleges termelői áron, vagy a más minisztériumok által korábban végzett reálköltség-számítások keretében meghatározott reálköltségadatokkal számolják el. Emellett nem lehet konzekvens már csak azért sem, mert — mint láttuk — mindössze néhány iterációs lépést tettek. Ezzel szemben az I-O-analízis, az $(\mathbf{E}-\mathbf{G})$ mátrix „szabályos" invertálása révén konzekvensen állapítja meg az indirekt ráfordításokat.

Mindez érthetővé teszi, miért nem választottuk csak az egyik vagy csak a másik eljárást, hanem mindkettő eredményeinek felhasználására törekedtünk.

17.6. A hivatalos beruházás-gazdaságossági metodika

A 17.4. szakaszban leírt eljárást egyes tervezőirodákban alkalmazzák. A 17.5. szakaszban leírt reálköltség-számítást az ipari minisztériumok végzik, de *nem* a távlati tervezés, a beruházás-gazdaságossági számítások, hanem kizárólag export-gazdaságossági számítások céljaira. Ezért külön kell szólni arról, hogyan kezeli ezeket a kérdéseket a hagyományos tervezés hivatalos beruházás-gazdaságossági metodikája, elsősorban a 2. fejezetben említett „g_n" mutató számításakor.[11]

A hivatalos metodika egyik pozitív vonása, hogy kötelezően előírja az indirekt termelési alapigény számbavételét. A hivatalos rendelkezések ezt „kapcsolódó beruházásnak" nevezik. A kapcsolódó beruházási költséget úgy kell meghatározni, hogy a hazai anyagköltségeket megszorozzák egy népgazdaságilag egységes szorzófaktorral, 2,5-tel. Még ha nem is megyünk el a termékekig, hanem csupán a termékek egész csoportját kibocsátó szektorokig, akkor is megállapíthatjuk; az egyes szektorok teljes termelési alapigényei erősen szóródnak. Pl. az 1959. évi KSH I-O-tábla szerint az 1 Ft termelési értékre eső teljes termelési alapigény 0,6 és 22,5 Ft között változik. A 17.2. szakaszban leírt eljárás, noha szintén csak megközelítésnek tekinthető, lényegesen pontosabb becslést ad az indirekt termelési alapigényre.

A tervek szerint a jövőben megváltoztatják a hivatalos előírást, s felhasználják az I-O-táblák segítségével nyert indirekt termelési alap koefficienseket.

A hivatalos metodika mind a direkt, mind az indirekt termelési alapigény után számít eszközlekötési járulékot. Ennek ellenére a hazai anyagfelhasználást az aktuális termelői árakon számolja el, amely már jelentős mértékű tiszta jövedelmet tartalmaz. Ez azonban a tiszta jövedelem egy részének dupla számbavételéhez vezet és indokolatlanul drágítja a beruházásokat.

[11] Lásd a Beruházási Kódexet [195].

18. Kísérletek a kalkulatív eszközlekötési tényező és bértényező meghatározására

18.1. Az elemzés feladata

Ebben a fejezetben γ-val, a kalkulatív eszközlekötési tényezővel és Ω-val, a kalkulatív bértényezővel foglalkozunk.[1] Elemzésünknek több feladata van.

Feladatunknak tekintünk bizonyos fokú elméleti tisztázást. Felelni próbálunk néhány olyan kérdésre, mint például: mi γ és Ω szerepe a kalkulatív árrendszerben? Mennyiben függ γ és Ω nagysága a termeléstől és mennyiben az elosztástól? Stabil vagy az időben változó nagyságok-e, s ha változnak, melyek a változás jellegzetes irányzatai?

A fogalmi tisztázás, az elméleti elemzés összefonódik γ és Ω *számszerűsítésére* vonatkozó kísérleteinkkel. Ez elképzelhetetlen bizonyos absztrakciók, egyszerűsítő feltevések nélkül. A kívánatos természetesen az lenne, ha minél kevesebb, s minél kisebb egyszerűsítést jelentő feltevéssel végezhetnénk a γ és Ω számszerű nagyságát eredményező számításokat, empirikus megfigyeléseket. Sajnos, erre nincs lehetőség. A valóság közvetlen megfigyelése — amint azt a későbbiekben látni fogjuk — nem szolgáltatja számunkra γ és Ω nagyságát.

Ilyen körülmények között egy sajátos, „visszafelé nyúló" elemzési technikára van szükség. Ezen a következőket értjük:

Általában az elemzés egyik lehetséges útja, hogy kiindulunk egy modellből, a feltevések, a premisszák adott rendszeréből, s keressük az ebből adódó következtetéseket. A problémák azonban időnként — mint most minket is — a fordított útra kényszerítenek. Adva van előre egy sejtés, s keressük azokat a feltevéseket, amelyek mellett e sejtés igaz. Noha a γ-val és Ω-val kapcsolatos elszámolási elveket a fejezet végén, az elemzés után közöljük, nem szeretnénk azt a látszatot kelteni, mintha ezeket az elméleti elemzésekből, statisztikai vizsgálatokból következtettük volna. Valójában a fordított utat jártuk. Számításainkban — jobb híján — alkalmazni kezdtünk a priori sejtéseket tartalmazó, kellően meg nem alapozott elszámolási elveket. Munka *közben*, önmagunk ellenőrzésére végeztük el az itt leírt elemzéseket. Módszerünk tehát jellegzetesen „visszafelé nyúló" elemzés volt — az előre megállapított következtetéshez kerestük a premisszákat, a modellt. Azt kívántuk ily módon meg-

[1] Az itt közöltek jelentős részben *Wellisch P.* matematikussal közösen folytatott kutatásainkra támaszkodnak, amelyekről magyar nyelven a [86] cikkben, orosz nyelven pedig a [87] cikkben közösen számoltunk be. Különösen a 18.2—4. szakaszok, valamint a 18.7—10. szakaszok használják fel a közös kutatás anyagát.

A könyv az E. függelékben közli, Wellisch P. tollából, a fejezetben szereplő megállapítások matematikai bizonyítását; ezenkívül az F. függelékben az eszközlekötési tényező számszerűsítésével kapcsolatban lefolytatott statisztikai vizsgálat leírását. Ez utóbbinál Wellisch P. társszerzőként szerepel.

állapítani: vajon mennyire elfogadhatóak a sejtésszerűen alkalmazott elszámolási elvek, s nem lehetne-e ezeket jobbakkal felváltani?

Nevezzük a továbbiakban munkahipotézisnek azt a feltevést, vagy feltevésegyüttest, modellt, amelyből logikusan következik egyik vagy másik elszámolási elv. Vizsgálatunk egyik céljaként azt kívántuk tisztázni: melyik elszámolási elvhez milyen munkahipotézis tartozik. A vizsgálat ezzel kapcsolatban ilyesféle eredményeket hozhat: az A elszámolási elv jogosult, ha elfogadjuk a Z munkahipotézist. Vagy: a B elszámolási elv jogosult, ha elfogadjuk az X, Y és Z munkahipotézist és így tovább.

A munkahipotéziseket is értékelnünk kell. Minden munkahipotézis tartalmaz ugyanis bizonyos elvonatkoztatásokat, elhanyagolásokat, pontatlanságot — s ezzel együtt bizonyos mérvű önkényességet. Ebből a szempontból sokféle fokozat lehetséges. Mi, az egyszerűség kedvéért, mindössze három fokozatba soroltuk munkahipotéziseinket:

Elfogadható munkahipotéziseknek neveztük azokat, amelyek jól egyeznek a tapasztalattal; alkalmazásuk jogosultsága nyilvánvaló; esetleg (bár nem szükségképpen) statisztikailag is verifikálhatók. Ezeket tehát különösebb aggályok nélkül alkalmazhatjuk.

Elfogadhatatlan munkahipotéziseknek nevezzük a tapasztalattal, a megfigyelt tényekkel nyilvánvalóan, mégpedig lényeges összefüggésekben ellenkezőket.

A közbeeső fokozat: az ideiglenes munkahipotézisek. Alkalmazásuk jogosultsága nem nyilvánvaló; statisztikailag nem verifikáltak — felhasználásukkor nem lehet „nyugodt a lelkiismeretünk". Alkalmazásuk csak addig indokolható, amíg helyettük elfogadható munkahipotézishez nem jutunk. Kikötöttük azonban, hogy az ideiglenes munkahipotézisek sem lehetnek abszurdak, nem ellenkezhetnek lényegesen semmilyen nyilvánvaló tapasztalattal, megfigyeléssel — azaz nem lehetnek elfogadhatatlanok.

E kis metodológiai kitérő után ismertetjük a tárgyalás menetét:

A 18.2—18.4. szakaszokban leírunk egy termelési függvényt, s néhány definíciót tisztázzuk. Ezzel mintegy előkészítjük a további elemzések „apparátusát".

A 18.5—18.11. szakaszok hat *kísérletet* írnak le, γ és Ω számszerű meghatározására. A „kísérlet" szót itt most igen tágan értjük: az egyik kísérlet népgazdasági adatokon alapuló matematikai-statisztikai számítást jelent, egy másik a jelenlegi gazdasági, tervezési gyakorlat empirikus megfigyeléséből igyekszik következtetni, egy harmadik „gondolatkísérlet", végighaladás valamely elméleti következtetésekkel biztató gondolatmeneten — annak érdekében, hogy végül is γ és Ω számszerű nagyságához eljussunk.

Sajnos, az eddigi kísérletek eredményei nagyon kevéssé megnyugtatóak. Nem sikerült *kizárólag elfogadható* munkahipotézisekre építve számszerűsíteni γ-t és Ω-t. Kénytelenek vagyunk *ideiglenes* munkahipotéziseket is igénybe venni. Nézetünk szerint azonban tanulságosak a zsákutcák, a számszerű eredményeket nem hozó kísérletek is.

A 18.12. szakasz ismerteti a gyakorlati számításokban alkalmazott elszámolási elveket, s összefoglalja, hogy milyen munkahipotézisekhez kapcsolódnak. A 18.13. szakasz néhány általános következtetést von le. Végül a 18.14. szakasz az eszközlekötési tényezővel végzett érzékenységi vizsgálatokról szól.

18.2. Az aggregált népgazdasági termelési függvény

A (16.1) árképlet szerinti kalkulatív árakat részdöntésekhez kívánjuk használni, így pl. a népgazdaság egy-egy szűkebb szféráját átfogó ágazati programozásokhoz. A képlet következetes alkalmazásával minden részdöntést is egy általános választási problémára vezetünk vissza: hogyan kombináljuk a munkát és a termelési alapot? (Itt most eltekintünk a külkereskedelmi összefüggésektől.) További elemzésünk egyes részeiben azonban — minthogy az össznépgazdasági munka és termelési alap célszerű kombinációját keressük — csak aggregált formában tárgyaljuk ezt a problémát. Az aggregált nagyságokra áttérés tulajdonképpen önmaga is számos nehéz problémát rejt, vizsgálatukra azonban nem tudtunk vállalkozni.[2]

Mivel a (16.1) képletben két elsődleges hazai ráfordítás szerepel, elméleti elemzéseinkben is egy kétváltozós, aggregált t e r m e l é s i f ü g g v é n y t alkalmazunk.[3] Egyelőre egy időpontra vonatkozó, statikus függvényeket használunk fel; később, a 18.8—10. szakaszokban térünk majd át dinamikus függvényekre.

Termelési függvényünk általános alakja a következő:

$$Y = Y(K, L), \tag{18.1}$$

ahol Y = a nemzeti jövedelem egy adott időpontban. (Természetesen gyakorlatilag nem egy időpont, hanem egy időegység — pl. egy év — nemzeti jövedelmét tekintjük.)

K = a termelési alap, mégpedig az adott időpontban ténylegesen felhasznált termelési alap volumene.

L = a létszám, mégpedig az adott időpontban ténylegesen foglalkoztatott létszám.

Nyilvánvaló a K tényező rokonsága a nyugati irodalomban ismert termelési függvények „tőke" kategóriájával. Mi a „termelési alap" kifejezést használjuk, a szocialista országok közgazdasági irodalmának szokásos szóhasználata szerint. A szóhasználat célja: hangsúlyozni a termelési eszközök tulajdonviszonyaiban végbemenő alapvető változást, s ezzel a termelési alap megváltozott társadalmi funkcióját.

A termelési alap fogalomkörének statisztikai körülhatárolását az F. függelékben ismertetjük; a K-ra vonatkozó magyar adatok közlésekor. Itt csak annyit jegyzünk meg, hogy az általunk használt „termelési alap" kifejezés némileg szélesebb a szokásosnál: magában foglalja mindazt, amit az irodalom a termelő ágazatok álló-, forgó- és forgalmi alapjának nevez.

Mint látjuk, igen erősen aggregált függvénnyel van dolgunk.[4] Elhanyagoljuk azt a tényt, hogy K különféle rendeltetésű, különféle élettartamú, minő-

[2] A könyv későbbi, az ún. „kétszintű tervezéssel" foglalkozó fejezetei ezzel rokon problémát tárgyalnak: hogyan kapcsolhatók össze a részegységek, szektorok döntései a központilag végzett erőforrás-elosztással.

[3] Az aggregált termelési függvények irodalma igen nagy. Elemzéseinkben elsősorban *Solow, R. M.* [160] és [161] cikkeire, valamint *Uzawa, H.* [171] cikkére támaszkodtunk.

[4] Függvényünk *két*változós volta azt jelenti, hogy elhanyagolunk számos, a nemzeti jövedelmet befolyásoló tényezőt. Így pl. még erősen aggregált függvény esetén is jó lenne figyelembe venni a természeti erőforrások befolyását; éppen mert a kalkulatív árak képzéséhez hasznos ismerni a természeti erőforrásokhoz kapcsolódó kalkulatív járadékokat. Ezek elemzésére azonban nem volt lehetőségünk.

ségű, technikai színvonalú gépekből, épületekből tevődik össze. Hasonlóképpen elhanyagoljuk azt a tényt, hogy L különféle teljesítményű, szakmájú, képzettségű dolgozókat jelent.

Feltételezzük, hogy mind K, mind L nagysága egyértelműen mérhető. Ez igen erős feltevés; különösen a termelési alap méréseinek nehézségei közismertek. (A létszám mérése kevésbé bonyolult feladat.)

Minél mélyebbre hatolunk a népgazdaság input-output folyamataiban, annál inkább mellőzhetők az erősen aggregált gyűjtőfogalmak. A könyv egy későbbi fejezete ismertet olyan népgazdasági modellt, amelyben a termelési alap (összesen), beruházási keret (összesen) stb. fogalmak már nem is szerepelnek, hanem a program közvetlenül arról intézkedik, mennyi és milyen gépet, építési tevékenységet mikor, hová kell allokálni. Az összevont kategóriákat azonban jelenleg nem nélkülözhetjük. (Egyébként a hagyományos tervezés is felhasznál aggregált nagyságokat, amikor összefoglalóan tervezi a felhalmozást, beruházást stb.)

A tárgyalás során mindvégig kétváltozós $Y = Y(K, L)$ termelési függvénnyel operálunk. E függvényt fokozatosan, lépésről lépésre specifikáljuk azzal, hogy kikötjük bizonyos tulajdonságait. A hivatkozások megkönnyítésére e tulajdonságokat sorba számozzuk. Az elemzés első lépéseihez elegendő csupán a következő tulajdonságokat kikötni:

A termelési függvény 1. tulajdonsága. Létezik Y_K, a termelési alap differenciális hatékonysága és Y_L, a létszám differenciális termelékenysége. E két differenciális függvény folytonos és pozitív.

$$Y_K = \frac{\partial Y}{\partial K} > 0, \qquad Y_L = \frac{\partial Y}{\partial L} > 0. \tag{18.2}$$

Mit jelent ez a tulajdonság közgazdasági szempontból?

Mindenekelőtt az Y_K és Y_L függvényeket kell értelmeznünk. Az Y_K függvény azt fejezi ki: mennyivel nő a nemzeti jövedelem, ha L-t rögzítjük és K-t egy egységgel növeljük. (Pontosabban azt kellene mondanunk: végtelen kis mennyiséggel növeljük.) Ez tehát a (18.1) termelési függvény K szerinti parciális differenciálhányadosa.

Analóg módon Y_L azt fejezi ki: mennyivel nő a nemzeti jövedelem, ha K-t rögzítjük, s L-t egy egységgel növeljük. Ez a termelési függvény L szerinti parciális differenciálhányadosa.

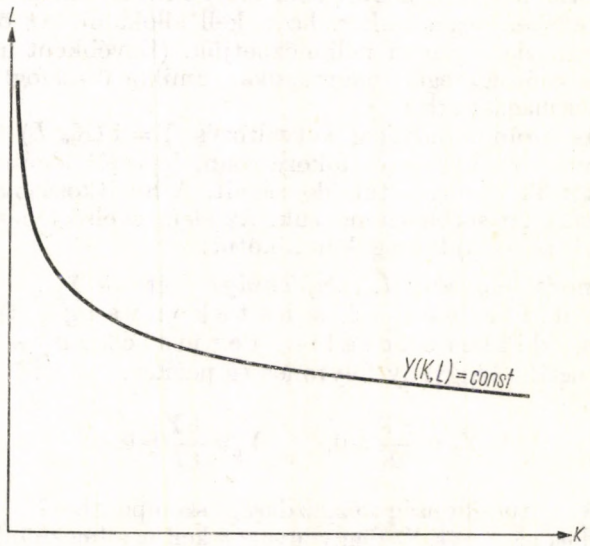
Az Y_K és Y_L függvények létének és folytonosságának feltételezése közgazdasági szempontból nem problematikus, hiszen ilyen erős aggregáció esetén feltehetjük, hogy a termelési alap és a létszám ugrások, szakadások nélkül kombinálható bármely arányban, s a termelési alap és a létszám növekményeit kombinálva ugrások és szakadások nélkül állítható elő a nemzeti jövedelemtöbblet.

Az Y_K és Y_L differenciális függvények pozitív voltának feltételezése azt fejezi ki, hogy a termelési függvény mind K-nak, mind L-nek szigorúan monoton növekedő függvénye. Ez azt jelenti: ha rögzítjük a létszámot, akkor mindig találunk olyan befektetési lehetőséget (szükség esetén a létszám kellő átcsoportosításával), amellyel még a termelési alap utolsó növekménye is elősegíti a nemzeti jövedelem növekedését. S ugyanez a másik tényezőre is áll: a termelési alap volumenét rögzítve mindig találunk olyan foglalkoztatási

lehetőséget, amelyben a többlet egy fő még hozzájárul a nemzeti jövedelem növekedéséhez.

A termelési függvény 2. tulajdonsága. A termelési függvény rögzített értéke [$Y(K, L) = Y_0 = \text{const.}$] mellett Y_K/Y_L, a helyettesítés differenciális aránya K-nak csökkenő, illetve L-nek növekvő függvénye.

A termelési függvény 2. tulajdonságát a 18.1. ábra szemlélteti. Az ábrán látható görbe az Y_0 nemzeti jövedelem izokvantum-görbéje. Azt adja meg, hogy ugyanazon rögzített Y_0 nemzeti jövedelem milyen [K, L]



18.1. ábra

kombinációkkal állítható elő. A 2. tulajdonság értelmében az izokvantumgörbe alulról konvex.

Közgazdasági szempontból a termelési függvény 2. tulajdonsága mindenekelőtt azt a feltevést fejezi ki, hogy a termelési alap és a létszám, bizonyos határok között, kölcsönösen helyettesíti egymást. Ugyanaz a nemzeti jövedelem előállítható több termelési alappal és kisebb létszámmal vagy megfordítva. Ez egyúttal azt a feltevést is magában foglalja, hogy a termelési alap „képlékeny", azaz alkalmazható akár tőkeigényesebb, akár munkaigényesebb technológia mellett.

Az izokvantumgörbe *konvexitása* közgazdaságilag a következőket jelenti. Kiindulunk az Y_0 előállítására alkalmas valamely [K, L] kombinációból, mondjuk [K_0, L_0]-ból. Ezután — az izokvantumgörbe mentén haladva — egy egységgel csökkentjük L-t. A kiesést némi többlet K-val kell pótolni. Jelöljük a többletet $\Delta_1 K$-val. Utána ismét egy egységgel csökkentjük L-t. A kiesést ismét K növelésével kell pótolni: a többlet legyen $\Delta_2 K$. Mármost a 2. tulajdonság azt jelenti, hogy $\Delta_2 K$ nagyobb, mint $\Delta_1 K$. Minden további egység L elvonását mind nagyobb és nagyobb K-növekménnyel kell pótolni. Ez műszaki és közgazdasági szempontból teljesen reális (amíg a kérdést statikusan

vizsgáljuk). Az elvont munkaerő pótlására mind fejlettebb technikát, költségesebb gépeket, automatákat stb. kell igénybe venni.

A 2. tulajdonság érvényesülésének elégséges feltétele például a következő: ha L-t rögzítjük és K nő, úgy Y_K csökken, Y_L pedig nő. Ha viszont K-t rögzítjük és L-t növeljük, úgy Y_L csökken, Y_K pedig nő. Azaz ha rögzítjük a létszámot, s egyre növeljük a termelési alapot, akkor a termelési alap pótlólagos egységei még elősegítik a nemzeti jövedelem növekedését (az 1. tulajdonság értelmében!), de az általuk elérhető nemzeti jövedelem-növekmény egyre kisebb és kisebb. Viszont a munka egyre inkább szűk keresztmetszetté válik, s így differenciális termelékenysége nő. Hasonlóképpen: ha rögzítjük a termelési alapot, akkor a pótlólagos létszám is mind kisebb és kisebb nemzeti jövedelem-növekményt biztosít. Ebben az esetben viszont a termelési alap válik fokozottan szűk keresztmetszetté.

Az elmondottak alapján a termelési függvény 1. és 2. tulajdonságának feltételezése *elfogadható* hipotézisnek minősül.

18.3. A racionális kalkulatív eszközlekötési tényező és bértarifa definíciója és létezésének lehetősége

A további tárgyaláshoz feltételezzük a következőket:

Gazdaságpolitikailag adott $\overline{K}$ és $\overline{L}$, a rendelkezésre álló termelési alap és létszám felső határa, kerete. Az előbbi nagyságát részben a népgazdaságnak eddig akkumulálódott termelési alapja, részben pedig a növelésére szánt beruházások — jórészt a gazdaságpolitikától függő — volumene szabja meg. A rendelkezésre álló létszámot is egyrészt a demográfiai, szociológiai stb. tényezők, másrészt azonban a foglalkoztatás mértékére vonatkozó gazdaságpolitika határozza meg. Ezen a helyen nem foglalkozunk azzal, hogyan adódik $\overline{K}$ és $\overline{L}$ nagysága; mennyiben függ objektív adottságoktól és mennyiben gazdaságpolitikai elhatározástól. Mivel a gazdaságpolitikának kétségkívül van bizonyos mérvű befolyása, szabadsága nagyságuk meghatározásában, nyugodtan mondhatjuk, hogy e számok *végleges* felső keretét a gazdaságpolitika rögzítette.

Ha a tervezők maximális nemzeti jövedelmet akarnak, akkor fel kell használniuk a rendelkezésre álló termelési alap- és létszámkeretet. Ez magától értetődően következik abból, amit az előző szakaszban a termelési függvény monoton növekedő jellegéről mondottunk. Nem érdemes kihasználatlanul hagyni sem a termelési alapot, sem a létszámot, hiszen minden pótlólagos egység még növelheti a nemzeti jövedelmet.

Az igen egyszerű elsődleges programozási feladat tehát, keressük azt az optimális $[K^*, L^*]$ allokációs programot, amely kielégíti a következő feltételeket:

$$\text{(18.3)} \qquad \begin{cases} K \leqq \overline{K} \\ L \leqq \overline{L} \\ Y(K, L) \to \max! \end{cases}$$

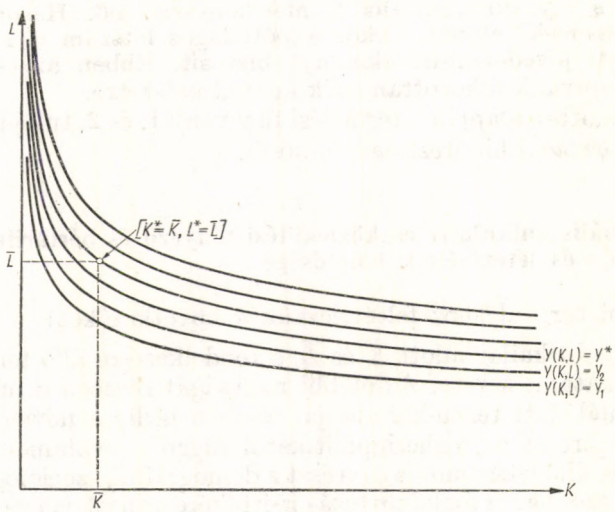
Világos, hogy a programozási feladat megoldása:

$$\text{(18.4)} \qquad \begin{cases} K^* = \overline{K} \\ L^* = \overline{L}. \end{cases}$$

Jelöljük az optimális program célfüggvényértékét Y^*-gal:

$$Y^* = Y(K^*, L^*). \tag{18.5}$$

Az elsődleges programozási feladatot a 18.2. ábrán szemléltetjük. Az ábrán látható görbesereg: a nemzeti jövedelem izokvantumgörbéi. Egy-egy görbe azt adja meg, hogy ugyanazon rögzített nemzeti jövedelem mennyiség, pl. Y_1, vagy Y_2 milyen $[K, L]$ kombinációkkal, milyen allokációs programokkal érhető el. Az ábrán látható: a maximális Y^* nemzeti jövedelmet ott érjük el,



18.2. ábra

ahol az izokvantumgörbe a rendelkezésre álló termelési alapot és létszámot behatároló téglalappal érintkezik.

A továbbiakban tehát feltételezzük: a gazdaságpolitikai célok teljesítése érdekében biztosítják mind a termelési alapok teljes kihasználását, mind a teljes foglalkoztatottságot. Mint látjuk, modellünkben nem a teljes foglalkoztatottság a *cél*, hanem az (adott felhalmozási hányad melletti) maximális nemzeti jövedelem. A teljes foglalkoztatottság eszköz a cél eléréséhez. Mindaddig, amíg csupán homogén „létszámról" beszélünk, nyilvánvaló, hogy a maximális nemzeti jövedelmet teljes foglalkoztatottsággal érhetjük el. Ha a létszámot részletesebben tagolnánk (szakma, területi elosztás stb. szerint), kitűnhetne, hogy a maximális nemzeti jövedelem eléréséhez nem lehet igénybe venni minden munkaképes lakost. A munkaerőt ugyanis nem lehet tetszés szerint átcsoportosítani, s a hiányzó munkaerőcsoportok meggátolják más csoportok teljes foglalkoztatását. Minél hosszabb időszakra tervezünk, annál valószínűbben számolhatunk az ilyen aránytalanságok megszűnésével, s annál inkább jogos, gyakorlatilag is, az az elv, hogy a teljes foglalkoztatottság vezet maximális nemzeti jövedelemhez.

Ami a termelési alap kihasználását illeti: a (18.4) reláció a rendelkezésre álló termelési alapnak nem a műszakilag maximális, hanem az adott technikai és szervezési adottságok, valamint munkaügyi feltételek (szokásos műszakszám) melletti *normális* kihasználását jelenti. (Az F. függelékben térünk ki

arra a kérdésre, mit tekinthetünk adott körülményeink között normális kihasználásnak.)

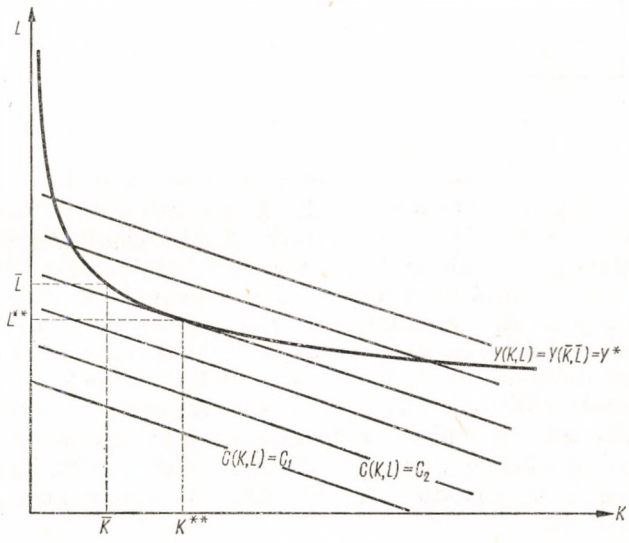
A (18.3)—(18.5) elsődleges programozási feladat ismertetését, s az ezzel kapcsolatos egyszerű összefüggéseket azért kellett előrebocsátanunk, hogy most már rátérhessünk a racionális kalkulatív eszközlekötési tényező és a racionális kalkulatív bértarifa[5] definíciójára. A γ eszközlekötési tényezőt úgy tekinthetjük, mint egységnyi termelési alap „árát", értékelését; az ω bértarifát pedig úgy, mint egységnyi létszám „árát", értékelését. A két kalkulatív árra egy másodlagos allokációs programozási feladatban van szükség. Képzeljük el, a szemléltetés kedvéért, hogy a másodlagos feladatot a Tervhivatal egy osztályának kell megoldania; annak az osztálynak, amely a műszaki fejlesztést tervezi, technológiák között választ, a termelési alappal és a létszámmal gazdálkodik. Az osztály három adatot kap feletteseitől: az Y^* maximális nemzeti jövedelmet, mint kötelező előírást; ezenkívül a γ kalkulatív eszközlekötési tényezőt és az ω kalkulatív bértarifát, majd utasítják a következő programozási feladat elvégzésére:

Határozza meg azt az optimális $[K^{**}, L^{**}]$ allokációs programot, amely kielégíti a következő feltételeket:

$$\text{(18.6)} \qquad \begin{cases} Y(K,\ L) = Y^* \\ C(K,\ L) = \gamma K + \omega L \to \min! \end{cases}$$

E másodlagos programozási feladatban a $C\ (K, L)$ *népgazdasági kalkulatív költségfüggvény* szerepel minimalizálandó célfüggvényként.

A másodlagos feladatot a 18.3. ábrán szemléltetjük. Az ábrán látható párhuzamos egyenesek a $C\ (K, L)$ népgazdasági kalkulatív költségfüggvény



18.3. ábra

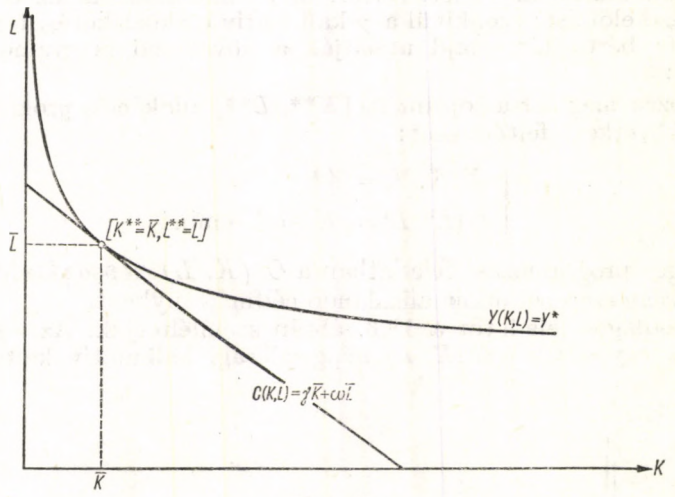
[5] A fejezet egy későbbi szakaszában kerül sor annak leírására, hogy ez az ω kalkulatív bértarifa hogyan függ össze az Ω kalkulatív bértényezővel, illetve a *tényleges* bérekkel.

C $(K, L) = \text{const.}$ egyenletű költség nívóegyenesei (isocost-line). Az ábrán láthatjuk: a költségfüggvény ott veszi fel feltételes minimumát, ahol valamelyik nívóegyenes érinti az izokvantumgörbét.

Világos, hogy a másodlagos feladatban kapott optimális program attól függ: mi γ és ω értéke. Nos, a γ eszközlekötési tényezőt és az ω bértarifát akkor nevezzük racionálisnak, ha az elsődleges és a másodlagos feladat megoldásaképpen kapott optimális allokációs program azonos (lásd a 18.4. ábrát):

$$\begin{cases} K^{**} = K^{*} = \overline{K} \\ L^{**} = L^{*} = \overline{L}. \end{cases} \tag{18.7}$$

Mint látjuk, az említett tervhivatali gazdálkodási osztály nem kapott kereteket sem termelési alapra, sem létszámra: γ és ω megválasztásával



18.4. ábra

orientáljuk arra, hogy se többet, se kevesebbet ne igényeljen K-ból és L-ből, mint amennyi éppen rendelkezésre áll. *A két kalkulatív értékelésnek éppen az a hivatása, hogy pótolja az erőforrások allokációjának közvetlen keretszerű előírását.* A költségeket minimalizáló tervezőt befolyásolni lehet a költségtényezőknek, a ráfordítások árának megszabásával. Esetünkben azt, aki a C (K, L) népgazdasági kalkulatív költségfüggvényeket minimalizálja, befolyásolni lehet a termelési alap „árának", γ-nak és a létszám „árának", ω-nak a megszabásával. A *racionális* kalkulatív eszközlekötési tényező és bértarifa — direkt előírások nélkül — egyensúlyt teremt a rendelkezésre álló és a felhasznált termelési alap és létszám között; úgy is mondhatnánk: a termelési alap és a létszám „kínálata" és „kereslete" között. És ez az egyedüli egyensúlyi állapot, az egyedüli $[K, L]$ allokáció, amely maximális nemzeti jövedelmet biztosít.

Most már összefoglalhatjuk a definíciót.

Definíció. A kalkulatív eszközlekötési tényező, γ és a kalkulatív bértarifa, ω akkor racionális, ha az

$$\begin{cases} Y(K,\ L) = Y^* \\ C(K,\ L) = \gamma K + \omega L \to \min! \end{cases}$$

programozási feladat megoldásaképpen kapott optimális allokációs program: $K^{**} = \overline{K}$, $L^{**} = \overline{L}$.

A γ és ω kalkulatív értékelések eszerint paraméterek, amelyek a tervezőket az erőforrások racionális allokációjában vezérlik. A tervezők a maximálisan elérhető nemzeti jövedelmet akarják itt minimális költségekkel előállítani, mégpedig az erőforrások adott kínálata mellett.

Mint látjuk, definíciónk szerint a γ és ω nagyságok nem befolyásolják $\overline{K}$-t és $\overline{L}$-t, a rendelkezésre álló erőforrások keretét. Úgy is mondhatnánk: nem befolyásolják a termelési alapok és a létszám „kínálatát", csupán a „keresletét". Csak a termelési alap és a létszám kombinációját, a technológia megválasztását orientálják.

Ebben a tekintetben γ funkciója, szerepe *lényegesen* különbözik pl. a tőkés gazdaság kamatlábának egyik funkciójától: a tőkekínálat befolyásolásától. A tőkepiac kamatlába egyaránt befolyást gyakorol mind a tőkekínálatra, mind a tőkekeresletre. (Bár ma már mind általánosabb az a vélemény a nyugati közgazdászok között is, empirikus tapasztalatok alapján, hogy hatása nem különösebben erős, és csak egyike a tőkepiacra befolyást gyakorló tényezőknek.) De bárhogy legyen is ez a tőkés gazdaságban, a szocialista gazdaságban *nem* az eszközlekötési tényezőhöz kell igazodnia a felhalmozás mérvének, s ezzel együtt a termelési alap „kínálatának". A felhalmozás mértékét közvetlenül kell megszabni, sokféle egyéb szempont, követelmény figyelembevételével.

A *tényleges* bér nálunk is befolyásolja a munkaerő-kínálatot, a foglalkoztatásért jelentkező személyek számát. Mi azonban most nem a tényleges, hanem a kalkulatív bért vizsgáljuk, amely eltérhet (s rendszerint el is tér) a tényleges bértől.

Definícióink szerint a racionális kalkulatív eszközlekötési tényező és bértarifa nem objektíve meghatározott nagyságok, hanem — objektív tényezők mellett — jelentős befolyást gyakorol rájuk a gazdaságpolitika is, amikor véglegesen rögzíti a $\overline{K}$ és $\overline{L}$ kereteket, a rendelkezésre álló termelési alapokat és létszámot. Jelen esetben *a kalkulatív értékelések, γ és ω egy magasabb fokú döntést közvetítenek azokhoz, akik az alacsonyabb fokú döntést hozzák.* A magasabb fokú döntés: a felhalmozás és a foglalkoztatottság mértékére vonatkozó elhatározás. Az alacsonyabb fokú döntés: a termelési alap és a létszám kombinációira, a technológia megválasztására vonatkozó elhatározások pl. az ágazati programozásokban. Ez utóbbiakhoz közvetítik a magasabb fokú döntést a γ, ω kalkulatív értékelések.

Mint a racionális γ és ω definíciójából kitűnik, mi nem azt vizsgáljuk, hogy melyik termelési tényező milyen mértékben járul hozzá a nemzeti jövedelemhez. A kérdést önmagában abszurdnak tekintem (bár persze a hasonló tárgyú nyugati irodalomban találkozunk az ily módon feltett kérdéssel is). Mind K, mind L nélkülözhetetlen Y előállításához; *együttesen* szükségesek. Emellett a mai K, a jelenleg igénybe vett termelési alap nem létezhetne a tegnapi L, a benne megtestesült holt munka nélkül. A kérdés tárgyalása természetesen igen lényeges a politikai gazdaságtan szempontjából. Mi azonban, ebben az elemzésben kizárólag azt vizsgáljuk: milyen kalkulatív értékeléseket impu-

táljunk, terheljünk rá K-ra és L-re, hogy ennek alapján az, aki a költségeket minimalizálja, célszerűen kombinálja őket, *mi legyen a kalkulatív eszközlekötési járulék és bér racionális, gazdaságos cselekvésre orientáló nagysága.*

Ezek után leszögezhetjük az első megállapítást:[6]

18.1. megállapítás. Amennyiben a termelési függvény az 1. és 2. tulajdonsággal rendelkezik, úgy található racionális eszközlekötési tényező és bértarifa.

Itt természetesen csupán a létezés lehetőségét szögeztük le (s nem azt, hogy a valóságban megfigyelhető, ténylegesen érvényesül a racionális eszközlekötési tényező és bértarifa). A 18.1. megállapításból az sem következik, hogy csupán *egyetlen* racionális γ és ω létezhet.

18.4. Az eszközlekötési tényező és bértarifa arányáról

18.2. megállapítás. Amennyiben a termelési függvény az 1. és 2. tulajdonsággal rendelkezik, úgy a racionális kalkulatív eszközlekötési tényező és bértarifa aránya egyenlő a termelési alap differenciális hatékonyságának és a létszám differenciális termelékenységének arányával (az optimális allokációs program helyén, azaz ott, ahol a termelési alap és a létszám kerete kimerül).

$$\frac{\gamma}{\omega}=\frac{Y_K}{Y_L}=\frac{\dfrac{\partial Y}{\partial K}}{\dfrac{\partial Y}{\partial L}}\Bigg|_{K=\overline{K},\ L=\overline{L}}. \tag{18.8}$$

E megállapításból mindenekelőtt egy fontos következtetés adódik: mindaddig, amíg kizárólag a termelési alap és a létszám legkedvezőbb kombinációját keressük, s egyéb tényezőkkel nem törődünk, közömbös γ és ω abszolút nagysága. *Kizárólag γ és ω egymáshoz viszonyított nagyságának* van jelentősége. Mindaddig, amíg kizárólag két korlátozott erőforrásunk van, amelyeket számításunkban a kalkulatív értékelések révén veszünk figyelembe, abszolút nagyságuk tetszőleges lehet. Ha azonban a kettő bármelyikének abszolút nagyságát rögzítettük, adottá vált a másiké is, a (18.8) reláció révén.

Áttekintve eddigi két megállapításunkat: leszögezésükhöz kizárólag *elfogadható* munkahipotézisekre volt szükségünk.

Az elmondottak „feladják a leckét" a γ és ω számszerűsítését célzó kísérleteknek: meg kellene határozni az Y_K és Y_L differenciális függvényeket, vagy legalábbis Y_K és Y_L nagyságát $K=\overline{K}$, $L=\overline{L}$ esetére. Azaz: meg kellene határozni a termelési alap differenciális hatékonyságát és a létszám differenciális termelékenységét, mindkét erőforrás rendelkezésre álló mennyiségének teljes igénybevétele mellett.

Rátérünk tehát a kísérletek ismertetésére.

[6] E fejezet megállapításainak matematikai bizonyítását az E. függelék közli.

18.5. Első kísérlet: a „tőkepiac" megfigyelése

Vajon levonható-e valamilyen következtetés a termelési alap növeléséhez szükséges beruházási keretek iránti igény, a „tőkekereslet" megfigyeléséből γ nagyságára?

Állítsuk fel — ideiglenesen — a következő munkahipotézist:

a) Adott egy előre rögzített $\overline{K}$ termelésialap-keret; részint már működő termelési alapból, részint ezután létesíthető termelési alapból, azaz beruházási keretekből. Ez a rögzített nagyság a „tőkekínálat".

b) Az állam nem ingyen adja a vállalatoknak a termelési alapot, hanem eszközlekötési járulék *tényleges* fizetését követeli meg. Itt tehát nem kalkulatív, hanem valóságos járulékról van szó. Hasonlóképpen valóságos bérköltségről is, amihez itt hozzászámítható a bérekkel arányos tényleges közteher (illetményadó) is.

c) A vállalatok érdekeltek mind a jelenlegi, mind pedig a jövőbeni nyereség maximalizálásában.

d) A vállalatok pontosan ismerik jövőbeni bevételeiket és kiadásaikat.

e) A tényleges bérszínvonal adott, s nem függ össze a termelési alap iránti kereslettel.

f) Az eszközlekötési tényező, γ nagyságát az állam a következőképpen állapítja meg:

Ajánlatot kér minden termelési alapot igénylő vállalattól: jelöljük az i-edik vállalat ajánlatát γ_i-vel. Ezeket csökkenő sorrend szerint rangsorolja, majd e rangsor szerint haladva osztja el a beruházási kereteket. Általános érvényű γ-ként annak a vállalatnak a γ_i ajánlatát írják elő, amely a beruházási keretekben részesülők közül a legalacsonyabb volt.

g) Az így kapott γ alapján képezett eszközlekötési járulék a (16.1) árképletnek megfelelően érvényesül minden tényleges, aktuális árban.

Belátható, hogy az *a)—g)* feltételek mindegyikének érvényesülése esetén a végeredményképpen előírt γ a rendelkezésre álló termelésialap-keret differenciális hatékonyságához igazodna. A ténylegesen fizetett eszközlekötési járulék és a tényleges bérköltség aránya racionális lenne:

$$\frac{\gamma}{\omega}=\frac{Y_K}{Y_L} \quad \Big| \quad K=\overline{K},\ L=\overline{L}, \tag{18.9}$$

ahol ω = az egy főre eső tényleges átlagbértarifa, beleértve az aktuális illetményadót.

Gondoljuk végig a γ-nál magasabb γ_i-t felajánló vállalat érdekét. Azért ajánlhatott többet, mert az igényelt termelési alap többet hoz, mint a végül is elfogadott, eszközlekötési járulék: $Y_K > \gamma$. Az elfogadott γ-nál kevesebbet felajánló vállalatnál azonban az igényelt (de számára végül is nem juttatott) termelési alap kevesebbet hoz: $Y_K < \gamma$. Ennek megfelelően éppen a „határigénylő" felajánlása, azaz γ fejezi ki a termelési alap differenciális hatékonyságát a $K=\overline{K}$, $L=\overline{L}$ helyen.

A „tőkepiaci modell", részletesebb, egzaktabb leírásától eltekintünk — annál is inkább, mert a továbbiakban azt szeretnénk hangsúlyozni: maga a modell hibás; a munkahipotézis elfogadhatatlan.

A magyar gazdasági élet gyakorlatában megkíséreltük fellelni a „tőkepiac" nyomait is, s vizsgáltuk: vajon ezek adnak-e módot arra, hogy belőlük a vállalat γ_i-ajánlataira, illetve a termelési alap differenciális hatékonyságára következtessünk. Három jelenséget érdemes ezzel kapcsolatban megnézni:

1. Amint az a könyv 2. fejezetéből kitűnt, minden beruházás előtt gazdaságossági számítást kell végezni, egyebek között ki kell számítani az úgynevezett g_n mutatót. Az i-edik beruházási javaslat g_n mutatóját a következő képlet adja meg:

$$g_{ni}=\frac{S_i}{0{,}2P_i+R_i}, \tag{18.10}$$

ahol S_i = a létesítmény bevétele;
P_i = a beruházási költség;
R_i = az üzemeltetési költség.

A g_n mutatótól elvárják, hogy értéke lehetőleg ne legyen 1 alatt. Tekintsük tehát 1-et e mutató „normatív értékének", s ennek megfelelően írjuk le az eredeti (18.10) g_n mutató helyett a következő képletet:

$$\frac{S_i}{\gamma_i P_i+R_i}=1. \tag{18.11}$$

Itt tehát most a hivatalos kalkulatív γ-ként szereplő 0,2 eszközlekötési tényező helyébe ismeretlenként írjuk be az i-edik beruházási javaslatra jellemző γ_i-t. (18.11)-ből

$$\gamma_i=\frac{S_i-R_i}{P_i}. \tag{18.12}$$

A γ_i nagyság itt úgy tekinthető, mint az i-edik beruházási javaslat b e l s ő e s z k ö z l e k ö t é s i t é n y e z ő j e. Tulajdonképpen nem más, mint a beruházási költség egységére eső kalkulatív nyereség; egyfajta kalkulatív „profitráta". A beruházási javaslat előterjesztői ezt a „keresleti" eszközlekötési tényezőt „ajánlják fel". Amikor g_n mutatójukat benyújtják, tulajdonképpen azt állítják: még akkor sem válnának veszteségessé, a hivatalos kalkulatív értékelésekkel mérve, ha a γ_i tényező szerinti eszközlekötési járulékot meg is kellene fizetniük.

A 18.1. táblázat közli az 1963—64-ben engedélyezett beruházások g_n mutatóinak ágazati átlagait. (A táblázatot lásd a következő oldalon.) Eszerint az ágazatok nagy részében a g_n mutató értéke 1 felett van; a beruházási javaslatok nagy részének „belső" γ_i eszközlekötési tényezője több 0,2-nél.

Ebből azonban semmit sem következtethetünk az eszközlekötési tényező valóban indokolt nagyságára, s ezzel együtt a beruházási keretek differenciális hatékonyságára. A jelenlegi mechanizmusban a beruházási javaslatok előterjesztői nyugodt lélekkel mutathatnak ki szinte bármilyen magas „belső" γ_i-t — ennek lényegében nincsen konzekvenciája. Az általuk jelzett γ_i-t nem kell ténylegesen megfizetniük. A termelési alap, a beruházási keret a legutóbbi időkig ingyen juttatás volt. A vevő nyugodtan ígérhet tehát magas árat, mert tudja, hogy végül is ingyen kapja az árut. Világos, hogy az ilyen „piac" „árajánlataiból" semmit sem következtethetünk.[7]

[7] A könyv 9. fejezete adatszerűen is kimutatta, milyen mértékben torzítják, „szépítik" a beruházási javaslatok a várható bevételeket és kiadásokat, s ezzel együtt a „belső" eszközlekötési tényezőt is.

2. A beruházási keretek egy részét nem ingyen, hanem visszatérítendő, 3% kamatú hitelre kapták a vállalatok. (Ez az ún. önköltségcsökkentő hitel.) Volumene rendszerint csekély; az állami beruházásoknak még 1%-át sem éri el. A rendelkezésre álló kereteket így sem merítik ki. A keretek igénybevételét a 18.2. táblázat mutatja be a következő oldalon.

Mint ahogy az előbb a 20%-nál magasabb ajánlatokból nem következtethettünk a termelési alap differenciális hatékonyságának magasságára, ugyan-

18.1. táblázat

A g_n mutatók ágazati átlagai*

Ágazat	Hány darab beruházás	Beruházási költség (millió Ft-ban)	g_n mutató átlaga
Szénbányászat, brikettgyártás	11	2292	0,85
Kőolajipar	4	665	1,99
Kohászat	6	1650	1,06
Alumíniumipar	4	2120	0,77
Szerszámgépipar	4	172	1,47
Híradástechnika	3	351	1,50
Műszeripar	1	96	1,22
Villamossági ipar	1	85	1,70
Erősáramú ipar	3	1402	1,18
Tömegcikkipar	2	255	1,07
Öntödék	3	356	1,38
Egyéb gépipar	5	649	1,29
Villamosenergia-ipar	2	1579	1,78
Építőanyag-ipar	11	763	1,43
Vegyipar	12	9182	0,97
Papíripar	9	1705	0,98
Bútoripar	8	271	1,24
Nyomdaipar	5	195	2,64
Bőr- és cipőipar	7	269	1,39
Pamutipar	22	1770	1,08
Gyapjúipar	9	132	1,49
Kötszövőipar	8	250	1,07
Rostkikészítőipar	6	140	1,37
Élelmiszeripar	8	765	1,03

* Forrás: az OT Beruházási Iroda közlése.

úgy a 3%-os kamat megfizetésétől való tartózkodás sem bizonyíték a termelési alap differenciális hatékonyságának ilyen alacsony volta mellett. Miért vegyen a vállalat igénybe kamatos hitelt mindaddig, amíg ingyen is kaphat beruházási keretet?

3. Legújabban hivatalosan előírták, hogy a vállalatok kötelesek 5% eszközlekötési járulékot fizetni a ténylegesen igénybe vett termelési alap után. Ez igen jelentős intézkedés: Jugoszlávia után elsőként Magyarországon vezették be. Hatása azonban még nem mérhető fel. Egyelőre még nem hatott az aktuális árakra; bevezetése óta még nem volt árrendezés. Nem befolyásolta

érdemlegesen a vállalatok nyereségrészesedését sem; mert a járulék nagyságának megfelelően csökkentették a vállalatok nyereségbefizetési kötelezettségét. (Emellett a jelen pillanatban a vállalatok érdekeltsége a nyereségben nem is különösebben erős.) Ezért pillanatnyilag még semmit sem mondhatunk arról, hogyan hat a tényleges eszközlekötési járulék a termelési alapok iránti igényre.

Mindenesetre a ténylegesen fizetendő, aktuális eszközlekötési járulék bevezetése arra mutat, hogy a jövőben némileg erősödnek a „tőkepiaci mechanizmusok" hatásai. Ez a fejlődés egészségesnek ígérkezik. Elképzelhető, hogy bizonyos támpontokat itt is nyerhetünk majd a racionális γ nagyságára.

18.2. táblázat

A kamatos beruházási hitelkeret igénybevétele*

Év	A keret igénybevétele %-ban
1959	94,6
1960	81,6
1961	88,0
1962	98,3

* Forrás: *Magyar J.* [113] tanulmánya.

A ténylegesen fizetendő eszközlekötési járuléktól sem szabad azonban túl sokat várni. Közismert, hogy még a kapitalista gazdaságban is milyen kevéssé „tökéletes" a verseny éppen a tőkepiacon. A kamatláb korántsem csupán a befektetések valóságos differenciális hozamától függ, hanem számos egyéb tényezőtől is: a vállalkozók várakozásaitól, az általános konjunkturális helyzettől, a pénzügyi politikától, a valuta stabilitásától stb.

A szocialista tervgazdaságban a termelési alapok, a beruházási keretek elosztását semmiképpen sem lehet alapvetően valamilyen „tőkepiaci mechanizmusra" bízni. Ez legfeljebb kisegítő ellenőrző szerepet játszhat, de nem szabályozhatja a termelési alapok alapvető részének elosztását. Gondoljunk — hogy csak egy-egy összefüggést említsünk — a vállalatok vezetőinek és kollektíváinak *hosszú lejáratú* anyagi és erkölcsi érdekeltségére, a beruházásokkal kapcsolatos kockázat vállalására, s mindazokra az egyéb nehéz gazdaság-szociológiai problémákra, amelyek mind felmerülnek, ha a beruházási döntések fokozott decentralizálására sor kerülne. Mindezek miatt nem várható, hogy a szakasz elején leírt feltevések következetesen megvalósuljanak. Ezért a munkahipotézis nem fogadható el.

Összefoglalva: *egyelőre semmiféle érdemleges támpontot nem nyerhettünk a racionális eszközlekötési tényező és bértarifa nagyságára a beruházásokat igényelő egységek reakcióiból (igényléseikből, gazdaságossági számításaikból, eszközlekötési járulék-ajánlataikból). Ha a jövőben nyerhetünk is némi információt e reakciókból, semmiképpen sem alapozhatjuk erre a racionális kalkulatív értékelések meghatározását.*

18.6. Második kísérlet: következtetés tervváriánsokból

Tegyük fel, hogy az Országos Tervhivatal, a távlati tervek hagyományos módszerekkel történő összeállításakor *több* variánsban készíti el a tervet. Például:

Első variáns: terv K_1 termelési alap és L_1 létszám mellett. Az utolsó tervév nemzeti jövedelme: Y_1.

Második variáns: terv K_2 termelési alap és L_1 létszám mellett: $K_2 > K_1$. A tervvariáns nemzeti jövedelme: Y_2.

Harmadik variáns: terv K_1 termelési alap és L_2 létszám mellett. Ez valamivel több, mint az első variáns létszám-előírása: $L_2 > L_1$. A tervvariáns nemzeti jövedelme: Y_3.

Tegyük fel: az OT úgy dolgozza ki a tervvariánsokat, hogy minden egyéb körülményt változatlannak tekint. Emellett arra törekszik, hogy az első variáns már magában foglalja a viszonylag legkedvezőbb akciókat; tehát a második variánsban a többlet termelési alap már csak az eddigi termelési alap hatékonyságánál kisebb hatékonysággal vonható be:

$$\frac{Y_2 - Y_1}{K_2 - K_1} < \frac{Y_1}{K_1}. \tag{18.13}$$

Analóg a helyzet a harmadik variánssal is.

Amennyiben ilyen variánsok rendelkezésünkre állnának, a következő információt nyerhetnénk:

$$\begin{aligned} \frac{Y_2 - Y_1}{K_2 - K_1} &\approx Y_K \\ \frac{Y_3 - Y_1}{L_2 - L_1} &\approx Y_L, \end{aligned} \tag{18.14}$$

azaz megközelítő becsléseket kaphatnánk a létszám differenciális termelékenységére és a termelési alap differenciális hatékonyságára, a rendelkezésre álló termelésialap- és létszámkeretek „környékén".

Ilyen tervvariánsok azonban Magyarországon, a tervezés eddigi másfél évtizede alatt egyetlenegyszer sem készültek. Az egy-egy távlati terv kidolgozása során a tervezés különböző fázisaiban születő tervvariánsok egymást *követik*, s nem érvényesítik a „ceteris paribus" elvet. Ellenkezőleg: éppen azért készültek, hogy más-más alapvető adatokat (pl. eltérő gazdaságpolitikai követelményeket stb.) juttassanak érvényre. Az egymást követő variánsokból tehát nem tudhatjuk meg, hogy mennyit változik a nemzeti jövedelem, ha csak egy tényező változik, s minden egyéb változatlan — s ezért nem használhatók parciális deriváltak közelítő becsléséhez sem.

Az 1., valamint a 8. fejezetben részletesen leírt nehézségek miatt nem várható reálisan, hogy a jövőben a hagyományos tervezésben sor kerülhet szimultán tervvariánsok összeállítására.

Összefoglalva: *a racionális kalkulatív eszközlekötési tényező és bértarifa becsléséhez nem várhatunk támpontokat a hagyományos távlati tervezéstől, amely nem készített, s előreláthatólag a jövőben sem készít szimultán tervvariánsokat.*

18.7. Harmadik kísérlet: következtetés a nemzeti jövedelem elosztásából

Az alábbiakban egy „gondolatkísérletet" írunk le: vajon lehet-e következtetni a racionális γ és ω nagyságára a nemzeti jövedelem *elosztásának* adataiból?

A nemzeti jövedelem felhasználásának kétféle célja: a felhalmozás és a fogyasztás. Jelöljük a nemzeti jövedelem felhalmozási hányadát α-val. Eszerint a felhalmozás αY, a fogyasztás pedig $(1-\alpha)Y$.

Vezessük be a további tárgyalásokhoz a nemzeti jövedelem standard felosztásának fogalmát. Jelöljük a standard felosztás melletti felhalmozási hányadot $\alpha^{\triangle}$-val.

Definíció. A nemzeti jövedelem standard felosztása esetén a felhalmozás úgy aránylik a fogyasztáshoz, mint a termelési alap differenciális hatékonyságának és a termelési alapnak a szorzata a munka differenciális termelékenysége és a létszám szorzatához (mindkét parciális deriváltat a termelési tényezők teljes kihasználása mellett számítva).

$$\frac{\alpha^{\Delta}}{1-\alpha^{\Delta}}=\frac{Y_K K}{Y_L L} \quad \Big| \quad K=\overline{K},\ L=\overline{L}. \tag{18.15}$$

Tételezzük fel egy pillanatra: valamilyen belső szükségszerűség arra kényszeríti a gazdaságot, hogy a nemzeti jövedelem standard felosztása jusson érvényre. Ez esetben könnyű lenne meghatározni a racionális kalkulatív eszközlekötési tényező és bértarifa arányát.

18.3. megállapítás. Ha a termelési függvény az 1. és 2. tulajdonságokkal rendelkezik, s érvényesül a nemzeti jövedelem standard elosztása, akkor a racionális kalkulatív eszközlekötési járulék úgy aránylik a racionális kalkulatív béralaphoz, mint a felhalmozási hányad a fogyasztási hányadhoz.

$$\frac{\gamma \overline{K}}{\omega \overline{L}}=\frac{\alpha^{\Delta}}{1-\alpha^{\Delta}}, \tag{18.16}$$

amiből

$$\frac{\gamma}{\omega}=\frac{\overline{L}}{\overline{K}}\,\frac{\alpha^{\Delta}}{1-\alpha^{\Delta}}. \tag{18.17}$$

Ebben az esetben elég lenne α^{Δ}-t, $\overline{K}$-t és $\overline{L}$-t ismerni, hogy a számunkra oly fontos γ/ω arányt meghatározhassuk.

Le kell azonban szögeznünk: *nem ismeretes előttünk semmiféle olyan belső törvényszerűség, amely szerint a nemzeti jövedelem standard elosztásának kell érvényesülnie a szocialista gazdaságban.* A tényleges felhalmozási hányad lehet kisebb, egyenlő vagy nagyobb a standard felosztás szerinti α^{Δ}-nál.

Azt is leszögezhetjük: a standard felosztás szerinti hányad nem tekinthető a célszerű, kívánatos aránynak, valamiféle normatívának sem. Gazdaságpolitikai megfontolások alapján egyaránt indokolt lehet akár $\alpha>\alpha^{\Delta}$, akár $\alpha<\alpha^{\Delta}$.

Ennek ellenére további elemzéseinkben, majd az elszámolási elvek kialakításánál *ideiglenes* munkahipotézisként felhasználjuk a nemzeti jövedelem standard felosztásának feltételezését. A feltevés jogosultsága egyáltalán nem nyilvánvaló (bár ugyanakkor nem is abszurd).

Vajon a munkahipotézis alkalmazása nem jelenti-e azt, hogy magunkévá tettük a *Clark*-féle határtermelékenységi jövedelemmegosztási elméletet?[8]

Mindenekelőtt állapítsunk meg bizonyos fogalmi analógiát. A Clark-féle határtermelékenységi jövedelemmegoszlás megegyezik az általunk definiált standard elosztással, ha (a kapitalizmus viszonyaira vonatkoztatva) a következő kiegészítő feltevéseket tesszük: a tőkések minden jövedelmüket felhalmozzák, a munkások pedig minden jövedelmüket elfogyasztják. (Vagy ami ezzel nyilván ekvivalens: a tőkések fogyasztása egyenlő a munkások által megtakarított, s felhalmozásra kerülő jövedelemmel.)

[8] Lásd erről pl. a *Cobb—Douglas*-függvény egyik megalkotójának, a *Clark*-féle elmélet hívének, *Douglas, P. H.*-nak [38] könyvét.

E fogalmi analógia után nézzük meg, miben áll az eltérés.

Először: a határtermelékenységi jövedelemeloszlás elméletének hívei azt állítják, hogy elméletük — legalábbis a kapitalizmus viszonyai között — reális képe a tényleges jövedelemeloszlásnak. Ez azonban tévedés. Igaz, hogy a vállalatok termelési és beruházási politikájuk kialakításakor mérlegelik a foglalkoztatottság növelésétől és az új beruházásoktól várható hasznot; enynyiben a „tőke" és a „munka" versenyez egymással az igénybevételért. Ez abba az irányba hat, hogy a kamat és a bér aránya megfeleljen a tőke és a munka differenciális termelékenysége arányainak. Ezt a tendenciát azonban számos más tényező korlátozza, például a monopóliumok, oligopóliumok hatalma, az állam beavatkozása mind a tőkepiacba, mind a munkabérek alakulásába, az adórendszer, a szakszervezetek szerepe, általában a munkásosztály politikai és gazdasági harca stb. A sokféle tényező együttes hatása végső soron messzemenően eltérítheti a nemzeti jövedelem tényleges elosztását a standard elosztástól. Mindezek miatt ma már számos nem marxista közgazdász is elveti a határtermelékenységi jövedelemeloszlás elméletét.[9]

Rátérve a szocializmusra: *nem* állítjuk, hogy a standard felosztás reálisan tükrözi a nemzeti jövedelem tényleges felosztását. Ez csupán az *egyik lehetséges* felosztás; s ha mégis feltételezzük érvényesülését, ezt csupán ideiglenes munkahipotézisként tesszük.

A másik lényeges eltérés: a Clark-féle elmélet számos híve azt vallja, hogy a határtermelékenységi jövedelemeloszlás kifejezetten *kívánatos*, célszerű, mert ez biztosítja a termelési tényezők megfelelő kombinációját. Az elmélet itt már átcsap a tőkés jövedelemeloszlás morális védelmezésébe.

Mi azonban *nem* a tényleges jövedelemeloszlás célszerű arányainak kérdésével foglalkozunk. Úgy véljük, hogy ez messze túlnőne szűken vett gazdasági-tervezési témakörünkön; tudományos vizsgálata átvezet a politikai és gazdasági szociológia területére, nem szólva morális vonatkozásairól. Vizsgálódásainkban a standard felosztás kizárólag abban az összefüggésben merül fel, hogy meg akarjuk állapítani a termelési alap és a létszám *kalkulatív* értékelését. Nem azt vizsgáljuk, mi legyen a dolgozók *tényleges* bére, hanem kizárólag azt: milyen kalkulatív bértarifát *terheljünk rá* a gazdasági számításokban a létszámra.

Összefoglalva: *a nemzeti jövedelem elosztási adataiból nem következtethetünk a racionális kalkulatív eszközlekötési tényezőre és bértarifára, csupán akkor, ha kiegészítő feltevéseket teszünk; így pl. ideiglenes hipotézisként alkalmazzuk a standard felosztás feltételezését.*

18.8. Negyedik kísérlet: következtetés a népgazdaság növekedési üteméből. A modell leírása

Az első három kísérletben statikus vizsgálatokból próbáltunk következtetéseket levonni. Következő elemzéseinkben a nemzeti jövedelem, a termelési alap és a létszám *időbeli növekedéséből* kísérlünk meg következtetni az eszközlekötési tényező nagyságára.

[9] Illusztrációképpen idézzük pl. *Hicks, J. R.* sorait: „. . . hogyan tudhatnánk, hogy a tényezők megkapják határterméküket? Feltehetjük-e, hogy a monopolista verseny egész elmélete csupán rövidlejáratra érvényes?" (Lásd [55].)

A közgazdasági irodalom sugalmazza azt a gondolatot, hogy az eszközlekötési tényező nagysága a népgazdaság növekedési üteméhez igazodik.[10] Az összefüggést egy „gondolatkísérlettel" magunk is megvizsgáltuk. A vizsgálat céljaira egy egyszerű, aggregált növekedési modellt állítottunk fel.

A modellhez mindenekelőtt tovább specifikáltuk a termelési függvényt: az 1. és 2. tulajdonsággal jellemzett függvények osztályából kiemeltünk egy szűkebb alosztályt. A növekedési modellhez használt termelési függvény alakja a következő:*

$$Y(t) = A e^{\mu t} K(t)^{\beta} L(t)^{\eta}, \tag{18.18}$$

ahol

t = az idő, mint folytonos változó;

A = a termelési függvény konstans együtthatója. Ennek nincs önálló közgazdasági jelentése; a mértékegységek alkalmas megválasztásával akár 1 is lehet;

e = a természetes logaritmus alapja;

μ = a technikai színvonal minőségi paramétere;

β = a nemzeti jövedelemnek a termelési alap szerinti elaszticitása. Ez azt adja meg: hány %-kal nő a nemzeti jövedelem, ha 1%-kal növeljük a termelési alapot és a létszám változatlan;

η = a nemzeti jövedelemnek a létszám szerinti elaszticitása. Azt adja meg: hány %-kal nő a nemzeti jövedelem, ha 1%-kal növeljük a létszámot és a termelési alap változatlan.

Melyek a függvény lényeges új tulajdonságai?

A termelési függvény 3. tulajdonsága. A nemzeti jövedelem $(\beta+\eta)$-fokú homogén függvénye K-nak és L-nek.

[10] Elsősorban *Neumann János* híres növekedési modellje (lásd [133]), valamint az ennek továbbfejlesztését célzó *Dorfman—Samuelson—Solow*-féle „turnpike-tétel" mutatja ki, hogy — meghatározott feltételek között — a kamatláb egybeesik a népgazdaság növekedésével. (Lásd [37].) A „turnpike-tétel" továbbfejlesztésével számos szerző foglalkozott, így pl. *McKenzie, L.* [123], *Radner, R.* [147] cikke.

A gazdasági növekedés úgynevezett „aranyszabályát" (golden rule) a *Neumann*-modelltől eltérő közgazdasági feltevések alapján, s más matematikai apparátussal vezették le. Ezt a matematikai-közgazdasági tételt az 1960—62. években egymástól függetlenül (s részben egymástól eltérő gondolatmenettel) bizonyította be a következő hat közgazdász: *M. Allais, J. Desroussaux, E. S. Phelps, Joan Robinson, T. Swan* és *C. C. von Weizsäcker*. Az „aranyszabály" lényege az, hogy — meghatározott feltételek mellett — az egy főre eső fogyasztás növekedési üteme akkor maximális, ha a nemzeti jövedelem növekedési üteme egybeesik a profitrátával.

Könyvemben nem térek ki arra, hogy a 18.8. és 18.9. szakaszban leírt egyszerű növekedési modell mennyiben hasonlít egyfelől a „turnpike"-elmélet, másfelől az „aranyszabály"-elmélet modelljeihez, s mennyiben tér el azoktól.

A mi fejtegetésünkben egyébként nem a különböző időpontban érvényes árrendszerek átszámítására szolgáló kamatlábat vizsgáljuk, hanem az adott időpontban a termelési alapért felszámítandó eszközlekötési járulékot. E két nagyság között azonban vannak szoros összefüggések. Ezekről röviden szó esik a könyv D. függelékében.

* Mostantól kezdve, a fejezet végéig feltesszük, hogy $K = \overline{K}$ és $L = \overline{L}$. Eszerint mindvégig a K és L jelölést használjuk a képletekben.

Ezt a tulajdonságot a következőkkel mutathatjuk meg:

$$Y(mK,\ mL)=m^{\beta+\eta}Y(K,\ L). \tag{18.19}$$

Vagyis, ha mind a termelési alapot, mind a létszámot ugyanazzal az m tényezővel szorozzuk, a nemzeti jövedelem $m^{\beta+\eta}$-szorosára nő. Ezzel kapcsolatban három eset lehetséges:

a) Az elaszticitások összege 1.

$$Y(mK,\ mL)=mY(K,\ L) \qquad \beta+\eta=1, \tag{18.20}$$

azaz a nemzeti jövedelem ugyanabban az arányban változik, mint a termelési alap és a létszám. Az angol nyelvű irodalom ezt nevezi a „constant return to scale" esetének. A kifejezésben a „to scale" tradicionálisan arra utal, hogy itt a differenciális hozadék *valamennyi* tényező *együttes, azonos arányú* változtatása esetén állandó. Ezért — a félreértések elkerülése végett — a kifejezés egyszerű lefordítása helyett a (18.20) szerintieket „állandó differenciális hozadék a tényezők *együttes, azonos arányú* változtatása esetén" elnevezéssel jelöljük.

Amennyiben az elaszticitások összege 1, úgy a termelési függvény elsőfokú homogén.[11]

b) Az elaszticitások összege nagyobb 1-nél. Ez esetben a nemzeti jövedelem nagyobb arányban nő, mint ahogy K-t és L-t növeltük. Ha pl. $\beta+\eta=1{,}2$, $m=1{,}5$, akkor — a termelési alapot és a létszámot egyaránt másfélszeresére növelve — a nemzeti jövedelem nem 50, hanem 63%-kal nő. Ez az „increasing return to scale" esete: növekvő differenciális hozadék a tényezők *együttes, azonos arányú* növelése esetén.

c) Az elaszticitások összege kisebb 1-nél. Ez a „diminishing return to scale" esete: csökkenő differenciális hozadék a tényezők *együttes, azonos arányú* növelése esetén.

Elemzésünket most nem szükséges az *a)*, *b)* vagy a *c)* eset fennállásához kötni, megállapításainkat kimondhatjuk általánosabb formában, mindhárom esetre érvényesen is. Éppen ezért azt mondhatjuk: a 3. tulajdonság elfogadható munkahipotézisnek tekinthető.

[11] Ezen a helyen röviden utalni szeretnénk arra, mi a kapcsolat az általunk használt termelési függvények és a Cobb—Douglas-függvény, illetve más, az irodalomban ugyancsak alkalmazott termelési függvények között.

Az eredeti Cobb—Douglas-függvény (lásd [38]) a következő:

$$Y=AK^{\beta}L^{1-\beta}. \tag{18.21}$$

Ez tehát *statikus, első fokú* homogén függvény.

E függvény dinamizált változata *Solow, R. M.* [160] és [161] cikkeiben lett ismeretes:

$$Y=Ae^{\mu t}K^{\beta}L^{1-\beta}. \tag{18.22}$$

Ez tehát *dinamikus*, de *ugyancsak* első fokú homogén függvény.

A (18.18) képletben szereplő függvény, amely ugyancsak ismert az irodalomból, eszerint *általánosabb* a Solow-félénél, mert nincs kötve az *első fokú* homogenitáshoz, a „constant return to scale" feltevéshez.

Az irodalomban ismeretesek más termelési függvények is. Lásd pl. az *Arrow, K. J.—Chenery, H. B.—Minhas, B. S.* és *Solow, R. M.* által kidolgozott és [6]-ban ismertetett függvényt.

A termelési függvény 4. tulajdonsága. A függvényben változóként szereplő két termelési tényező, a termelési alap és a létszám mellett harmadikként szerepel az e^{vt} tényező, amely az idő függvényében exponenciálisan nő.

A 4. tulajdonság közgazdasági értelmezése a következő:

A technikai fejlődés egyszerre *mennyiségi* és *minőségi*. Egyrészt nő $k = K/L$, a munka technikai felszereltsége. E *mennyiségi* változás hatását fejezi ki a (18.18) függvénynek az a tulajdonsága, hogy adott L mellett több K nagyobb Y-t eredményez. A technikai fejlődés *minőségi* oldalának érzékeléséhez képzeljük el egy pillanatra, hogy K/L, a munka technikai felszereltsége nem változik. Az idő haladtával mégis nőne a munka termelékenysége, mert fejlődne a munkások szakmai színvonala, ügyessége, technikai kultúrája, munkafegyelme, javulna a termelés szervezettsége, apró változtatások (azonos k mellett is) növelik a gépek teljesítőképességét, csökkentik állásidejüket stb. Ugyanakkor, a műszaki haladás következtében, a termelési alap folytonos megújulásának folyamatában javul a gépek, technikai berendezések minősége, teljesítménye. Egy mai gép „többet tud", mint a hasonló rendeltetésű és beszerzési költségű harminc év előtti gép. Mindezt a változást együttesen tükrözi a termelési függvényben az e^{vt} tényező folytonos növekedése. E tényező kizárólag az idő függvényében nő; növekedésének ütemét fejezi ki a paraméter, a technikai színvonal minőségi paramétere. Ahogy az idő halad, úgy a K és az L hatása mintegy „felszorzódik" az időben egyre növekvő e^{vt} tényezővel.

A (18.18) függvénytípus felhasználása azzal az előnnyel jár, hogy empirikusan megfigyelhető tényekkel ellentmondás nélkül összeegyeztethető.

Érzékeltetéséhez előbb egy fogalmat vezetünk be: nevezzük a termelési alap (átlagos) hatékonyságának a termelési alap egységére eső nemzeti jövedelmet, s jelöljük χ-vel:

$$\chi(t) = \frac{Y(t)}{K(t)} . \tag{18.23}$$

Az egyik empirikus megfigyelésről már szó volt a termelési függvény 2. tulajdonságának leírásakor: adott időpontban, rögzített t mellett Y_K, a termelési alap differenciális hatékonysága, s vele együtt nyilván χ, a termelési alap átlagos hatékonysága is a termelési alap növekedésével *csökken*. A másik empirikus megfigyelés: $\chi(t)$, a termelési alap átlagos hatékonysága az időben megközelítően konstans. Így van ez számos országban, köztük Magyarországon is.[12] Mármost a későbbi megállapításokból kitűnik, hogy a (18.18) alakú termelési függvény (valamint egyéb kiegészítő feltevések) érvényesülése esetén egyszerre fennállhat *mindkét* jelenség: *adott időpontban* csökkenő, s az *időben* mégis állandó χ és Y_K. A (18.18) függvény itt a következő egyszerű összefüggést fejezi ki:

Ha *ma* azonos létszám mellett a tervezett 30 milliárd helyett 31 milliárd forintot ruházunk be (azaz nő a munka technikai felszereltsége), a többlet egymilliárd hatékonysága már kisebb, mint az első 30 milliárdé — feltéve, hogy azt a leghatékonyabb beruházásokra szántuk. Viszont a technikai fel-

[12] Az erre vonatkozó statisztikai adatokat lásd az F. függelékben.

szerelteség folyamatos növelése *az időben* nem jár ilyen hatékonyságcsökkenéssel, mert azt ellensúlyozza a technikai fejlődés minőségi oldala; az a tény, hogy a holnapi egymilliárdnyi gép „többet tud", mint a mai.[13]

Mindezek alapján a termelési függvény 4. tulajdonsága is elfogadható munkahipotézisnek tekinthető.

A termelési függvényre vonatkozó feltevések mellett további kiegészítő feltevéseket is teszünk növekedési modellünkhöz. Ezek a következők:

Feltételezzük, hogy a létszám az időben exponenciálisan nő:

$$L(t) = L_0 e^{\lambda t}, \tag{18.24}$$

ahol

L_0 = a létszám a kezdő időpontban;
λ = a létszám növekedési üteme.

Feltételezzük, hogy a felhalmozás az időben állandó[14]:

$$\alpha = \frac{\dot{K}}{Y} = \text{constans}. \tag{18.25}$$

Feltételezzük, hogy a gazdaságpolitika megköveteli: a nemzeti jövedelem növekedése legyen egyenletes. A gazdasági részlettervek megfelelő kidolgozásával biztosítja, hogy a nemzeti jövedelem növekedési üteme, ϱ az időben változatlan legyen:

$$\varrho = \frac{\dot{Y}}{Y} = \text{constans}. \tag{18.26}$$

A (18.24) és a (18.26) feltevések jogosultságát statisztikailag verifikáltuk. (Lásd az F. függeléket.) Ugyanez nem mondható el a (18.25) feltevésről: a felhalmozási hányad a múltban eléggé ingadozott. A jövőben azonban, ha a gazdaságpolitika megköveteli, a felhalmozási hányad stabilitása reálisan biztosítható. (Erre a kérdésre is kitér az F. függelék.)

Mindezek alapján a (18.24)—(18.26) feltevések elfogadható munkahipotézisnek minősülnek.

[13] A marxisták, elsősorban a földjáradék problémáival kapcsolatban, régóta bírálták a csökkenő hozadék jelenségének egyoldalú értelmezését és túlhangsúlyozását. *Lenin V. I.* például [98] művében, *Bulgakov, Sz.* orosz közgazdásszal vitatkozva rámutatott: a mezőgazdaságban csak a technika adott, változatlan színvonala mellett találkozunk csökkenő hozadékkal, miközben az alapvető tendencia: a technika, a termelőerők fejlődése. A (18.18) típusú dinamizált függvényben éppen ez fejeződik ki: adott t-re érvényesül a csökkenő hozadék, mégis, a technikai haladás minőségi oldalát kifejező paraméter hatására a termelési alap differenciális hatékonysága az időben nem csökken.

[14] A szimbólum fölé tett pont az idő szerinti első derivált megkülönböztető jele. Tehát pl.

$$\dot{K} = \frac{dK}{dt}.$$

18.9. Negyedik kísérlet: következtetés a népgazdaság növekedési üteméből. A megállapítások

Az előzőekben leírt egyszerű növekedési modellt most még egyszer tömören összefoglaljuk:

$$(18.27)\qquad \begin{cases} Y(t) = Ae^{\mu t}K(t)^{\beta}L(t)^{\eta} \\ L(t) = L_0 e^{\lambda t} \\ \alpha = \text{constans} \\ \varrho = \text{constans.} \end{cases}$$

A modell keretei között a következő megállapításokat tehetjük:

18.4. megállapítás. A (18.27) feltevések mellett a termelési alap átlagos és differenciális hatékonysága az időben állandó.

$$(18.28)\qquad Y_K(t) = Y_K = \text{constans minden } t\text{-re,}$$

$$(18.29)\qquad \chi(t) = \chi = \text{constans minden } t\text{-re.}$$

A következő megállapításhoz új fogalmat vezetünk be: nevezzük az egy termelőre eső nemzeti jövedelmet a munka átlagos termelékenységének, s jelöljük y-nal:

$$(18.30)\qquad y = \frac{Y}{L}.$$

18.5. megállapítás. A (18.27) feltevések mellett a munka átlagos és differenciális termelékenysége az időben exponenciálisan nő. A növekedés üteme egyenlő a nemzeti jövedelem és a létszám növekedési ütemének különbségével.

$$(18.31)\qquad \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{L}}{L} = \varrho - \lambda.$$

E két megállapítás a magyar gazdaságfejlődés statisztikai adatai alapján megfelelően verifikálható. (Lásd az F. függeléket.)

A 18.4. és 18.5. megállapításból, valamint a korábbi 18.2. megállapításból az alábbi következik:

18.6. megállapítás. A (18.27) feltevések mellett a racionális kalkulatív eszközlekötési tényező és bértarifa aránya az időben változik. A) Amennyiben az eszközlekötési tényező nagyságát rögzítjük, az időben változatlanul tartjuk, úgy a hozzá tartozó kalkulatív bértarifa az időben a munka termelékenységével azonos ütemben nő. B) Ugyanez megfordítva is érvényes: amennyiben a kalkulatív bértarifa az időben a munka termelékenységével azonos ütemben nő, úgy az ehhez tartozó racionális eszközlekötési tényező az időben állandó.

A (16.1) általános árképletben szereplő kalkulatív *bértényező* nem más, mint a kalkulatív bértarifa, és a tényleges, aktuális bértarifa, w hányadosa:

$$(18.32)\qquad \Omega = \frac{\omega}{w}.$$

Ezekután egy fontos megállapítást tehetünk a (16.1) általános árképletben szereplő Ω bértényezőről:

18.7. megállapítás. A (18.27) feltevések mellett, a tényleges bértarifának a munkatermelékenységgel azonos ütemű növekedése, valamint az időben változatlan kalkulatív bértényező esetén a racionális kalkulatív eszközlekötési tényező az időben állandó.

Ez logikusan következik a 18.6. megállapításból. Ha az aktuális bértarifa a munka termelékenységével azonos ütemben nő, s ezt az időben állandó Ω bértényezővel szorozzuk, akkor a munka termelékenységével azonos ütemben nő a *kalkulatív* bértarifa.

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega}=\frac{\Omega\dot{w}}{\Omega w}=\varrho-\lambda. \tag{18.33}$$

Márpedig ehhez a 18.6. B. megállapítás szerint az időben változatlan γ tartozik.

A 18.4—18.7. megállapítások eddig kizárólag *elfogadható* munkahipotéziseken alapulnak. Mód volt arra, hogy egyes feltevéseinket, valamint egyes megállapításainkat statisztikailag is verifikáljunk. Mind ez ideig azonban semmit sem mondtunk γ és ϱ, a racionális eszközlekötési tényező és a nemzeti jövedelem növekedési üteme közti összefüggésről. Megállapításához azonban be kell iktatni egy további, csupán *ideiglenes* hipotézisnek minősíthető feltevést. Feltesszük, hogy az egész nemzeti jövedelmet a két termelési tényezőre, K-ra és L-re terheljük, „imputáljuk":

$$\gamma K+\omega L=Y. \tag{18.34}$$

Ezt a továbbiakban a t e l j e s r á t e r h e l é s feltevésének nevezem. A feltevés nyilván indokolatlan lenne, ha a két tényezőn kívül egyebeket is figyelembe vennénk; több tényező legcélszerűbb kombinációját keresnénk. Indokolatlan lenne akkor is, ha számításaink a fogyasztási struktúra kedvezőbb kialakítására vonatkoznának. Minthogy azonban a fentiek kívül esnek vizsgálatunk tárgyán — jobb híján — alkalmazható ez a feltevés is.

A további tárgyaláshoz ismét szükség lesz a nemzeti jövedelem standard elosztásának fogalmára. Amennyiben a (18.18) alakú termelési függvénnyel van dolgunk, úgy a standard felosztás szerinti $\alpha^{\triangle}$ felhalmozási hányad a következőképpen határozható meg:[15]

$$\alpha^{\triangle}=\frac{\beta}{\beta+\eta}. \tag{18.35}$$

Ezekután a következő megállapítást tehetjük a racionális eszközlekötési tényező és a nemzeti jövedelem növekedési üteme közti összefüggésről:

18.8. megállapítás. A (18.27) feltevések, továbbá a teljes ráterhelési feltevés érvényesülése esetén A) a racionális eszközlekötési együttható nagyobb a nemzeti jövedelem növekedési üteménél, ha a felhalmozási hányad kisebb, mint a standard felosztás szerinti lenne; B) egyenlő vele,

[15] Amennyiben *első fokú* homogén termelési függvénnyel, Cobb—Douglas-függvénnyel van dolgunk, úgy $\alpha^{\triangle}=\beta$.

ha a felhalmozási hányad egyenlő a standard felosztás szerintivel és végül C) kisebb nála, ha a felhalmozási hányad nagyobb a standard felosztás szerintinél.[16]

$$\begin{aligned} &\gamma > \varrho, \text{ ha } \alpha < \alpha^{\Delta} \\ &\gamma = \varrho, \text{ ha } \alpha = \alpha^{\Delta} \\ &\gamma < \varrho, \text{ ha } \alpha > \alpha^{\Delta}. \end{aligned} \tag{18.36}$$

Egy korábbi szakaszban már hangsúlyoztuk: a nemzeti jövedelem standard felosztása nem tekinthető sem szükségszerűségnek, sem normának. Ezért *nem szükséges, hogy* γ egybeessék ϱ-val; lehet annál nagyobb is, kisebb is.

Összefoglalva: *a racionális eszközlekötési tényező nagyságát nem vezethetjük le közvetlenül a nemzeti jövedelem növekedési üteméből: csupán akkor következtethetünk ebből, ha ideiglenes munkahipotéziseket (teljes ráterhelés; standard felosztás) is alkalmazunk.*

18.10. Ötödik kísérlet: statisztikai vizsgálat

Megkíséreltük a magyar népgazdaság fejlődésének statisztikai adataiból becsülni a termelési függvény paramétereit, s ebből következtetni a racionális γ és ω nagyságára. Ezzel kapcsolatban felhasználható a következő megállapítás:

18.9. megállapítás. Amennyiben a termelési függvény az 1., 2., 3. és 4. tulajdonságokkal rendelkezik, úgy a racionális kalkulatív eszközlekötési járulék, γK *és a racionális kalkulatív bér,* ωL *aránya egyenlő a termelési függvény kitevőinek arányával.*

$$\frac{\gamma K}{\omega L} = \frac{\beta}{\eta}. \tag{18.37}$$

Az összefüggés még egyszerűbb, ha feltételezzük, hogy a termelési függvény a 3a. tulajdonsággal rendelkezik („constant return to scale"), azaz alakja a következő:

$$Y(t) = Ae^{\mu t} K(t)^{\beta} L(t)^{1-\beta}. \tag{18.38}$$

Mint látjuk, ez a *Solow*-féle dinamikus, elsőfokú homogén termelési függvény. A 18.9. megállapításból a következő összefüggés adódik:

$$\frac{\gamma K}{\omega L} = \frac{\beta}{1-\beta}. \tag{18.39}$$

Ha tehát sikerülne megállapítani statisztikailag a μ és β paramétereket, igen egyszerűen következtethetnénk a számunkra oly fontos $\gamma:\omega$ arányra.

Statisztikai vizsgálatunkhoz a (18.38) típusú függvényt használtuk fel. Alkalmazása csupán *ideiglenes* munkahipotézisnek tekinthető; az elsőfokú homogenitás feltevésének jogosultságát nem verifikáltuk.

A statisztikai vizsgálatot az F. függelék részletesen ismerteti. Itt csupán néhány fő vonását és tanulságát emeljük ki.

[16] Hasonló következtetésre jut, egy Neumann-típusú modell segítségével, *Malinvaud, E.* [114] cikke.

A statisztikai vizsgálat céljaira a (18.38) függvényt, mindkét oldalát L-lel osztva és logaritmizálva a következő alakra hoztuk:

$$\log y(t) = \log A + \mu t + \beta \log k(t), \tag{18.40}$$

ahol

$$y = \frac{Y}{L} = \text{a munka termelékenysége};$$

$$k = \frac{K}{L} = \text{a munka technikai felszereltsége}.$$

Meghatároztuk 1950-ig visszamenően Y, K és L idősorát, a népgazdaság egészére, s ezen belül az iparra is. Ebből kiszámítottuk y és k idősorát is. Első pillantásra úgy tűnhet, hogy a (18.40) egyenlet alapján a μ és β paraméterek parciális regressziószámítással becsülhetők. Ezt azonban, sajnos, nem tehettük meg. Kitűnt ugyanis, hogy k az időnek igen jó közelítéssel exponenciális függvénye, azaz $\log k$ lineáris függvénye t-nek. A $\log k$ és t változók, az elvégzendő regressziószámítás két „független" változója közti ilyen szoros lineáris összefüggés (úgynevezett kollinearitás) azzal jár, hogy a parciális regressziószámítás nem adhat elfogadható becslést. Gyakorlatilag nem tudjuk szétválasztani a k és a t változóknak y függő változóra gyakorolt hatását. Az állítás igazságáról matematikai statisztikai bizonyítás nélkül is, szemléletesen meggyőződhetünk. A (18.40) egyenlet ugyanis — a $\log y$, t és $\log k$ változókat tekintve — egy sík egyenlete. A regressziószámítás célja az volna, hogy a tényleges $\log y$, t és $\log k$ adathármasoknak megfelelő pontokra egy síkot illesszen. A $\log k$ és t közötti szoros lineáris összefüggés viszont azt jelenti, hogy a tényleges adatoknak megfelelő pontok lényegében a $\log k$, t sík egy *egyenese* felett helyezkednek el, tehát a (18.40) egyenlet érvényességét feltételezve a pontok lényegében egy egyenesen fekszenek. A feladat ilyen körülmények között az volna, hogy a sík egy egyenesének ismeretében határozzuk meg a sík egyenletét. Világos azonban, hogy egy egyenesen keresztül nem egy, hanem végtelen sok sík fektethető, tehát a feladatnak nincsen egyértelmű megoldása.[17]

Mindez esetleg tisztán matematikai-statisztikai nehézségnek tűnhet. Nézetünk szerint azonban mélyebb a probléma. Végeredményben a parciális regressziószámítással a termelési alap differenciális hatékonyságára, illetve a létszám differenciális termelékenységére akarunk következtetni. Statisztikai idősorokból azonban csak akkor következtethetnénk erre, ha a magyar népgazdaság történetében ismétlődően, többször is előfordult volna a következő jelenség: a termelési alap egy időn át stagnál (vagy megközelítően stagnál), miközben a létszám nő. Vagy megfordítva: a létszám időnként stagnál (vagy megközelítően stagnál), miközben a termelési alap nő. Vagy nem torpan meg, de lelassul a létszám növekedése, miközben mondjuk a termelési alapé felgyorsul; vagy megfordítva: a termelési alapé lassul le, s a létszámé gyorsul fel. Vagy: a létszám kifejezetten visszaesik, miközben a termelési alap a szokásos ütemben nő és így tovább. Általánosságban úgy mondhatnánk: ha sem a lét-

[17] A Cobb—Douglas-típusú függvények paramétereinek meghatározására irányuló regressziós számítások e nehézségére először *Mendershausen, H.* világított rá [125] cikkében. (Lásd még erről *Tinbergen, J.* [166] könyvét.)

szám, sem a termelési alap növekedése nem lenne oly szoros megközelítéssel az idő exponenciális függvénye. Ha a gazdaságtörténet tényleges menete elvégezte volna mindezeket a „kísérleteket", akkor a statisztikailag megfigyelt „kísérletekből" következtethetnénk arra, hogy mennyiben tulajdonítható a nemzeti jövedelem növekedése a munka technikai felszereltsége növekedésének, s mennyiben kizárólag az „időnek", a technika minőségi színvonala emelkedésének. A statisztikailag megfigyelt pontok aránylag szétterülnének, s mód nyílna rá, hogy egy síkot illesszünk hozzájuk. Bár a statisztikai vizsgálat eredményességét meghiúsítja, a magyar népgazdaság fejlődése szempontjából szerencsés körülmény, hogy mind a termelési alap, mind a létszám, mind a nemzeti jövedelem aránylag nagyon szabályosan, megközelítően változatlan ütemben, exponenciálisan nőtt. A fejlődés szabályossága azzal jár, hogy a pontok egy egyenes körül sűrűsödnek, s nem adnak módot elfogadható statisztikai becslésre.

Nem kíséreltük meg más, a (18.38) dinamikus függvénytől eltérő termelési függvény felhasználását. Az a benyomásunk azonban, hogy a fent leírt jelenség — K, L és Y növekedésének szabályossága, megközelítően egyenletes üteme — hasonló nehézségekhez vezetne idősorokon alapuló más statisztikai vizsgálatoknál is.[18]

Összefoglalva: *A racionális eszközlekötési tényező és bértényező meghatározása nem végezhető el a termelési függvény paramétereinek statisztikai becslése alapján, mert e becslés, eddigi ismereteink szerint, nem adható meg egyértelműen.*

18.11. Hatodik kísérlet: a kalkulatív értékelések meghatározása matematikai programozással

A leginkább járható útnak az látszik, hogy a kalkulatív árak képzéséhez szükséges értékeléseket matematikai programozás segítségével határozzuk meg.[19] A kérdésről még részletesen szó lesz a könyv V. részében; itt csak utalni akarunk e lehetőségre.

Amikor a népgazdaság távlati tervezéséhez programozási modellt használunk fel, akkor az elektronikus számológépen mintegy szimuláljuk a „tőkepiacot" és a „munkapiacot",[20] amelyről a 18.5. szakasz kimutatta, hogy a tervgazdaság valóságában nem létezik, vagy csak halvány nyomokban lelhető fel. Az elektronikus számológépen végezzük el azokat a „kísérleteket", amelyek nem játszódhatnak le a gazdasági fejlődés tényleges menetében (lásd a 18.10. szakaszt), s nemigen nyílik rájuk alkalom a tervek hagyományos módszerű kidolgozása közben (lásd a 18.6. szakaszt).

Már folyamatban van az az első kísérleti népgazdasági programozás, amelytől — egyebek között — azt is reméljük, hogy támpontokat szolgáltat majd a racionális eszközlekötési tényező és bértarifa meghatározásához.

[18] Meg sem kíséreltük a paraméterek becslését keresztmetszeti adatokból, *sok ország* adatainak nemzetközi összehasonlításával. Itt az árviszonyok összehasonlíthatatlansága miatt várhatók leküzdhetetlen nehézségek.

[19] A gondolatot elsősorban *Kantorovics, L. V.* [63] munkájából merítettük. Kantorovics javasolta, hogy a lineáris programozásból nyerhető árnyékárak alapján határozzuk meg az eszközlekötési tényező nagyságát.

Magyarországon elsőként *Simon Gy.* és *Kondor Gy.* javasolták [158] és [159] munkáikban.

[20] Ezt majd a 25.5. és 26.4. szakaszok írják le bővebben.

Természetesen tisztában vagyunk azzal, hogy egy lineáris programozási modellből, amely a valósághoz képest számos lényeges egyszerűsítést, s pontatlanságot tartalmaz, csupán megközelítő becsléseket kaphatunk γ és ω indokolt nagyságára. Az így nyert számok azonban mindenképpen elfogadhatóbbnak ígérkeznek, mint jelenlegi, sokkal kevésbé megnyugtató, ideiglenes munkahipotéziseken alapuló becsléseink.

18.12. Elszámolási elvek

A számításainkban γ-val és Ω-val kapcsolatban alkalmazott elszámolási elvek ismertetésével párhuzamosan tárgyaljuk, hogy egy-egy elv a megalapozottság mely fokán van; mennyiben nyugszik *elfogadható*, s mennyiben csak *ideiglenes* hipotéziseken. (Nézetünk szerint egyik sem alapul *elfogadhatatlan* hipotézisen.)

Mindenekelőtt emlékeztetünk a 16.8. elszámolási elvre, amely szerint a bérköltségeket nem a számításkor érvényes jelenlegi, hanem a tervévre várható jövőbeni színvonalon számítjuk. A tapasztalatok szerint a bérek növekedési üteme többé-kevésbé megegyezik a munkatermelékenység növekedési ütemével. Ezért a 18.7. megállapításra alapozható a következő elszámolási elv:

> *18.1. elszámolási elv. A kalkulatív eszközlekötési tényező, γ és a kalkulatív bértényező, Ω az időben állandó.*

Ugyanazzal a γ-val és Ω-val számolunk, akár 1965-re, akár mondjuk 1970-re programozunk. Az elv — amint arra már a 18.7. megállapítás tárgyalásakor rámutattunk — kizárólag elfogadható munkahipotéziseken alapul.

Sajnos, minden további elszámolási elv csupán kisegítő, *ideiglenes* munkahipotézisekre építhető. Jobb híján alkalmazzuk:

— a teljes ráterhelés feltevését; azaz az *egész* nemzeti jövedelmet „ráterheljük", kalkulatív eszközlekötési járulék és bér formájában a termelési alapra és létszámra;

— a nemzeti jövedelem standard felosztásának hipotézisét.

Az ebből következő elszámolási elvek:

> *18.2. elszámolási elv. A kalkulatív eszközlekötési tényező nagysága alapjában véve igazodjék a nemzeti jövedelem növekedési üteméhez.*[21] *Nagysága: 0,08.*

A nemzeti jövedelem növekedési üteme az elmúlt 10—12 évben 6% körül volt. „Biztonság végett" kissé magasabban határoztuk meg γ nagyságát. (Arra gondoltunk, hogy elsősorban a termelési alappal, a beruházásokkal kell óvatosan, fokozott takarékossággal kalkulálnunk.)

[21] Ez az elszámolási elv, amely a 18. fejezet erős egyszerűsítő feltevésein alapul, összhangban van azokkal a tételekkel, amelyet e fejezet 10. lábjegyzete említett, azaz mind a „turnpike"-elmélet, mind pedig az „aranyszabály"-elmélet javaslatával. Ennek ellenére csupán ideiglenes jellegűnek tekintem a 18.2. elszámolási elvet. Jobb javaslat híján, s kissé nyugtalan lelkiismerettel alkalmazható mindaddig, amíg további kutatások megalapozottabb eredményhez nem vezetnek.

A teljes ráterhelés feltevése értelmében:

$$Y = \gamma K + \omega L = \gamma K + \Omega w L = \gamma K + \Omega V, \tag{18.41}$$

ahol $V =$ a népgazdasági tényleges béralap.

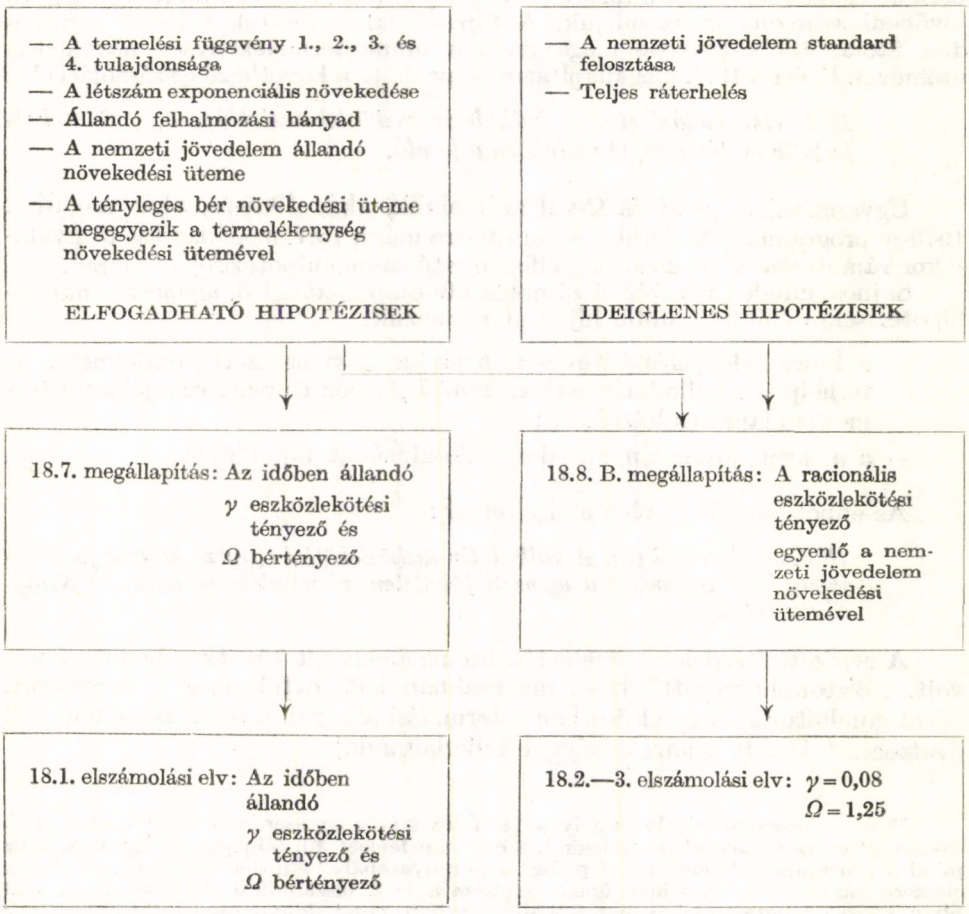
Mivel Y, K, V, valamint — a 18.2. elv értelmében — most már γ is ismert nagyságok, ebből kiszámíthattuk értékét:

$$\Omega = \frac{Y - 0{,}08K}{V}. \tag{18.42}$$

Ez kb. 1,25. (Eszerint a kalkulatív bértényező azonos az aktuálissal.)

18.3. elszámolási elv. A kalkulatív bértényező: 1,25.

Az elszámolási elvek áttekintésének megkönnyítésére a 18.5. ábrán sematikusan is ábrázoljuk gondolatmenetünk logikai struktúráját; hogyan jutottunk bizonyos hipotézisektől meghatározott megállapításokhoz, majd hogyan adódnak az utóbbiakból az elszámolási elvek.



18.5. ábra

18.13. Általános következtetések

Bár nem sikerült megnyugtatóan megalapozni γ és Ω nagyságát, s végeredményként csupán néhány — nem verifikálható, ideiglenes hipotéziseken alapuló — elszámolási elv született, úgy véljük, mégsem volt felesleges leírni az elméleti meggondolásokat, s a sikertelen számszerűsítési kísérleteket.

Tapasztalataik elősegítik, hogy tisztábban láthassuk ágazati programozásaink „optimalitásának" korlátait. Nincs veszélyesebb a tudományban az önáltatásnál. Ágazati programozásainkkor nem hihettük — s a megbízó állami szervekkel sem akartuk elhitetni —, hogy a kapott „optimális programok" feltétlenül egybeesnek a népgazdaságilag legkívánatosabb programmal.

Kísérletezéseinkkel ugyanakkor védekezni kívántunk az eszközlekötési járulékkal kapcsolatos álmagyarázatok, téves elméletek csapdáitól. A G. függelék áttekintést ad arról a vitáról, amely az elmúlt években a szocialista gazdaság eszközlekötési járulékáról (kamatáról) folyt. E vita rendkívül szerteágazó; s az „elméletek" tucatjait produkálta. Számos szerző azt a benyomást kívánja kelteni, mintha már képes lenne megnyugtató módon meghatározni a közgazdaságilag indokolt eszközlekötési tényezőt. Ha a sikertelen kísérletek leírása többre nem is jó, arra talán alkalmas, hogy kétkedést támasszon a túlságosan könnyed magyarázatokkal szemben. Úgy hisszük, jobb tisztán látni tudásunk jelenlegi — sajnos elég szűk — korlátait, mint azt hinni, hogy megoldottunk egy valójában megoldatlan problémát.

A kísérletek — ha pillanatnyilag nem is vezettek eredményre — tanulságaikkal megmutatták a további kísérletek leginkább járható útját: a matematikai programozásból nyerhető kalkulatív értékeléseket.

Az elméleti elemzésekből és a számszerűsítési kísérletekből adódik néhány gyakorlati következtetés is.

Az egyik: nem szabad kizárólag a kalkulatív költségek minimalizálását előíró célfüggvényre bízni, hogy az ágazatok éppen a népgazdasági egyensúly szempontjából kívánatos mértékben vegyenek igénybe termelési alapot és létszámot; márcsak azért sem, mert γ és Ω nagysága nem eléggé megalapozott. Ezért az ágazati modellekbe beépítünk direkt erőforrás-korlátokat is: pl. beruházási kereteket; a legújabb programozásnál munkaerőkereteket is stb. A keretek nagyságát egyelőre, jobb híján, tervdirektívaként vesszük át a hagyományos módon kidolgozott népgazdasági tervből. Ily módon „kettős biztosításunk" van: egyfelől a korlátozó feltételekkel, másfelől γ és Ω előírásával igyekszünk az ágazatot a népgazdasági egyensúlynak megfelelő mederbe terelni. Csak az egyik, vagy csak a másik alkalmazása elégtelen. Lehet ugyanakkor, hogy a kétféle eszköz ellentmondásos hatással is jár: pl. adott γ mellett az ágazat nem veszi igénybe a beruházási keretet. Ezért itt további lépésekre lesz szükség, amelyekről majd a könyv V. része számol be.

Egy másik gyakorlati következtetés: tekintettel a kalkulatív értékelések bizonytalanságára, ellenőrző vizsgálatokra van szükség. Meg kell nézni, milyen optimális programot kapunk, ha pl. más γ-t alkalmazunk, így egyebek között a hivatalosan előírt 0,2-es γ-t. Ilyen ellenőrző vizsgálatokról szól a következő szakasz.

18.14. Érzékenységi vizsgálatok

A népgazdasági terv előirányzatai és a hagyományos beruházásgazdaságossági számítások hivatalos kalkulatív értékelései háromféle módon befolyásolják a technológiák közötti választást.

1. A népgazdasági terv előírja a beruházási keretet.

2. A hivatalos metodika előír egy kalkulatív eszközlekötési tényezőt.

3. A népgazdasági tervnek a műszaki fejlesztésre vonatkozó fejezete közvetlenül előírja a fejlesztés meghatározott irányait és arányait.

A pamutipari kutatás keretében vizsgáltuk: vajon konzisztens-e a három adat a pamutipar műszaki fejlesztésénél?

Az egyik számításban folytonos paraméteres programozást végeztünk, a következő γ-paraméteres célfüggvénnyel:

$$C(\mathbf{x}) = \mathbf{c}'\mathbf{x} = (\gamma\mathbf{p}' + \mathbf{r}')\mathbf{x}, \tag{18.43}$$

ahol $\mathbf{p}$ = a tevékenység egységére eső beruházási költségek vektora;
$\mathbf{r}$ = a tevékenység egységére eső üzemeltetési költségek vektora.

Mint látjuk, a célfüggvény együtthatóinak vektora a γ eszközlekötési tényezőnek *lineáris* függvénye.

A számítás céljaira modellünk programozási szférájából elhagytuk a széles és vetüléktarkázó szövőgépeket.

A számítást párhuzamosan, kétféle szerkezetű modellel végeztük. Az elsőnél az eredeti kibocsátási feladattal és kötött devizakerettel számoltunk, a másodiknál felemelt kibocsátási kötelezettséget vettünk alapul, továbbá feltételeztük, hogy bármennyi tőkés devizát felhasználhatunk.

Az eredményeket a 18.3. táblázat mutatja be. Mivel valamennyi optimális program új írező-, felvető- és keresztcsévélő gépek beszerzését írja elő, ezért ezt nem tüntetem fel külön táblázatban.

Az első programozásnál három, a másodiknál pedig négy kvantitatív azonossági tartományhoz jutottunk. Az azonossági tartományok eltérései azzal magyarázhatók, hogy a devizakeret az egyik programozásnál korlátozott, a másiknál nem.

Röviden ismertetek egy másik számítást is. Ebben párhuzamos számítással az egész programozási szférára kiterjedő modell segítségével összehasonlítottuk, hogy mi az optimális program, ha 10%-os és 20%-os eszközlekötési tényezővel számolunk. Az eredményeket a 18.4. táblázat mutatja be.

Az optimális programok elemeit — a γ-érzékenység tekintetében — három csoportba sorolhatjuk:

Az eszközlekötési tényező nagyságára nem érzékeny tevékenységek. Ilyen az írező-, a felvető- és a keresztcsévélő gépek kicserélése korszerűekre. Ez valamennyi optimális programban szerepelt.

A kevéssé érzékeny tevékenységek. Ilyen a régi szövőgépek felgyorsítása, amely csak akkor szorul ki az optimális programból, ha *nagyon alacsony* γ — ez esetben ugyanis minden régi gépet ki kell cserélni.

Az eszközlekötési tényezőre érzékeny tevékenységek. Ilyen a régi, nem gyorsítható szövőgépek cseréje. Alacsonyabb γ esetén a gépcsere szerepel, magasabb γ esetén ez a tevékenység kimarad az optimális programból.

Vizsgáljuk meg most közelebbről a programnak az eszközlekötési járulék nagyságára érzékeny részeit.

18.3. táblázat

Paraméteres programozás a pamutiparban az eszközlekötési tényező függvényében

A tevékenység jellegzetességei			Tőkés deviza felhasználása korlátozott			Tőkés deviza felhasználása nem korlátozott			
			γ-tartomány						
szövőgép	vetülékcsévélő	építés	2–3,6%	3,6–15,1%	15,1–91,5%	0–6,7%	6,7–9,3%	9,3–15,1%	15,1–91,5%
Régi, rosszabb szövőgép működtetése	Régi gép	Régi épületben	330	2 614	3 823				3 823
Régi, jobb szövőgép felgyorsítása	Régi gép	Régi épületben	3 787						
Régi, jobb szövőgép felgyorsítása	Új gép	Régi épületben		3 787	3 787		3 787	3 787	3 787
Vetélőváltós automata	Új gép	Régi épületben	4 139	2 128	1 017			4 528	1 015
Vetélőváltós automata	Új gép	Új épületben	331	615	812			919	1 542
Vetélő nélküli automata	Új gép	Régi épületben				9 357	5 266		
Vetélő nélküli automata	Új gép	Új épületben				568	651		
Építés (m^2-ben)			2 847	5 289	6 983	4 203	4 817	7 903	13 261
Beruházás (millió Ft-ban)			345 260	307 218	283 858	1 744 122	1 139 860	441 697	177 638

Ha nem merülünk el túlságosan a részletekben, a 18.3. és a 18.4. táblázatokban ismertetett különböző programokból háromféle beruházási, műszaki fejlesztési irányzat rajzolódik ki.

Az egyik véglet: az „ultraradikális" műszaki fejlesztési irányzat. Ez akkor érvényesül a legtisztábban, ha γ 3,6%-nál alacsonyabb. Ilyenkor még a felgyorsítható gépeket is ki kell cserélni, s a keskeny gépparkot kizárólag a legtermelékenyebb — és legdrágább — gépekből kell összeállítani. Megvalósítása esetén azonban a beruházási program végrehajtása a hivatalos terv szerinti beruházási költségek többszörösét igényelné.

18.4. táblázat

Párhuzamos programozás a pamutiparban kétféle eszközlekötési tényezővel

Sorszám		10% eszközlekötési tényező	20% eszközlekötési tényező
	A géppark összetétele:		
1.	Hány régi, rosszabb, keskeny szövőgép működjék?	1416	3823
2.	Hány régi, rosszabb, keskeny szövőgépet kell leszerelni?	2404	0
3.	Hány régi szövőgépet kell gyorsítani?	3787	3787
4.	Hány vetélőváltós keskeny gépet kell beszerezni?	3650	1828
5.	A széles szövőgépparknál	teljes gépcsere	az összes régi gép megmarad
6.	A vetüléktarkázó szövőgépparknál	teljes gépcsere	az összes régi gép megmarad
7.	Az írezőgépparknál	teljes gépcsere	teljes gépcsere
8.	A felvetőgépparknál	teljes gépcsere	teljes gépcsere
9.	A vetülékcsévélő gépparknál	részleges gépcsere	teljes gépcsere
10.	A keresztcsévélő gépparknál	teljes gépcsere	teljes gépcsere
	Az optimális program néhány általános jellemzője:		
11.	A szövettermelés hány százalékát adják automaták?	56,6	27,8
12.	Az igénybe vett beruházási összeg (millió Ft-ban)	555	360
13.	Új üzemterület építése (1000 m^2-ben)	1	7,4

A másik véglet: a jelenlegi műszaki állapot teljes konzerválása. Ez az optimális program, ha γ 15,1%-nál magasabb. Ilyenkor az összes régi gépet meg kell tartani, csupán annyi automatát szabad venni, amennyi a jelenlegi géppark kapacitását meghaladó termelési feladat teljesítéséhez szükséges. Ez az irányzat igényli a legkevesebb beruházási költséget, viszont ez jár aránylag a legtöbb építéssel.

A két véglet között van a mérsékelt ütemű műszaki fejlesztés irányzata. Jellegzetességei: részleges szövőgépcsere, fokozatos automatizálás, de az arány-

lag legolcsóbb automatákkal. Ezt írja elő az optimális program, ha 9—15%-os γ-val számolunk.

A hivatalos kalkulatív eszközlekötési tényező, mint már említettem, 20%. Mi történik akkor, ha modellünkben ezt az eszközlekötési tényezőt alkalmazzuk?

Először: az optimális program nem meríti ki a programozási szférának szánt beruházási keretet.

Másodszor: elmaradottabb, konzervatívabb technológiát ír elő, mint amit a népgazdasági terv műszaki fejlesztési fejezete megszabott. A II. ötéves terv feladatairól szóló tézisek kimondták, hogy 1965-re 35—40%-ra kell emelni az automatizálás arányát a pamutszövőiparban.[22] Viszont 20%-os eszközlekötési tényező esetén az optimális program csupán 28%-os automatizálást biztosít. Ezt is csak azért éri el, mert bizonyos mértékű automatizálás. már a számítás előtt, visszavonhatatlanul végbement.

Mint látjuk: a háromféle központi előirányzat nem konzisztens. A magunk részéről úgy foglaltunk állást, hogy a beruházási keret és a műszaki fejlesztési előirányzat reális, sőt az utóbbit még túl is lehet teljesíteni, a hivatalos kalkulatív eszközlekötési tényező viszont irreálisan magas.*

[22] Lásd [197].

* *Megjegyzés a 18. fejezethez.* Az 1968. évi gazdaságirányítási reform után a bankhitel vált a beruházások egyik fő finanszírozási forrásává. A középlejáratú beruházási hitel után 9%-os kamatot kell fizetnie a vállalatnak. A hosszú lejáratú beruházási hitel normális kamatlába 8%, de egyes államilag preferált beruházási feladatok megvalósításához olcsóbb, 6—7%-os kamattal járó hitelt adnak.

A ténylegesen alkalmazott beruházási kamatláb eszerint közel esik a 18.2. elszámolási elv alapján javasolt $\gamma = 0{,}08$ értékhez. (A *D* függelék foglalkozik a kamatoskamatformulákban szereplő „kamatláb", „diszkontláb" és a 18. fejezetben szereplő γ eszközlekötési tényező összefüggésével.)

Itt most csupán regisztrálni akartam a tényt: az aktuális beruházási kamatláb 8% körüli nagyságát. A jelenség értékelésére majd a 21. fejezethez fűzött megjegyzésben térek vissza.

19. Importanyagköltség — Külkereskedelmi árak

19.1. A probléma áttekintése

A kalkulatív árak (16.1) általános képletében a következő külkereskedelmi vonatkozású tételek szerepeltek:

$r^{dir}_{i,Rbl}$, $r^{dir}_{i,\$}$ = a direkt importanyagköltségek, rubelben, illetve dollárban;

$r^{indir}_{i,Rbl}$, $r^{indir}_{i,\$}$ = az indirekt importanyagköltségek, rubelben, illetve dollárban.

A direkt importanyagköltségek egy részét teljes részletességgel, anyagonként vettük számba, a következő módon:

$$r^{dir}_{i,Rbl} = \sum_{k=1}^{m} s^{imp}_{k,Rbl} g_{ki} + \bar{r}^{dir}_{i,Rbl}, \tag{19.1}$$

ahol $s^{imp}_{k,Rbl}$ = a szocialista relációból importált k-adik anyag importára, rubelben ($k=1, \ldots, m$);

g_{ki} = anyaginput-koefficiens; az i-edik termék egységéhez szükséges k-adik anyag mennyisége (a megfelelő mennyiségi egységben);

$\bar{r}^{dir}_{i,Rbl}$ = az m-féle egyedileg számbavett anyagfelhasználás között nem szereplő, egyéb (de ugyancsak szocialista relációból importált) anyag költsége, rubelben.

Hasonló képlet írható fel a tőkés relációra is. A műszálipari programozásban pl. összesen 20-féle importanyag költségét vettük egyedileg számba.

A könyv IV. részében mind ez ideig csupán a termeléssel kapcsolatos kalkulatív árrendszerről volt szó. Itt azonban már ki kell térnünk a programozási modellekben szereplő *külkereskedelmi* tevékenységekhez tartozó bevételekre és kiadásokra is. Itt négyféle nagysággal találkozunk:

$s^{imp}_{k,Rbl}$, $s^{imp}_{k,\$}$ = importár, rubelben, illetve dollárban;

$s^{exp}_{k,Rbl}$, $s^{exp}_{k,\$}$ = exportár, rubelben, illetve dollárban.

A fentiekben felsorolt nagyságok közül ezen a helyen nem foglalkozunk a g_{ki} anyaginput-koefficiensekkel; meghatározásuk a technológiára vonatkozó információkkal kapcsolatos. Nem tudunk bővebbet mondani az $\bar{r}^{dir}_{i,Rbl}$, illetve $\bar{r}^{dir}_{i,\$}$ tételekről sem; a reziduális nagyságuk miatt nehezen „megfoghatók". Számításuknál arra törekedtünk, hogy súlyuk a lehetőség szerint minél kisebb legyen, azaz minél több felhasználást vegyünk egyedileg számba.

A 19.2—19.5. szakaszokban az s_k külkereskedelmi árakról lesz szó. Itt most már együtt tárgyaljuk a termelő tevékenységek direkt anyagfelhasználásaként szereplő termékek árát, s az exportált, illetve importált termékekét. E szakaszok központi problémája az árak meghatározása.

Végül a 19.6. szakaszban az $r_{i,\mathrm{Rbl}}^{\mathrm{indir}}$ és $r_{i,\$}^{\mathrm{indir}}$ indirekt importanyagköltségekről lesz szó.

19.2. Mit tekintsünk külkereskedelmi árnak

A hagyományos gazdaságossági számításokban — mint a 2. fejezetben ismertettük — egyes bevételeket és költségeket nem az aktuális hazai árakon, hanem „világpiaci áron" kell számítani. A gyakorlatban azonban problematikus, hogy tulajdonképpen mit is tekintsünk „világpiaci árnak". A legtöbb terméknek nincs egységes ára a külföldi piacon. Leginkább a nagy tőzsdéken jegyzett, standardizált minőségű termékekkel kapcsolatban beszélhetünk egyértelmű világpiaci árról. Ezek a termékek azonban a nemzetközi áruforgalom csekély hányadát teszik ki. A legtöbb termék ára attól függ, hogy milyen országban szerzik be, esetleg attól is, milyen cégtől. Függ továbbá az ár attól, hogy mekkora tételben veszik az árut, milyen devizáért, milyen hitelfeltételekkel, milyen szállítási határidőre. Más a magyar külkereskedelmi szervek tényleges kötéseinél fizetett ár — ami a külkereskedelem ügyességétől, valamint attól függ, hogy szorult helyzetben kényszerült-e vételre vagy kedvező körülmények között vásárolt és így tovább — és ismét mások a szakfolyóiratokban jegyzett árak.

Mindez lehetővé tesz bizonyos „lavírozást" a világpiaci árak körül a hagyományos gazdaságossági számításokban. A számítást végző szerv alkalmazhat magasabb vagy alacsonyabb árat, aszerint, hogy mit kíván bizonyítani — és mindkét ár „igazolható". Pl. az egyik ár egy tényleges kötés ára, a másik valamilyen folyóiratban közölt reklámár és így tovább.

Ezért a beruházási számításokban felhasznált árakkal kapcsolatban egyértelmű elveket kell leszögezni. Tekintsünk most el egy pillanatra az árak jövőbeni *változásának* kérdéséről, mert erről majd a fejezet következő részeiben lesz szó. Mindennemű jövőre vonatkozó árbecslés kiindulópontja valamilyen jelenlegi ár — egyértelműen kell tehát meghatározni, hogy mit tekintsünk „jelenlegi árnak". Számításainkban mi a következő elszámolási elvhez tartottuk magunkat:

> *19.1. elszámolási elv. A kalkulatív árképzésben alkalmazott külkereskedelmi áraknak, valamint az import- és exporttevékenységhez rendelt külkereskedelmi áraknak a magyar külkereskedelem import-vételi, illetve export-eladási árának átlagos nagyságát kell megközelíteniük.*

Ez az elv gyakorlatilag a következőket jelenti:

1. A külkereskedelmi szervek kötéseinél elért *tényleges* átlagos árakból kell kiindulni. Ezek azonban korrigálhatók, ha megnyugtatóan kimutatható, hogy valamilyen ideiglenes, alkalmi ok tolta el az árakat egyik vagy másik irányba. Ha nincs tényleges kötési ár, a szakfolyóiratokban talált közléseket kell megfelelő kritikával alkalmaznunk. Ilyenkor e közleményekből kiindulva — becsléssel — arra kell következtetni, hogy milyen árat kellene a külkereskedelemnek fizetnie, ha vásárolna, illetve mit kapna, ha eladna.

2. A magyar külkereskedelemben leginkább számbajövő tényleges relációk, szokásos tételnagyságok, szállítási költségek, devizális, hitel- és szállítási határidőfeltételek alapján kell számolnunk.

3. Egy adott programozásban szereplő valamennyi terméknél lehetőleg azonos módon érvényesítsük az 1. és 2. alatti szempontokat, hogy az alternatívák *egyenlő eséllyel* szerepeljenek az összehasonlításban. Pl. ne adjunk az egyik exportalternatívának előnyt azzal, hogy a szakfolyóirat magasabb árjegyzéseit használjuk fel, miközben a többinél a magyar külkereskedelem tényleges, ennél alacsonyabb exportáraival számolunk.

19.3. Jellegzetes áralakulási tendenciák

Rátérünk a külkereskedelmi árak *időbeni változásának* problémáira. A 16.9. elszámolási elv értelmében számításainkban kísérletet tettünk *egyes jellegzetes jövőbeni árváltozások figyelembevételére.*[1]

Természetesen senki sem adhat hosszú időre előre pontos prognózist a kapitalista piac várható áraira. Ezért mindenekelőtt le kell szűkítenünk a változásoknak azt a körét, amelyet érdemes és lehetséges figyelembe venni.

A világpiaci árak mozgása igen összetett. Próbáljuk meg ezeket a változásokat osztályozni. Mindenekelőtt két fő kategóriát különböztethetünk meg. Egyrészt változik az egyes tőkés országok árszínvonala, másrészt változnak a termékek, termékcsoportok árai közötti arányok.

Az általános árszínvonal a tőkés gazdaság általános konjunkturális helyzetétől (fellendülés vagy depresszió, válság), s ezzel szoros kapcsolatban a pénzügyi helyzettől, valamint az adott állam pénzügyi politikájától (infláció, defláció) függ. Az egyes tőkés országok árainak általános emelkedését vagy süllyedését célszerű a szocialista tervgazdaságban figyelembe venni, amikor a gazdasági vezetés meghatározza *rövidlejáratú operatív külkereskedelmi politikáját*; eldönti, hogy hol és mit vásároljon és adjon el. Ez azonban lényegében nem vehető figyelembe, amikor a gazdasági vezetés meghatározza *hosszúlejáratú beruházási politikáját*, a nemzetközi munkamegosztásba való tartós beilleszkedését. Egyes tőkés piacok általános áremelkedése vagy csökkenése a magyar külkereskedelem számos ágát, s ezáltal az ipari ágazatok egész sorát érinti. Ezekkel a hatásokkal azonban nem számolhatunk olyankor, amikor egy-egy hazai ágazatnak a többi ágazathoz való, jövőbeli arányát vizsgáljuk. Így pl. a kérdést, hogy érdemes-e a műszál- és műanyagipart gyorsabban fejleszteni, mint a járműipart, nem befolyásolhatja az a prognózis, hogy a legközelebbi években tovább tart az inflációs jellegű áremelkedés számos tőkés országban.

Az általános árszínvonal-változásokon belül végbemenő részleges árváltozások, árarányeltolódások ismét két csoportra oszthatók. Az eltolódások egy része alkalmi, véletlen jellegű áringadozás. (Pl. valamelyik nagy cég dömpinggel igyekszik a piacot elhódítani versenytársaitól.) A külkereskedelmi vállala-

[1] Ez a gondolat már többször felvetődött a közgazdasági irodalomban. (Lásd pl. *Mandel M.—Szunyogh Z.—Varga J.* [117] cikkét, 269. old.) A beruházás gazdasági számítások lengyel hivatalos metodikája módot ad a várható árváltozások figyelembevételére. „Ha ... a világpiac tendenciája alapján jelentős változásra van kilátás a számításban alkalmazott költség- és árrelációban, akkor ezeket a változásokat figyelembe lehet venni ..." (Lásd [183], 11. old.)

toknak törekedniük kell arra, hogy az áringadozásokat napi üzletkötéseikben ügyesen kihasználják — akkor adjanak el, amikor az ár viszonylag magas, és akkor vegyenek, amikor az ár aránylag alacsony. A „rövidlejáratú" árváltozások azonban természetesen nem befolyásolhatják a hosszúlejáratú beruházási politikát.

Az árarányeltolódások, részleges árváltozások másik típusa a bizonyos szabályossággal végbemenő *áralakulási tendencia*. Egyik-másik terméknek vagy egy egész termékcsoportnak az ára eltolódik a többihez képest, mégpedig úgy, hogy az eltolódásnak statisztikailag is kimutatható irányzata, trendje van. Például a műanyagok és a természetes anyagok árszínvonala egyre jobban eltolódik — a műanyagok ára folyamatosan csökken a természetes anyagokhoz képest. Ezt a tendenciát érdemes figyelembe venni a műanyaggyártásra vonatkozó beruházási döntéseknél, mert ténylegesen befolyásolja, hogy gazdaságos-e a műanyagok tömeges gyártására berendezkedni.

Végeredményben tehát a következőkre jutottunk:

> *19.2. elszámolási elv. Beruházásgazdaságossági számításainkban kizárólag a világpiaci árváltozások egyik típusát célszerű figyelembe vennünk. E típust az jellemzi, hogy valamely termék vagy termékcsoport árszínvonala más termékek árszínvonalához képest tolódik el. Az eltolódás nem kivételes, alkalmi, ideiglenes jellegű, hanem abban tartós tendencia, ismétlődő szabályosság érvényesül.*

19.4. Új cikkek áralakulása[2]

Annak illusztrálására, hogy milyen jellegzetes árváltozási tendenciákat, szabályosságokat érdemes és lehetséges a beruházásgazdaságossági számításokban figyelembe venni, az *új* cikkek tipikus áralakulását tárgyaljuk részletesebben.

A műszálgyártási vizsgálat során ez a probléma igen élesen vetődött fel. A világpiacon állandóan új és új műszálak jelennek meg. Magyarországnak — minthogy most építi ki műszáliparát — módja van választani aközött, hogy egy régebbi, már évek óta ismert műszál gyártását szervezze-e meg, vagy pedig egy új, csak rövid idő óta ismert szálét?

Számos műszál- és műanyagfajta áralakulásának folyamatát tanulmányoztuk. Mindenekelőtt ismertetem az erre vonatkozó adatokat.

A 19.1. táblázatban nem abszolút árakat közlünk — kivéve a termék megjelenésekor érvényes árat —, hanem viszonyszámokat ismertetünk. A megjelenés évének árát 100%-nak vettük, s ehhez viszonyítottuk a következő évek árait. Az összehasonlítás érdekében mindegyik terméknél a megjelenés első évétől kezdve közöljük az adatokat.

A táblázatban az USA-beli árak és az amerikai megjelenés éve szerepel.

Szemléltetés céljából az árindex idősorokat grafikusan is ábrázoltuk. (Lásd a 19.1—19.9. ábrákat.)

Az ábrák bizonyos hasonlóságot mutatnak. *Kivétel nélkül minden ár süllyedő irányzatú*; a megjelenés első évének ára egyúttal a legmagasabb ár. Kez-

[2] A 19.4—19.5. szakaszok anyagának összeállításában *Tardos M.* (Kereskedelmi Kamara) és *Vidos T.* (Műanyagipari Kutató Intézet) működtek közre.

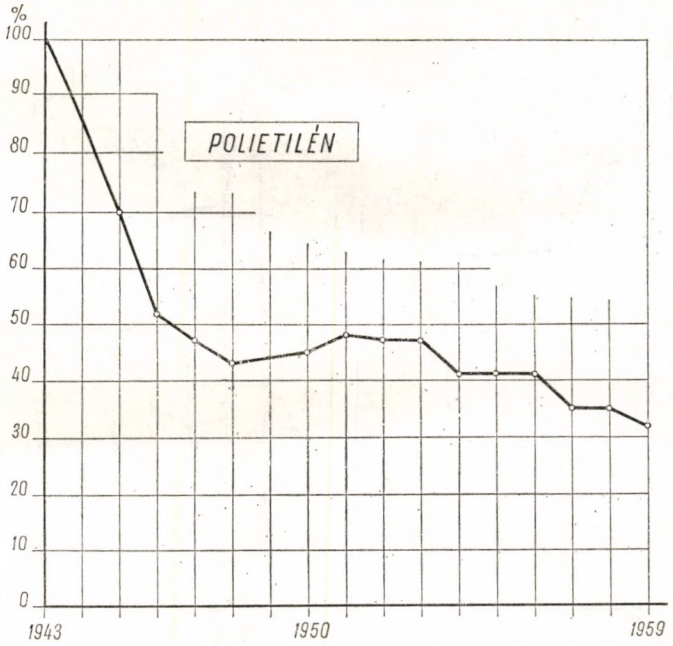
Műanyagok és műszálak árindex idősora

19.1. táblázat

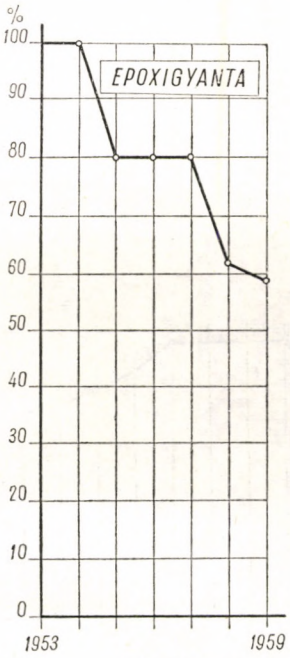
A termék megnevezése	A termék megjelenésének éve	Induló ár ($/lb)	Árindex a termék megjelenése utáni években. A megjelenési év (*1.* év)=100													
			1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
Epoxigyanta*	1953	1,00	100	100	80	80	80	62	59							
Mylar (Poliészter fólia)*	1951	3,00	100			95	83	75	67	60	58					
Orlon rost**	1953	1,89	100	79	78	64	63	62	62							
Polietilén*	1943	1,00	100		70	52	47	43		45	48	47	47	41	41	41
Polisztirol*	1938	0,68	100	84	76		43		40		38	37	40	37	40	48
PVC*	1934	0,78	100	76		72			67		61	56	50	45	42	
Saran (Polivinilidénklorid)*	1939	1,25	100	72	71			60	53		47					
Teflon*	1944	15,00					60	50	36				34	33	30	
Viszkózselyem***	1928	1,50	100	87	77	50	43	40	40	40	40	40				

A termék megnevezése	Árindex a termék megjelenése utáni években. A megjelenési év (*1.* év)=100																	
	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.	31.	32.	33.
Epoxigyanta*																			
Mylar (Poliészter fólia)*																			
Orlon rost**																			
Polietilén*	35	35	32																
Polisztirol*			48	43	40	37	36	32											
PVC*	44		46	49			47	45	41	38	30								
Saran (Polivinilidénklorid)*																			
Teflon*		24											26		29	32	30	29	31
Viszkózselyem***									25										

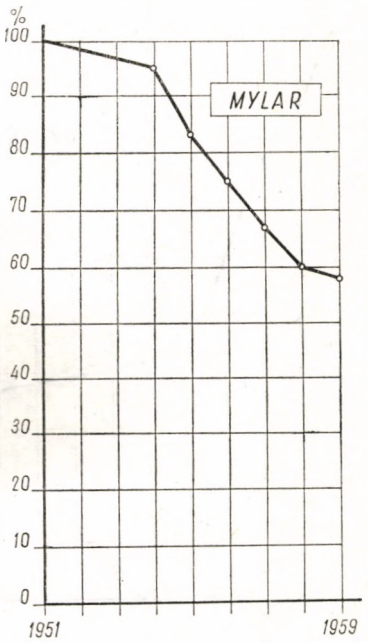
* Forrás: [199].
** Forrás: [193].
*** Forrás: az 1928—38. évi adatoknál [192], a későbbieknél [196].



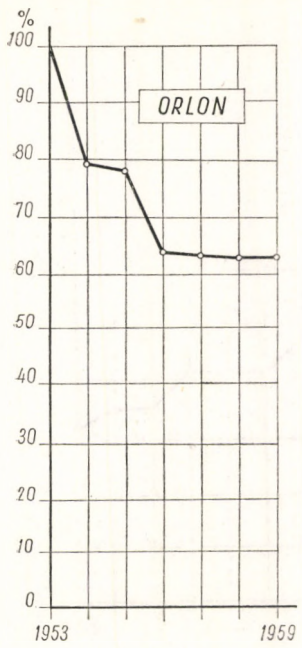
19.1. ábra



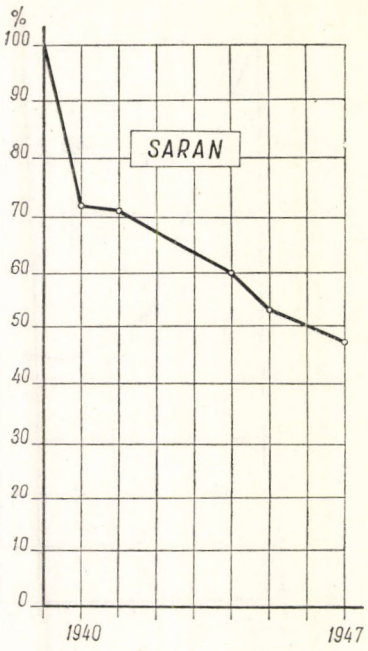
19.2. ábra



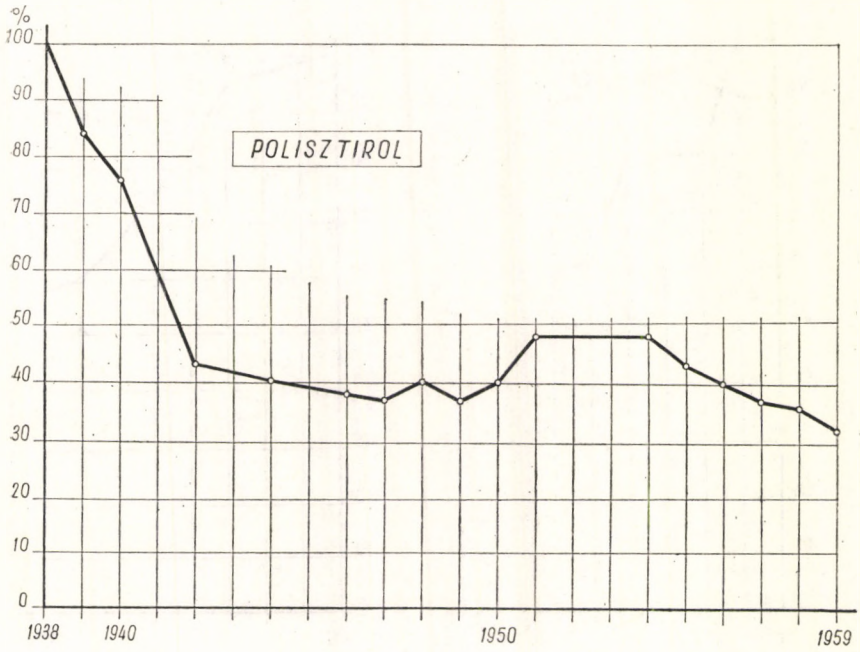
19.3. ábra



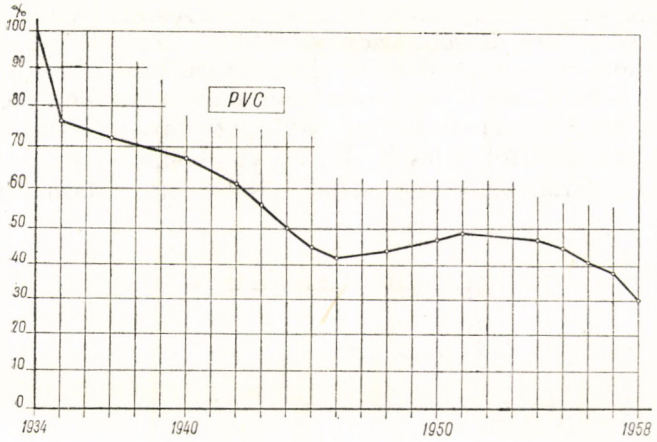
19.4. ábra



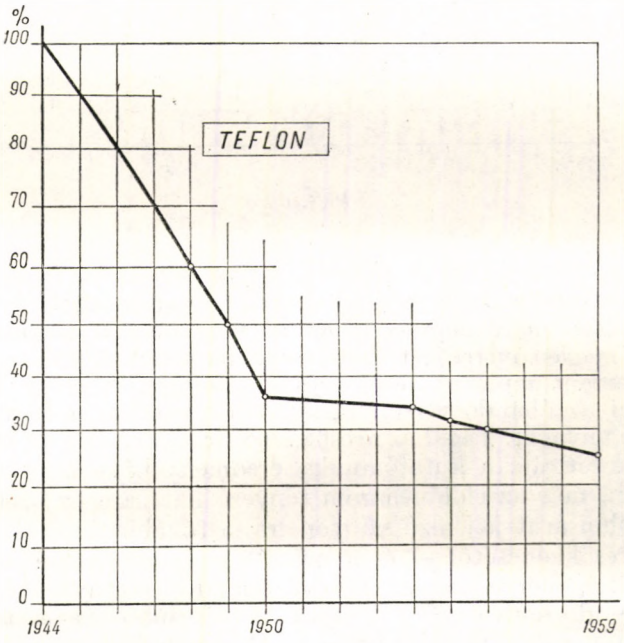
19.5. ábra



19.6. ábra



19.7. ábra



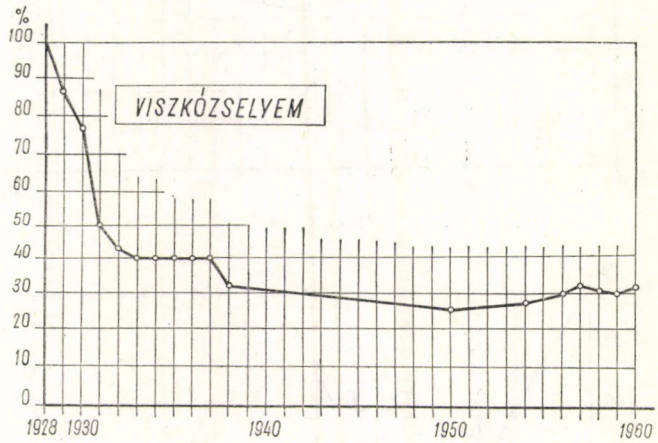
19.8. ábra

detben az árcsökkenés általában gyorsabb, utána többnyire lelassul, az ár relatíve stabilizálódik. Különösen jól látszik ez a „szabályosság" a 19.1., 19.4., 19.6., 19.8. és 19.9. ábrán — menetük elég közel áll a *hiperbolához*.

Az áralakulás süllyedő tendenciája közgazdaságilag jól magyarázható.[3] Az új terméknek kezdetben ú j d o n s á g i á r a van. Ez egyfajta monopolár. A termékkel a piacon elsőként megjelenő vállalat igyekszik magas árak

[3] Lásd *Macskásy H.—Vidos T.* [112] dolgozatát.

révén kihasználni az áru újdonságában rejlő vonzóerőt.[4] Az ár ilyenkor jóval az önköltség felett van. Később azonban többféle tényező hat az árcsökkenés irányába. Fokozatosan megszűnik az újdonság varázsa, s megjelennek a konkurrensek. A kínálat erősen nő, gyorsabban, mint a kereslet. (A két tényező a mi esetünkben szorosan összefügg. Ruházati anyagról van szó, amelynek kereslete függ a divattól, ízléstől. Pl. a nylonholmi vonzóbb volt ritkaság korában, mint miután „közönségesebb" viselet lett.) Mások is igyekeznek



19.9. ábra

kihasználni az újdonság révén elérhető magas árakat, s éppen ezzel segítik letörni azt. A tőkés gazdaság egy-egy megrázkódtatása esetén (válságban vagy akárcsak kevésbé mély depresszióban is) még inkább csökkennek az árak. A rendkívül magas nyereséget tartalmazó termékek előállítói ugyanis azzal igyekeznek tartani a piacot, hogy lejjebb szállnak az árral. Így próbálják visszaszorítani az állandó versenytársat, adott esetben a természetes szálat, a természetes anyagot. Végül az árcsökkenés irányába hat az is, hogy a technikai begyakorlottság, a kutatómunka eredményeképpen csökken a termék önköltsége. Ha már az előbbi három tényező hatására az árban rejlő profit lesüllyed a többi árut jellemző színvonalra, a további árcsökkenés nagyrészt az önköltség csökkenésétől — és a műszálak és műanyagok esetében a természetes szállal, illetve anyaggal folyó állandó versenytől — függ. Az árcsökkenés egy idő múlva már többnyire ezért lassúbb. Nevezzük a viszonylagosan stabilabb, s az újdonsági árnál jóval kisebb árat n o r m á l á r nak.

Az egyes termékek árgörbéinek alakulása természetesen nem azonos. A kezdeti esés gyorsasága, meredeksége attól függ, hogy milyen ütemben jelentkeztek, hogyan kapcsolódtak össze az előzőkben leírt tényezők. A görbék „szabályosságát" megtörik különböző alkalmi ingadozások.

Az újdonsági árak lemorzsolódása korántsem a műanyag- vagy műszálipar specialitása. Hasonló a helyzet minden olyan új terméknél, amely iránt kezdetben — a gyártás megindulásakor — az újdonság külön vonzerejének

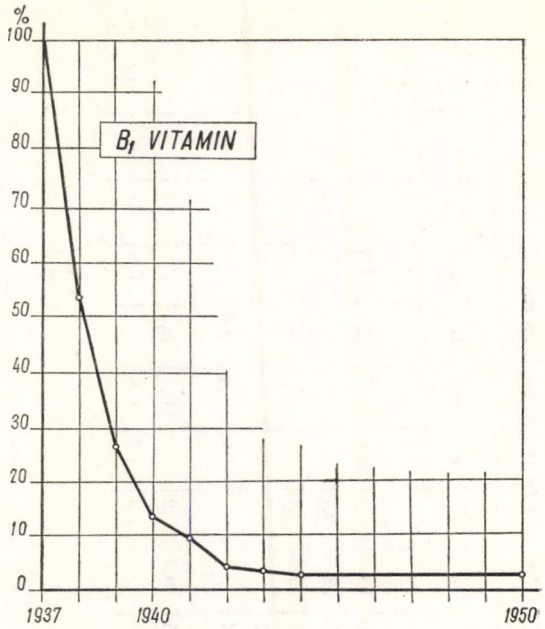
[4] Az amerikai üzleti nyelven ezt az árpolitikát úgy nevezik: „skimming the cream", a tejszín lefölözése . . . (Lásd *Dean, J.* [31] könyvét.)

19.2. táblázat

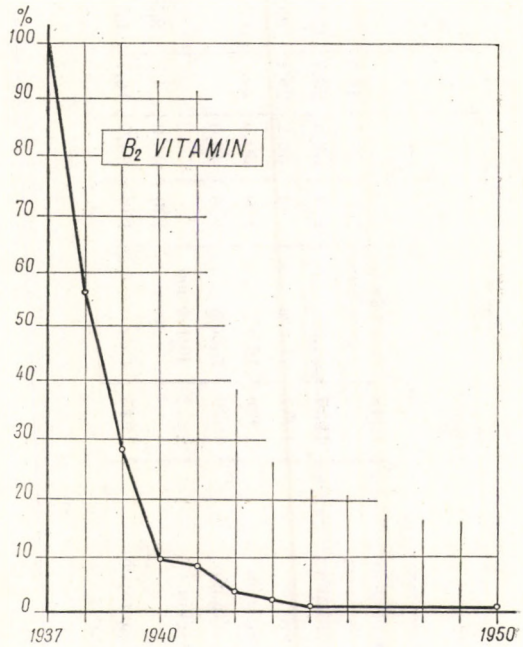
Egyes gyógyszerek árindex idősora*

A gyógyszer megnevezése	A termék megjelenésének éve	Induló ár $-ban	Árindex a termék megjelenése utáni években. A megjelenési év (*1.* év)=100														
			1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
Aureomycin	1948	15/16,25 mg-os kaps.	100	66,7	40,0		34,0	34,0			34,0		12,5	11,8				
B_1 vitamin	1937	7,5/g	100	53,3	26,7	13,3	9,3	4,0	3,3	2,7					2,7			
B_2 vitamin	1937	17,8/g	100	56,2	28,1	9,6	8,4	3,9	2,2	1,1					0,6			
B_6 vitamin	1939	12/g	100	30,8	25,0	16,0	10,0	9,2	9,2	6,7	5,0							
B_{12} vitamin	1949	2500/g	100	40,0				9,6			8,0	3,4	2,6					
Penicillin	1942	20/100 000 egység	100	50,0	4,5	2,5	1,2	0,5	0,3	0,2		0,1	0,4					
Streptomycin	1945	15/g	100	24,7	16,7	6,7	2,7	1,3		1,3	1,3	0,8		0,5		0,3	0,2	0,2

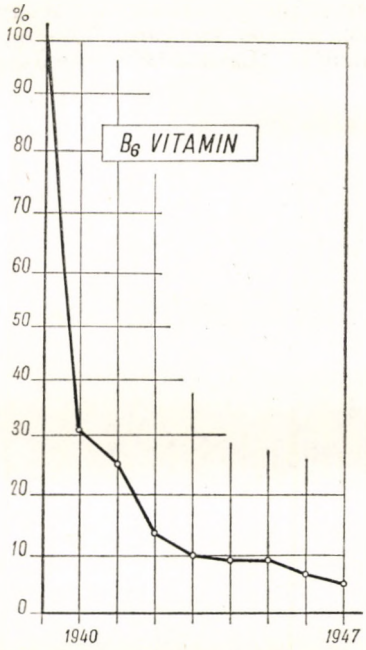
* Források: az 1957 előtti adatok *Dean, J.* [31] könyvéből (421. old.) és az Egyesült Államok kongresszusa elé terjesztett [182] jelentésből erednek. Az 1957 utáni adatokat a Medimpex Külkereskedelmi Vállalat közölte.



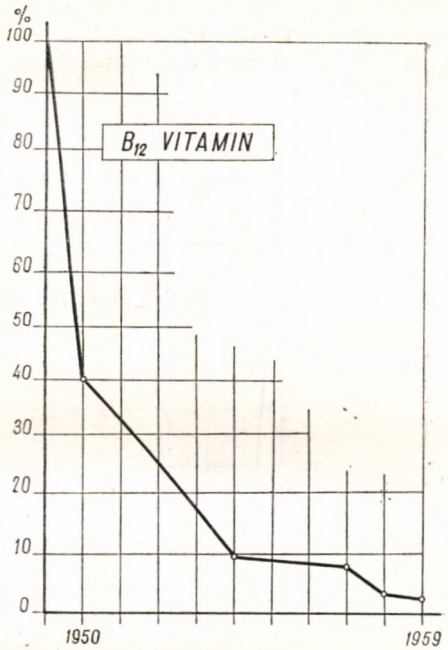
19.10. ábra



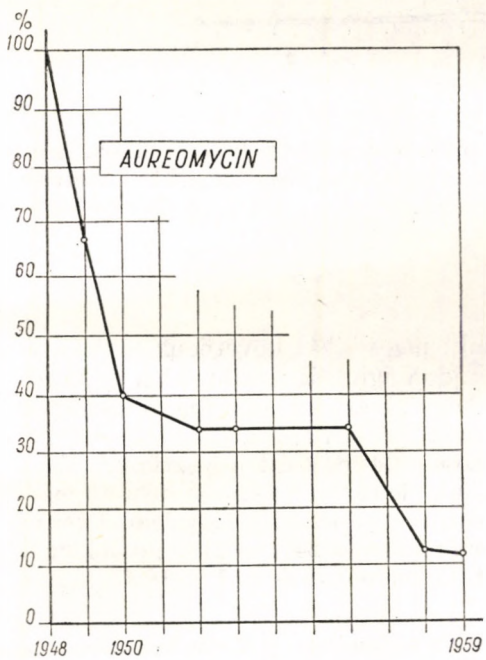
19.11. ábra



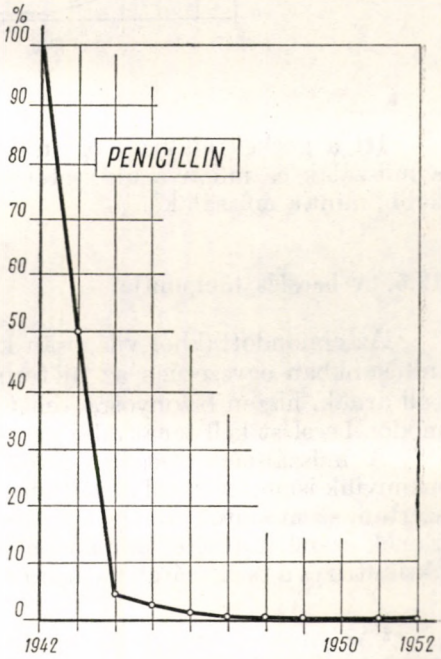
19.12. ábra



19.13. ábra

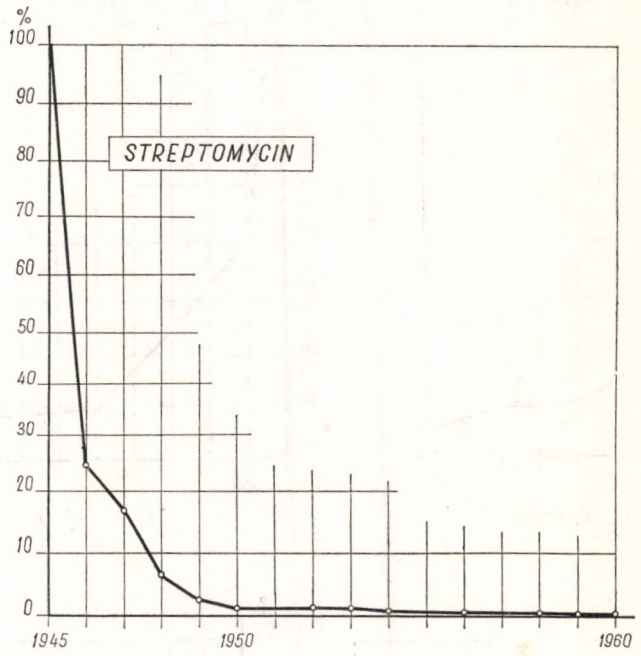


19.14. ábra



19.15. ábra

hatására rendkívüli kereslet mutatkozik. Vegyünk pl. egy másik — a magyar export szempontjából igen fontos — iparágat, a *gyógyszeripart*. Vizsgáljuk meg néhány gyógyszer áralakulásának dinamikáját. (Lásd a 19.2. táblázatot a 237. oldalon és a 19.10.—19.16. ábrákat.)



19.16. ábra

Itt a görbék alakja még inkább hasonlít szabályos hiperbolához, mint a műszálak és műanyagok esetében. A gyógyszerek áresése sokkal meredekebb, mint a műszálaké.

19.5. A becslés támpontjai

Az elmondottakból világosan kitűnik: nagy hibát követnénk el, ha számításunkban egyszerűen az új termék újdonsági árát tekintenénk jövendőbeli árnak, hiszen bizonyosra vehetjük, hogy az ár süllyedni fog. Valamilyen módon becslést kell tehát adni az új termék jövőbeli árára.

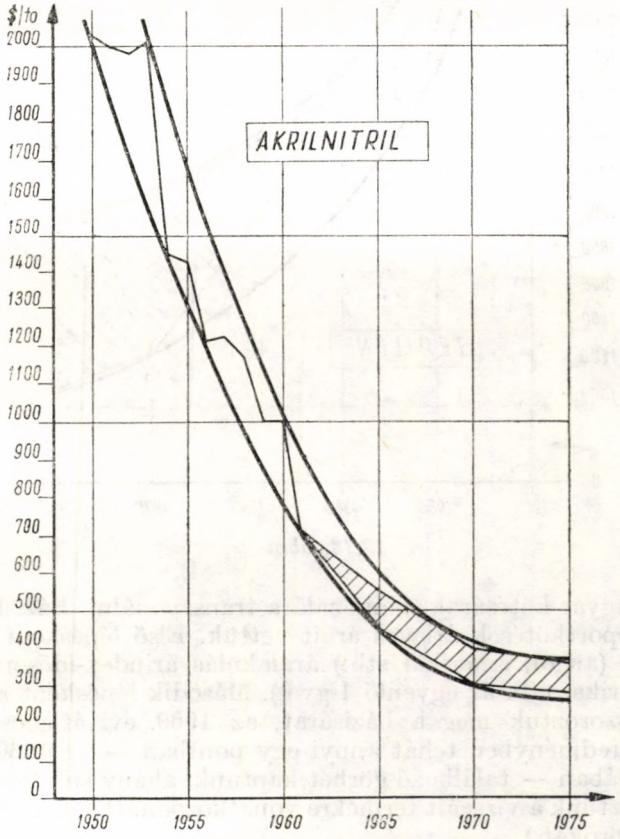
A műszálipari vizsgálat során összesen 34 becslést végeztünk.[5] Valamennyiük ismertetésétől el kell tekintenünk, de röviden vázolok néhány módszertani szempontot, amelyet érdemes hasonló becsléseknél figyelembe venni. Ennek szemléltetésére, csupán példaként közlöm, a 241. és 242. oldalakon az akrilnitril és a terilén áralakulására vonatkozó előrebecslés 19.17.—19.18. ábráit.

[5] Az előrebecsléseket, valamint a bauxit-alumíniumipari vizsgálat keretében végzett hasonló becsléseket *Tardos M.* dolgozta ki.
A könyv e szakasza részben *Tardos* feljegyzésén alapul.

A részletes adatokat (egy további termék adataival kiegészítve), valamint indokolásukat a függelék B.1. szakasza ismerteti.

Becsléseinket a következő információkra alapoztuk:

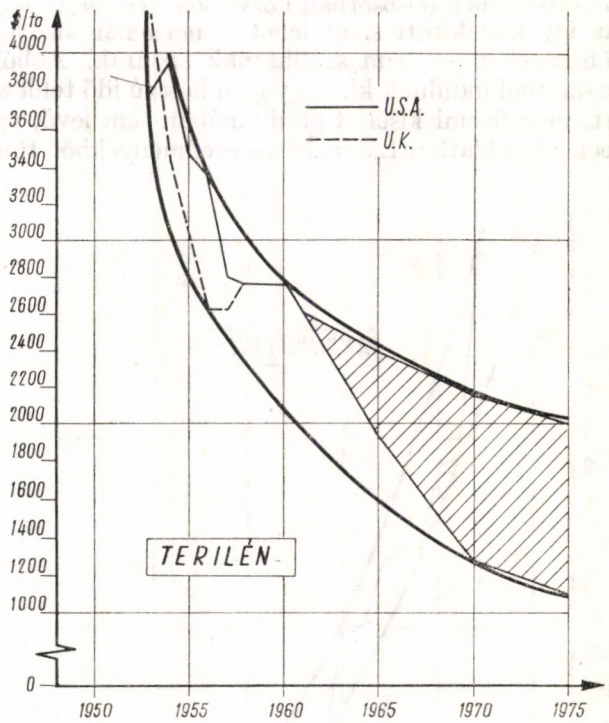
1. Összegyűjtöttük a vizsgált termék termelési feltételeire, önköltségére, a műszaki fejlesztés várható újdonságaira, a tudományos kutatás új eredményeire vonatkozó adatokat. Ezek alapján becslést adtunk a termelés rövidlejáratú változó költségeinek (elsősorban közvetlen bér- és anyagköltségeinek) színvonalára. Az így kialakított szint lehet a normálár alsó határa, ez alá — az esetek többségében — nem szállhatnak az árak. Abból a műszaki-gazdasági tapasztalatból indulunk ki, hogy igen hosszú idő telik el addig, amíg a jelenleg ismert, még üzemi kísérlet stádiumában sem levő, egyes műszaki részletkérdésekben megoldatlan tudományos eredményekből tömegméretű és



19.17. ábra

a külkereskedelmi árat meghatározó tényező lesz. Lehetséges, hogy közben új termelési módszereket is felfedeznek, de tömegméretű gyártásukat előreláthatóan csak a vizsgált időszakban vezethetik be, tehát még nem válnak ármeghatározó tényezővé.

2. Összegyűjtöttük az elmúlt periódus, lehetőleg minél hosszabb időszak árváltozásaira vonatkozó adatokat. Többnyire csak külföldi országok belföldi árai álltak rendelkezésünkre. Miután átszámítottuk egységes devizára, kitűnt, elég jelentősen eltérnek egymástól, értékük gyakran igen távol esik a magyar import-árszinttől. Az adatokat ezért először egységesíteni kellett. Célszerűnek látszott (a 19.1 elszámolási elv értelmében) a különböző nemzeti



19.18. ábra

ársorokat a magyar kötésárak színvonalára transzponálni. Bázisként az 1960. évi magyar importkötések átlagos árait vettük. Első lépésként meghatároztuk a külföldi (angol, amerikai stb.) áralakulás árindex-idősorait (az 1960. évi angol, amerikai stb. ár egyenlő 1-gyel). Második lépésként az így kapott árindexekkel szoroztuk meg a bázisárat, az 1960. évi átlagos magyar importárat. Végeredményben tehát annyi egy pontban — az 1960. évi átlagos importár pontjában — találkozó görbét kaptunk, ahány sok éves külföldi ársorral rendelkeztünk a vizsgált termékre vonatkozóan. (Lásd a 19.18. ábrán az 1960 előtti ársorokat.)

Az így egységes színvonalra kerülő adatok változásával kapcsolatban azonban még egy zavaró tényezőt kellett kiküszöbölnünk. Félő volt ugyanis, hogy a különböző országokban eltérő mértékű inflációs folyamat zavarhatja a tisztánlátást. Ezért az árkorrekciók harmadik lépéseként, az árak deflálása látszott célszerűnek. Minden ársort az inflációs folyamat ütemét jelző nagykereskedelmi árindexszel, exportár esetében pedig a világkereskedelem ár-

indexével osztottuk. Ez tartalmilag azt jelenti, hogy olyan árgörbéket kaptunk, amelyek az adott árucikk árváltozásait az összes többi termék árváltozásaihoz viszonyítva mérik. (Ez megfelel a 19.2. elszámolási elvnek.)

Az így nyert árgörbék változását vizsgálva több esetben célszerűnek mutatkozott egy regressziós függvény illesztése a nemzeti árgörbékhez, illetve annak vizsgálata, hogy milyen burkoló görbék közé szoríthatók a kapott pontok. Itt az árak változását az idő függvényében fejeztük ki. A regressziós függvények által megmutatott trendvonal vagy a burkoló görbék által határolt sáv információt ad az árak várható mozgására.

Hangsúlyozni kell azonban, hogy a múltbeli ármozgás jellegzetes tendenciáinak értékelésére használt függvényeket csupán támpontnak tekintettük a becslések során, s tartózkodtunk mechanikus extrapolációjuktól, attól, hogy gépiesen kivetítsük a jövőre.

3. Elemeztük a termék piaci helyzetét, az értékesítést kézben tartó szervek, esetleg nemzetközi kartell tevékenységét és árpolitikáját. Ezzel kapcsolatban figyelembe vettük a kiinduló anyagok várható ármozgása, valamint a kiinduló anyag és a végtermék közötti technológiai összefüggést is.

Az *1—3.* pont alatt felsorolt *speciális* információkhoz társultak még az ármozgásokra vonatkozó *általánosabb* információink. Az új műszálak, az új műanyagok, új gyógyszerek s általában az új termékek „ártörténelmének" analóg jelenségeiből következtetünk arra, hogy milyen lesz az általunk vizsgált termékek jövőbeli áralakulása.

Figyelembe kellett vennünk az áralakulás tipikus menetét. Ugyanakkor azonban nem szabad elfelejtenünk, hogy nincs merev szabályosság. Abból, hogy pl. az „*A*" szál ára öt év alatt morzsolódott le, nem következik, hogy a „*C*" szálnál is pontosan ugyanennyi idő alatt megy majd végbe ez a folyamat. Az árgörbe menete iparáganként, termékenként eltérő lehet. Ezért az analóg jelenségekből csak nagyon óvatosan következtethettünk, gondosan tanulmányozva a közelebbről vizsgált termékre vonatkozó speciális információkat.

Néha sem a műszaki-gazdasági információ, sem az elmúlt évek ármozgásának irányzata nem sugallt semmi határozottat az árváltozások irányára vonatkozóan. Ilyenkor az időben változatlannak becsültük a várható árak középértékét, s a jelenlegi árszínvonal körüli ingadozás magasabb fokával hívtuk fel a figyelmet az árszínvonal bizonytalanságára.

Ár-előrebecsléseknél igyekeztünk betartani a tudományos jellegű prognózisokkal szemben joggal támasztható követelményeket.[6] Ez nem az ideális pontosságot, csupán a következő elvek betartását jelenti:

— Egyértelmű definíciókat kell alkalmazni, hogy utólag verifikálhassuk a becslés pontosságát.

— Legyen mód reprodukálni azt a logikát, amelyen a becslés alapul; a feltevéseket, amelyekből a becsült nagyságokat levezettük.

— Legyen belső konzisztencia a különböző becslések között; készüljenek azonos alapelvek szerint.

Egy-egy időpontra nem egyetlen árbecslést adtunk, hanem egy intervallumot; azt az alsó és felső határt, amely között az ár a jövőben elhelyez-

[6] Lásd erről *Theil, H.* [164] fontos megállapításait.

kedik. (A 11., illetve a 14. fejezet már részletesen leírta, hogyan végeztünk a „-tól -ig" formában megadott adatokkal biztonsági rangsorolást, illetve programozást.)

Nincsenek illúzióink az ár-előrebecslések pontosságáról. Tudjuk, hogy a magyar külkereskedelemnek a tőkés piacon elérhető eladási és vételárai szükségképpen bizonytalanok, mert az árakra nagy hatást gyakorol a kapitalista országok piacának helyzete, a kapitalista vállalatok kereslete és kínálata, a kapitalista gazdaság konjunkturális hullámzása. Sok előre nem látható körülmény befolyásolja tehát az árak jövőbeni alakulását. A könyv 9—15. fejezetei részletesen foglalkoztak azokkal a módszerekkel, amelyek lehetővé teszik az adatok bizonytalanságának figyelembevételét a számításokban. Ezen túlmenően eljárásunk lényegesen alaposabb becsléseket eredményez, mint a gazdaságossági számítások hagyományos módszerei.

A hivatalos előírásra készülő hagyományos beruházásgazdaságossági számítások nem ár-előrebecslésekkel számolnak, hanem egyszerűen egy elmúlt időszak tényadataival. Igaz, a tényadat „biztos", az előrebecslés „bizonytalan". Kétségtelen azonban, hogy a beruházás valóságos gazdaságosságát végül is nem a múltbeli, hanem a jövőbeni ár dönti majd el (egyéb tényezőkkel együtt). Még mindig jobb tehát megkísérelni, hogy gondos vizsgálattal előrebecsüljük az árat (mégha a becslés nem is válik be pontosan), mint egyszerűen, minden felülvizsgálat nélkül, mechanikusan extrapolálni a jövőbe egy múltbeli árat, ahogy azt a hagyományos számítások teszik. Az utóbbi eljárás is, a számításban betöltött szerepét, tényleges hatását tekintve, „előrebecslés" — csak éppen a legkevésbé meggondolt előrebecslés.

Jellegzetes példa erre a „B_{12}"-vitamin gyártását kibővítő beruházás esete. Határozat született arra, hogy az egyik gyógyszergyárban jelentősen növelni kell e vitamin gyártását. A beruházás tetemes összeget igényelt. Amikor a számítás készült, 1957-ben a „B_{12}" ára 200 dollár/g volt. Ez az adat szerepelt a gazdaságossági számításban, amely így rendkívül gazdaságosnak jelezte a beruházást. Két év alatt azonban, 1959-re a „B_{12}" ára 65 dollárra süllyedt, ami nyilván alapvetően megváltoztatta a létesítmény tényleges gazdaságosságát.

Azt szokták mondani, hogy utólag könnyű okosnak lenni. A „B_{12}" árának csökkenését azonban előre lehetett volna látni, ha nem is pontosan, de legalábbis fő irányzataiban. Elég rápillantani a 15.10—15.16. sz. ábrákra, hogy ezt elismerjük.

Érdemes tehát a jelenlegi árak rutinszerű, gépies alkalmazása helyett komoly erőfeszítést tenni a várható árváltozási tendenciák reális becslésére.

19.6. Az indirekt importanyagköltségek

Az indirekt importanyagköltségek meghatározása teljesen analóg az indirekt termelési alapigény, illetve indirekt bérköltség meghatározásával, amelyet részletesen tárgyaltunk a 17.2. szakaszban. A következő szorzatot kell képezni:

$$r^{\text{indir}}_{j,\text{Rbl}} = r'_{\text{Rbl}} \check{\mathbf{G}} \bar{g}_j , \tag{19.2}$$

ahol

$\bar{g}_j$ = a programozási modell j-edik tevékenysége egy egységének anyag-input-koefficienseiből képzett oszlopvektor. Ez annyi komponensből áll, ahány szektora van a felhasznált I-O-táblának.

$\check{G}$ = az I-O-tábla inverz mátrixa.

r'_{Rbl} = a szocialista relációjú importanyagköltségek sorvektora, az I-O-tábla bontásában.

Analóg az eljárás az indirekt kapitalista importanyagköltség meghatározására is.

Sajnos, az indirekt importanyagköltségek meghatározásánál nincs módunk arra, hogy — a 19.3—19.5. szakaszokban leírt módon — ár-előrebecslésekkel dolgozzunk. Itt rendszerint meg kell elégednünk annak az időszaknak a tényleges külkereskedelmi áraival, amelyről az I-O-tábla készült.

20. A kalkulatív devizaárfolyam

20.1. Egységes devizaárfolyam szükségessége

20.1. elszámolási elv. Minden rubelben, illetve dollárban elszámolt költséget és bevételt egységes rubel-, illetve dollárárfolyammal számítunk át forintra.

Ez az egyik leglényegesebb különbség, amely a vizsgálatainkban alkalmazott kalkulatív értékeléseket az aktuális árrendszertől (és részben a hivatalos kalkulatív értékelésektől, a hivatalos beruházás-gazdaságossági metodikától) megkülönbözteti. Mindenekelőtt vessünk egy pillantást ebből a szempontból az aktuális árrendszerre.

A 20.1. táblázat *főárucsoportonként* tekinti át: hány forintért számoltunk el hazailag 1962-ben szocialista, illetve fejlett kapitalista országokból behozott áruk esetén egy-egy rubelt, illetve dollárt.

20.1. táblázat

Az aktuális devizaárfolyamok fő árucsoportonként*

Főárucsoport	1 rubel	1 dollár
	értékű import belföldi átadási ára 1962-ben, Ft-ban	
	(szocialista országokból származó áruk esetén)	(fejlett kapitalista országokból származó áruk esetén)
Anyag	42,50	46
Gép	44	54
Fogyasztási iparcikk	48,30	57
Mezőgazdasági és élelmiszeripari termék	43	62
Átlag	43,40	50

* Forrás: A Központi Statisztikai Hivatal [189] jelentése.

A 20.2. táblázat kiszámításánál az 1959. évi KSH I-O-táblából indultunk ki, a tábla szektorbontásában határoztuk meg a tényleges szektor-átlag devizaárfolyamokat. (A szektor importanyag-felhasználása Ft-ban per a szektor importanyag-felhasználása külföldi pénznemben.) Ezt viszonyítottuk a

népgazdasági átlagos tényleges devizaárfolyamhoz, majd a népgazdasági átlagtól való eltéréseket osztályközökbe soroltuk.

Mindkét táblázat a devizaárfolyamok nagyarányú szóródását, differenciáltságát mutatja, holott itt már aggregátumokról (főárucsoportokról vagy népgazdasági szektorokról) van szó. A szóródás még sokkal erősebb, ha termékmélységben vizsgáljuk a kérdést. Egy dollár értékű import hazai Ft átadási ára 10 és 470 Ft között szóródik.[1]

A devizaárfolyamok sokféleségét az aktuális árrendszerben többféle meggondolás indokolhatja. Pl. valamely fiatal, egyelőre drágán termelő magyar

20.2. táblázat

Szektoronkénti devizaárfolyamok eltérése az átlagtól*

Átlagos árfolyam = 100

Szektor-árfolyam	Darab
60 alatt	3
60— 70	1
70— 80	0
80— 90	11
90—100	19
100—110	23
110—120	12
120—130	8
130—140	5
140 felett	8
Összesen:	90

* Forrás: [189].

iparág termékének védelme az import versenyével szemben; annak biztosítása, hogy a felhasználó vállalatok ne igényeljenek importterméket a fiatal hazai iparág termékének rovására. Vagy: valamely iparág exportjának ösztönzése, az iparág gyorsabb fejlődése, s ezzel együtt költségeinek csökkenése érdekében. Az aktuális árak megállapításánál ily módon eleve belekalkulálnak egyfajta vámot, illetve exportprémiumot, még akkor is, ha a tiszta jövedelem pénzügyi elszámolásakor ez nem válik külön, ténylegesen kifizetésre kerülő vám, illetve exportprémium formájában.

A messzemenő fejlesztési célokon kívül számos más ok is szerepet játszik. Amikor az árhatóság az importtermékek hazai forintárát megszabja, figyelembe veszi a helyettesítési lehetőségeket az importált és a hazai eredetű termék között, s ezzel összefüggésben az ár szerepét a kereslet és a kínálat egyensúlyának biztosításában.

Az aktuális árrendszer hazai bírálói felvetik, hogy az aktuális árak képzésénél kialakuló devizaárfolyamok szóródása nem indokolható kizárólag racionális iparpolitikai, kereskedelempolitikai, vagy egyensúlyi megfontolások-

[1] Lásd a KSH [189] jelentését.

kal, hanem — legalábbis részben — az árképzés hibáival magyarázható. Könyvem nem kíván a vitában állást foglalni, s elemezni: mennyiben jogosult vagy mennyiben hibás a devizaárfolyamok szóródása az *aktuális* árrendszerben. Elegendő megállapítani: a rövidlejáratra jogosult eltérések is zavart okozhatnak a hosszúlejáratú számításoknál. A távlati beruházási tervek kidolgozásakor már nem kell adottnak tekinteni a magyar termelés jelenlegi szerkezetét, s ezzel együtt jelenlegi egyensúlyi feltételeit, hiszen éppen azt vizsgáljuk, hogy milyen irányban változtassuk meg. Hosszú lejáratra éppen azt kell meghatároznunk: milyen termék termelése lenne gazdaságos, e termék importja helyett; melyik termék előállítását fejlesszük ki annyira, hogy a hazai szükségleten felül exportra is jusson. Nem láthatunk tisztán ezekben a kérdésekben, ha egyes termékek termelését eleve kedvező színben tüntetjük fel a termelésükhöz felhasznált importanyagok túl olcsó, az átlagosnál lényegesen alacsonyabb devizaárfolyama révén; vagy megfordítva, hátrányos helyzetbe hozzuk a termlésükhöz felhasznált importanyagok túl drága elszámolásával. Ha azt akarjuk, hogy minden ágazat, minden termék *egyenlő eséllyel* szerepeljen a gazdaságossági számításokban, a beruházási erőforrások elnyerésében, akkor minden importot és exportot azonos árfolyamon kell elszámolni.

Éppen ez az egyik alapvető meggondolás, amely szükségessé teszi kalkulatív árak, kalkulatív devizaárfolyam alkalmazását és ezáltal az aktuális árak, az aktuális devizaárfolyamok megkerülését.

Egyébként a hivatalos beruházás-gazdaságossági számítások is törekszenek valamelyest erre, de nem következetesen. A már többször említett beruházás-gazdaságossági „g_n" képlet kiszámításakor a mutató számlálójában — amely a létesítmény termelésének értékét adja meg, világpiaci árakból kiindulva — az Országos Tervhivatal által erre a célra külön megadott egységes kalkulatív devizaárfolyamot kell alkalmazni. Ugyanezt kell használni a nevezőben is, az importanyagköltségek forintra történő átszámításakor. Viszont a beruházási költségek között jelentkező importráfordításokat (pl. a külföldi gépek beszerzése) már nem a kalkulatív árfolyamon kell számbavenni, hanem az aktuális árrendszer árfolyamain. A beruházási költségek átszámításához használt árfolyamok ily módon sok esetben 20—30%-kal nagyobbak vagy kisebbek, mint az értékesítés, illetve az importanyag átszámításához használt egységes kalkulatív árfolyam.

20.2. A devizaárfolyam közgazdasági tartalma

20.2. elszámolási elv. A kalkulatív devizaárfolyam nagysága fejezze ki: népgazdasági átlagban hány forint hazai ráfordításba kerül 1 rubel, illetve 1 dollár előteremtése export útján. (A hazai ráfordítást a 16. és 18. fejezetekben leírtak szerint értelmezzük: azaz mennyi kalkulatív bérköltséget és kalkulatív kamatot igényelt az export.)

Miért a népgazdaságilag *átlagos* ráfordítással számolunk s miért nem a devizaegyenleg növeléséhez szükséges *differenciális* ráfordítással?

A perdöntő ok: mert utóbbit nem ismerjük. Láttuk a kalkulatív eszközlekötési tényező és bértényező esetében, milyen nehézségekkel jár a differenciális nagyságok (ott: a termelési alap differenciális hatékonyságának és a létszám differenciális termelékenységének) számszerű meghatározása. A deviza-

árfolyam esetében sem könnyebb a feladat. Nem akármilyen differenciális ráfordítás, hanem az *optimális* népgazdasági programban a devizamérleg (aktív) egyenlegének növeléséhez szükséges differenciális ráfordítás ismeretére lenne szükség. Ehhez pedig ugyanúgy népgazdasági programozást kellene végrehajtani, mint a termelési alap differenciális hatékonyságának, s ezzel a racionális kalkulatív eszközlekötési tényezőnek a számszerű meghatározásához.

A devizaegyenleg növeléséhez szükséges *mai* differenciális ráfordítás feltehetően magasabb, mint a mai átlagos ráfordítás. A gazdasági vezetés azonban arra törekszik, hogy javítsa az export áruszerkezetét, a piaci relációk megoszlását és csökkentse a hazai termelési költségeket. Ezért a devizaegyenleg növeléséhez szükséges *jövőbeni* differenciális ráfordítás várhatóan csökkenni fog, s közelebb kerül a mai átlaghoz. Ahogy ezt már más összefüggésben kifejtettem (lásd a 17.3. szakaszt), hosszú lejáratra itt is számolhatunk a differenciális és az átlagos ráfordítás közeledésével. Ezért véleményem szerint — bár ez számszerűen nem bizonyítható — elég jól orientál a 20.2. elszámolási elv alkalmazása; használata mindaddig célszerű, amíg népgazdasági programozással nem sikerül jobban megalapozni a devizaárfolyamok számszerű meghatározását.

20.3. A devizaárfolyam meghatározása az input-output-tábla segítségével

A következő feladat: a 20.2. elszámolási elv értelmében *számszerűen* is meghatározni a hosszúlejáratú programozások egységes kalkulatív devizaárfolyamát. A számítást a népgazdasági I-O-tábla segítségével végeztük el.

Mindenekelőtt meghatároztuk az I-O-tábla bontásában, forintban a teljes hazai ráfordítástartalom koefficiensek N komponensből álló sorvektorát, $\check{\mathbf{c}}'$-t:

$$\check{\mathbf{c}}' = \gamma\check{\mathbf{p}}' + \Omega\check{\mathbf{q}}' = (\gamma\mathbf{p}' + \Omega\mathbf{q}')(\mathbf{E}-\mathbf{G})^{-1}, \tag{20.1}$$

ahol

γ = a kalkulatív eszközlekötési tényező;
Ω = a kalkulatív bértényező;
$\mathbf{p}'$ = a direkt termelési alap koefficiensek sorvektora;
$\check{\mathbf{p}}'$ = a teljes termelési alap koefficiensek sorvektora;
$\mathbf{q}'$ = a direkt tényleges bértartalom koefficiensek sorvektora;
$\check{\mathbf{q}}'$ = a teljes tényleges bértartalom koefficiensek sorvektora (lásd a 17.2. szakaszt $\mathbf{p}'$ és $\mathbf{q}'$ meghatározásáról);
$\mathbf{G}$ = a technológiai mátrix belső négyzete.

A $\check{\mathbf{p}}'$ és $\check{\mathbf{q}}'$ teljes tartalom vektorokat úgy határoztuk meg, hogy az már tartalmazza az értékcsökkenési leírás termelési alapigényét és bértartalmát is. (Lásd a 16.4. szakaszt.)

Számításunkhoz ismernünk kell még a következőket:

$\check{\mathbf{u}}'_{\text{Rbl}}$ = a szocialista relációjú teljes importanyag-felhasználás koefficienseinek sorvektora, rubelben ($\check{\mathbf{u}}'_{\text{Rbl}} = \mathbf{u}'_{\text{Rbl}}\check{\mathbf{G}}$);
$\check{\mathbf{u}}'_{\$}$ = a kapitalista relációjú teljes importanyag-felhasználás koefficienseinek sorvektora, dollárban ($\check{\mathbf{u}}'_{\$} = \mathbf{u}'_{\$}\check{\mathbf{G}}$);

$\mathbf{d}^{soc}$ = a szocialista országokban értékesített export oszlopvektora forintban. Ez az I-O-tábla úgynevezett „oldalszárnyának", az extern kibocsátások mátrixának egyik oszlopvektora;

$\mathbf{d}^{kap}$ = a kapitalista országokban értékesített export oszlopvektora forintban. Ez az extern kibocsátások mátrixának másik oszlopvektora;

F_{Rbl} = a szocialista országokban értékesített exportból eredő összes bevétel rubelben;

$F_{\$}$ = a kapitalista országokban értékesített exportból eredő összes bevétel dollárban. Az utóbbi két adat ismert a külkereskedelmi statisztikából.

Az adatok ismeretében a népgazdasági átlagos rubelárfolyam és dollárárfolyam a következőképpen határozható meg:[2]

$$D_{Rbl} = \frac{(\check{\mathbf{u}}'_{\$} D_{\$} + \check{\mathbf{c}}')\,\mathbf{d}^{soc}}{F_{Rbl} - \check{\mathbf{u}}'_{Rbl}\,\mathbf{d}^{soc}}, \tag{20.2}$$

$$D_{\$} = \frac{(\check{\mathbf{u}}'_{Rbl} D_{Rbl} + \check{\mathbf{c}}')\,\mathbf{d}^{kap}}{F_{\$} - \check{\mathbf{u}}'_{\$}\,\mathbf{d}^{kap}}. \tag{20.3}$$

A (20.2) képlet tartalma:

A nevezőben szerepel a rubelbevétel, mínusz a rubelráfordítás, azaz a nettó rubelhozam.

A számlálóban szerepel a rubel relációjú exportban szereplő teljes hazai ráfordítás forintban, plusz a rubel relációjú exportban rejlő dollár relációjú import, de már a dollárárfolyammal forintra átszámítva.

A számláló mértékegysége forint, a nevezőé rubel.

Analóg módon értelmezhető a (20.3) képlet. Végeredményben két egyenletünk van, két ismeretlennel: D_{Rbl}-lel és $D_{\$}$-ral. A megoldás:

$$D_{Rbl} = \frac{\check{\mathbf{c}}'\mathbf{d}^{soc}(F_{\$} - \check{\mathbf{u}}'_{\$}\mathbf{d}^{kap}) + (\check{\mathbf{c}}'\mathbf{d}^{kap})(\check{\mathbf{u}}'_{\$}\mathbf{d}^{soc})}{(F_{Rbl} - \check{\mathbf{u}}'_{Rbl}\mathbf{d}^{soc})(F_{\$} - \check{\mathbf{u}}'_{\$}\mathbf{d}^{kap}) - (\check{\mathbf{u}}'_{Rbl}\mathbf{d}^{kap})(\check{\mathbf{u}}'_{\$}\mathbf{d}^{soc})}, \tag{20.4}$$

$$D_{\$} = \frac{\check{\mathbf{c}}'\mathbf{d}^{kap}(F_{Rbl} - \check{\mathbf{u}}'_{Rbl}\mathbf{d}^{soc}) + (\check{\mathbf{c}}'\mathbf{d}^{soc})(\check{\mathbf{u}}'_{Rbl}\mathbf{d}^{kap})}{(F_{Rbl} - \check{\mathbf{u}}'_{Rbl}\mathbf{d}^{soc})(F_{\$} - \check{\mathbf{u}}'_{\$}\mathbf{d}^{kap}) - (\check{\mathbf{u}}'_{Rbl}\mathbf{d}^{kap})(\check{\mathbf{u}}'_{\$}\mathbf{d}^{soc})}. \tag{20.5}$$

A két képlet látszólagos bonyolultsága azzal a nehézséggel függ össze, hogy a szocialista országokba irányuló export is tartalmaz dollárráfordítást és viszont, a kapitalista országokba irányuló export is tartalmaz rubelráfordítást, s a ráfordítások kölcsönösen továbbgyűrűznek.

Lényegében a (20.4)—(20.5) képletekben leírtaknak megfelelő számítást végzett, a KSH 1959. évi I-O-táblája alapján *Havas P.*[3] Rendkívül fontos, sokoldalú számításai során többféle devizaárfolyamot számított ki. Közülük a 16—20. fejezetekben eddig kifejtett elszámolási elvekhez legközelebb állót ismertetem. *Havas P.* is kétféle hazai ráfordítással számolt: kalkulatív bérrel

[2] Azt a gondolatot, hogy a devizaárfolyam meghatározásához felhasználható az I-O-tábla, *Havas P.* vetette fel elsőnek a magyar közgazdasági irodalomban, [51] cikkében. Könyvemben az ott kifejtett elgondolást igyekeztem továbbfejleszteni, két irányban: a relációk szerinti bontás figyelembevételével (külön dollár- és rubelárfolyam), továbbá a „hazai ráfordítás" fogalmának részletesebb kidolgozásával.

[3] Lásd *Havas P.* második 1962. évi [52] cikkét.

és eszközlekötési járulékkal. Az általa alapul vett kalkulatív bértényező 1,3, a kalkulatív eszközlekötési járulék pedig 7,4%, tehát nagyon közel áll ahhoz, amit mi a (18.2—18.3.) elszámolási elvekben előírtunk. A c' vektor e számításokban tartalmazza az értékcsökkenési leírás termelési alap igényét és bértartalmát is.[4]

A számítás eredményeképpen kapott Ft/dollár kalkulatív devizaárfolyam: 62,80. Lényegében ezt az árfolyamot, valamint az ennek megfelelő rubelárfolyamot használtuk fel mi is programozásainkban.

20.3. elszámolási elv. A kalkulatív dollárárfolyam kb. 60 Ft/dollár.

20.4. A program devizaárfolyam-érzékenysége

Tekintettel a kalkulatív devizaárfolyam bizonytalanságára, érzékenységi vizsgálatokat végeztünk. Példaképpen ismertetem a műszálipari kutatás egyik paraméteres programozását.

A dollárárfolyamot végigfuttattuk a 40—65 Ft-os intervallumon, s összesen 4 kvantitatív azonossági tartományhoz jutottunk. Az eredményeket a 20.3. táblázat mutatja be.

20.3. táblázat

Paraméteres programozás a műszáliparban a dollárárfolyam függvényében

Dollárárfolyam-tartomány	−39,3	39,3−43,4	43,4−60,2	60,2
A program által termelésre és exportra előirányzott termék (és technológia)				
Poliakrilnitril kopolimer rost	H+E	H+E	H+E	H+E
Terilén rost	H+E	H+E	H+E	H+E
Nylon 6 selyem „*A*" technológia	H+E	H+E	H+E	H+E
Polipropilén selyem	H+E	H+E	H+E	H+E
Celofán, új üzemben	H+E	H+E	H+E	H+E
Fenol	—	—	H	H
Etilénglikol	—	H	H	H
Polipropilén	—	—	H+E	H+E

Jelmagyarázat: H = termelés hazai szükségletre
E = termelés exportra

A számítás néhány tanulsága:

A program jelentős része nem érzékeny a dollárárfolyamra, a vizsgált tartományon belül. A fenti táblázat első öt sora lényegében azonos az egész reálisan számbajövő dollárárfolyam-intervallumban. Az öt termék hazai gyártása és exportja még 35 Ft-os dollárárfolyam esetén is kedvezőbb lenne az importnál.

A számítással speciális hosszúlejáratú importgazdaságossági mutatóhoz jutottunk. Értelmezéséhez vegyük az etilénglikol példáját. Hazai termelés

[4] Havas ezt a típusú árfolyamot $\overline{G\beta}$-val jelölte.

esetén 1 dollár import megtakarításáért legfeljebb 39,30 Ft-ot kell fizetnünk. Ha a népgazdaság más területein 39,30-nál olcsóbban tudjuk megszerezni a dollárt (import megtakarításával, vagy exporttal), akkor *nem* érdemes etilénglikolt gyártani, hanem inkább importálni érdemes. Hasonlóképpen értelmezhető a többi karakterisztikus érték is.

Karakterisztikus értékeink, legalábbis megközelítően, összehasonlíthatók azokkal az előbb említett számításokkal, amelyek a kapitalista relációjú export átlagos ráfordításait határozták meg, a népgazdasági I-O-tábla segítségével. Eszerint a kapitalista relációjú export átlagos ráfordítása 62,80 Ft. Ehhez képest a műszálipari programban szereplő beruházási akciók igen kedvezőek; lényegesen jobbak az átlagnál.

Fontos mutatószám: mi a dollárárfolyamnak az a karakterisztikus értéke, amely felett a beruházási keret kimerül, s amely alatt egy része még kihasználatlan marad.

Számításainkból kitűnik: 43,40 Ft/dollár alatt a beruházási keret 25—30%-a kihasználatlan marad. Ha a dollárárfolyam több mint 43,40 Ft, akkor érdemes igénybevenni a műszálipari beruházásokra szánt egész beruházási összeget.

Mit jelent ez a mutatószám? Ha van olyan ágazat, amely 43,40 Ft-nál kevesebbért teremti elő a dollárt (import megtakarítása vagy export révén), akkor a beruházási keretnek legalább 25—30%-át érdemes oda átcsoportosítani. Ha azonban ilyen ágazat nincsen, akkor érdemes az egész beruházási keretet a műszáliparnak meghagyni.

Amint a már elmondottakból kitűnik: ez a kritikus érték is kedvezőnek mutatja a műszálipar fejlesztését, hiszen a 43,40 Ft/dollár szorzó jóval alacsonyabb, mint az összehasonlításra megközelítően alkalmas népgazdasági átlagszám.

A dollárárfolyam indokolt nagyságáról sok a vita a közgazdászok között. A határok azonban kialakultak: 35 Ft-nál alacsonyabb vagy 65-nél magasabb árfolyamot senki sem javasol. Márpedig láttuk: széles tartományon belül a program zöme stabil. Tehát a paraméteres programozás gyakran — legalábbis részben — feleslegessé teszi a problematikus paraméterek számszerű nagysága feletti vitát.

21. Harmadik összehasonlítás a hagyományos módszerekkel

21.1. Eltérés az aktuális áraktól

Mindenekelőtt egy összefoglaló számítást ismertetek annak illusztrálására, hogy a (16.1) általános árképlet szerint képzett kalkulatív árak milyen nagy mértékben térnek el az aktuális áraktól. A számítást az Országos Árhivatal megbízásából dolgozó kutatócsoport végezte el.[1] A Központi Statisztikai Hivatal 1959. évi I-O-táblájából indultak el, ezt 80 szektorosra vonták össze, majd kiszámították: hogyan változnának az árarányok, ha az aktuális árakról áttérnénk „kétcsatornás" árakra. Ebben 0,1-es eszközlekötési

21.1. táblázat

Az input-output-tábla szektorainak átlagos árváltozása „kétcsatornás" árak esetén*

Árindex %-ban	Hány szektorban
160,1—170	1
150,1—160	1
140,1—150	1
130,1—140	4
120,1—130	6
110,1—120	11
100,1—110	15
100,1—110	13
90,1—100	18
80,1— 90	5
70,1— 80	2
60,1— 70	2
50,1— 60	1
Összesen:	80
Ebből: 10%-nál nagyobb mértékű változás	52

* Forrás: [194], 3. sz. melléklet.

[1] Lásd az Országos Árhivatal által kiadott [194] jelentést. A jelentés alapjául szolgáló kutatás matematikai módszereit *Ganczer S.* irányításával az MTA Számítástechnikai Központ és az Országos Árhivatal munkatársaiból álló csoport dolgozta ki.

Az aktuális árrendszer és a kalkulatív értékelések eltérései

21.2. táblázat

A jellegzetesség megnevezése	Aktuális árrendszer*	A beruházás-gazdaságossági számításokban alkalmazott hivatalos kalkulatív értékelések**	A hosszúlejáratú programozásainkban alkalmazott kalkulatív értékelések
Alkalmaz-e eszközlekötési járulékot az igénybe vett állóeszközök után? Ha igen, hány %-os tényezővel?	Nem. (Nemrég már bevezették a ténylegesen fizetendő 5%-os járulékot, de ez még nem hat az árakra)	Igen, 20%	Igen, 8%
Figyelembe veszi-e az indirekt termelési alapigényt? Ha igen, milyen módon?	Nem	Igen; népgazdaságilag egységes szorzófaktorral	Igen; elsősorban az I-O-tábla segítségével, tevékenységenként meghatározva
Hány %-os kamatlábat számol az igénybe vett forgóeszközök után?	3%	20%	8%
Megnöveli-e a direkt bérköltséget a tényleges bérköltséghez képest illetményadó felszámításával?	Igen	Igen	Igen
Az időben változatlan bérekkel számol-e?	Igen (Aktuális árrendszernél ez magától értetődő)	Igen	Nem

Hogyan kalkulálja a hazai anyagráfordításokat?	Az ármegállapítás alapjául szolgáló kalkulációban a felhasznált anyagokat az aktuális termelő árakon számolják el	1. Az anyagráfordítást lehetőleg külkereskedelmi áron számolják el, akkor is, ha hazailag termelik 2. A mégis Ft-ban elszámolt anyagfelhasználást aktuális termelői árakon számítják	1. Az anyagráfordítás egy részét külkereskedelmi áron számoljuk el, akkor is, ha hazailag termelik 2. A Ft-ban elszámolt anyagköltséget visszavezetjük a teljes bértartalomra, teljes importtartalomra és teljes termelési alapigényre
Egységes devizaárfolyammal számol-e?	Nem; termékcsoportonként eltérő devizaárfolyammal	Az exportbevételt és az anyagimport költségét egységes kalkulatív devizaárfolyamon számolják el. Az importból eredő beruházási költséget az aktuális árrendszer termékcsoportonként eltérő devizaárfolyamaival számítják	Egységes devizaárfolyammal számolunk

* A magyar aktuális árrendszer sajátosságairól részletes tájékoztatást ad *Csikós Nagy B.* [25] könyve.
** Lásd a Beruházások Kódexét [195].

tényező és 1,22-es bértényező érvényesülne. (Mint látható, e két szám elég közel áll a 18.2. és 18.3. elszámolási elvben szereplő számokhoz.) Végeredményben 80, egy-egy széles termékcsoportra, egy-egy szektor „átlagtermékére" vonatkozó árindexhez jutottak. A 21.1. táblázatban osztályközökbe soroltuk az árindexeket.

A táblázat fényt derít arra, hogy milyen mélyreható átalakulást jelent a (16.1) típusú ár érvényesítése.

A 21.2. táblázatban (lásd a következő oldalon) nem számszerűen, hanem tartalmilag foglaljuk össze, hogy a IV. részben leírt kalkulatív árrendszer miben tér el egyrészt az aktuális árrendszertől, másrészt a hivatalos kalkulatív értékelésektől.

Milyen módszereink, támpontjaink voltak az aktuális árak megkerülésére?

Az egyik módszer: a hazai nem termelő fogyasztás igényeit adottnak vettük; az erre a célra történő kibocsátás volumenét kötelezően előírtuk programozási modelljeinkben. *Ezzel lényegében kikapcsoltuk az aktuális fogyasztói árrendszer közvetlen hatását a programozási modell keretei között végbemenő választásra.* Természetesen a fogyasztói árrendszer a valóságban kihat a fogyasztói döntésre. Feltevésünk azonban az, hogy a tervező intézmények már eleve figyelembe veszik a fogyasztói választásokat, amikor meghatározzák a nem termelő fogyasztásra menő kibocsátás tervdirektíváit.

A másik módszer: a ráfordítások pénzbeli számbavételéhez, kalkulatív számszerűsítéséhez a következő adatforrásokat vettük igénybe:

1. A nemzeti jövedelem, a termelési alap és a létszám növekedésére és egymásközti összefüggéseire vonatkozó makroökonómiai statisztikai adatok.

2. I-O-táblák.

3. Speciális felmérések az ágazatok, szektorok beruházásigényeire.

4. Hagyományos „reálköltség-számítások"; a teljes bértartalom, beruházásigény és importtartalom meghatározása egyedi „továbbgyűrűztetéssel".

5. Országos külkereskedelmi adatokon (valamint az I-O-táblákon) alapuló számítások devizaárfolyamok meghatározására.

6. Külföldi piacokon érvényesülő tényleges importbeszerzési és exporteladási árak.

Az adatforrásokat többféle módon kombináltuk.

21.2. A kalkulatív és az aktuális árak célszerű viszonya

Az aktuális árrendszer megkerülésében nem voltunk és nem is lehettünk következetesek. A makroökonómiai statisztikai adatok jelentős részét egy rögzített időpont aktuális árrendszeréből képzett változatlan árak alapján számítják; az I-O-táblákat forintban állítják össze stb. Nincs elvágva a köldökzsinór kalkulatív értékeléseink, kalkulatív árrendszerünk és a kiinduló aktuális árrendszer között. Csupán a mesék Münchhausen bárója volt képes arra, hogy a saját hajánál fogva húzza ki magát a mocsárból. Bármennyire látjuk is az aktuális árrendszer különböző fogyatékosságait; bármennyire tudjuk is, hogy tévesen orientálhatja a távlati tervdöntéseket, mégis elkerülhetetlen az aktuális árrendszer egyik-másik elemének felhasználása.

S itt számos *elvi* jelentőségű kérdés merül fel:

Egyáltalán lehetséges-e teljesen megkerülni az aktuális árrendszert?

Közömbös-e a *távlati* tervezés szempontjából, milyen az aktuális árrendszer?

Ha jobb volna az aktuális árrendszer, nem lenne szükség kalkulatív árakra?

Könyvemnek nem tárgya az aktuális árrendszer elemzése, ezért nem térek ki bővebben e kérdésekre. Röviden mégis utalnom kell rájuk, nehogy az olvasóban — a kalkulatív értékelésekről szóló rész végére érve — téves benyomások maradjanak.

Az aktuális árrendszer fő hivatása az, hogy az *operatív, rövidlejáratú* döntéseket orientálja; ideértve mind a felsőbb gazdasági vezetés, mind a vállalatok, mind pedig a fogyasztók választását. Általános az a vélemény, hogy a jelenlegi árrendszer nem tölti be elég jól hivatását. A megfelelő aktuális árrendszert azonban *semmiféle, a távlati döntések megalapozására hivatott kalkulatív árrendszer nem képes pótolni.*

Vitatott kérdés: ki és milyen módszerekkel szabja meg az aktuális árakat. Központilag alakítsák-e ki vagy alakuljanak ki a kereslet és a kínálat hatására a vevők és eladók közvetlen megegyezésével? És ha központilag szabják meg: az ármegállapítás a hagyományos módszerekkel történjék-e vagy pedig matematikai módszerekkel?

Könyvemben részletesen szó volt arról, hogyan lehet I-O-táblák segítségével kalkulatív árakat képezni. Később egy külön fejezet tárgyalja majd, hogyan nyerhetünk kalkulatív árakat, értékeléseket lineáris programozási modellek ún. árnyékáraiból. Ezek a technikák azonban nemcsak *kalkulatív* árak képzéséhez használhatók, hanem igénybevehetők az *aktuális* árak képzésének segédeszközeként is.[2] Egyrészt: matematikai módszerekkel számszerűsíthetők egyes alapvető értékelések: eszközlekötési tényező, illetményadó, devizaárfolyamok, földjáradékok, bányajáradékok, alapvető jelentőségű vámtarifák stb. Esetleg, ezen túlmenően, egyes alapvető fontosságú anyagok, termékcsoportok átlagos árindexei is. Másrészt: matematikai modellek felhasználhatók árreformok várható hatásának felmérésére; az árváltoztatások „továbbgyűrűző" hatásának nyomon követésére. Ugyanakkor meggyőződésem, hogy egy *komplett, milliónyi árból összetett aktuális árrendszer nem állítható elő elektronikus számológépen.* Láttuk pl. a termelési alapok, a beruházási keretek elosztásával kapcsolatban: egyes összefüggésekben valósággal rákényszerülünk, hogy elektronikus számológépen szimuláljuk, „eljátsszuk" a „piacot" (e példában: a „tőkepiacot"), azért, hogy megfelelő értékelésekhez jussunk. Ez azonban rendkívül aggregált formában történik; a valóságos gazdaság milliónyi részlet eseménye, a termelés, a forgalom és a fogyasztás milliónyi folyamata nem programozható elektronikus számológépen. Ezért az árak számításának „matematizálása" nem teszi feleslegessé, hogy — meghatározott keretek, korlátok között — helyet adjunk a piaci tényezőknek az árak kialakításában.

Kívánatos tehát (s egyúttal lehetséges is) az aktuális árképzés lényeges megjavítása. Azonban a legjobb aktuális árrendszer sem teszi feleslegessé, hogy *a távlati tervezéshez, a népgazdaság messzire ható szerkezeti döntéseihez az*

[2] Magyarországon jelentős — és sok tekintetben máris eredményes — kutatások folynak ebben az irányban. A kutatások egyik fő ága a már többször említett „ármodellel" kapcsolatos: *I-O-táblák* segítségével vizsgálják egyes árváltozások, illetve mélyreható általános árreformok várható hatását az árrendszerre. (Lásd erről pl. [42].)

A kutatás másik ága a *lineáris programozási modellek* árnyékárainak felhasználásával kapcsolatos. (Lásd erről *Simon Gy.* és *Kondor Gy.* [156], [159] munkáit.)

aktuális áraktól eltérő kalkulatív árakat vegyünk igénybe. A legjobb aktuális árrendszer is mindig az adott körülményekhez tapad (az ország meglevő gazdasági szerkezetéhez, s az ahhoz kapcsolódó külkereskedelmi szerkezethez, az éppen adott technikai színvonalhoz, az éppen ismert technológiák helyettesítési lehetőségeihez, a fogyasztók adott igényeihez stb.). A távlati tervezéshez viszont a tartósabb tendenciákat kifejező kalkulatív árak kellenek.

Igaz ugyanakkor, hogy *a távlati tervezéshez szükséges kalkulatív árak kiszámítása könnyebb és megbízhatóbb lenne, ha — egyik kiindulópontként — jobb aktuális árakra támaszkodhatnánk.* Ez esetben nem lenne szükség az aktuális árak minél teljesebb megkerülését célzó görcsös igyekezetre. Figyelmünket a várható időbeni változások előrebecslésére, az aktuális árak szükséges mértékű korrekciójára korlátozhatnánk.

Összefoglalva: a matematikai módszerekkel történő kalkulatív árképzésnek semmiképpen sem szabad demobilizálnia az aktuális árrendszer megjavítására irányuló erőfeszítéseket. Sőt; éppen e törekvés remélhető sikerei fogják majd magasabb színvonalra emelni a kalkulatív árképzés jelenleg még eléggé kezdetleges módszereit.*

* *Megjegyzés a 21. fejezethez.* Könyvem 2. fejezetében szó volt az akkor hivatalosan előírt „beruházás-gazdaságossági mutatókról". Jelenleg is van kötelező előírás arra, hogy például az államilag finanszírozott egyedi nagyberuházások előkészítésekor gazdaságossági számítást kell végezni. (Lásd az erről szóló állami rendelkezéseket, a [265] Jogszabálygyűjtemény 69—77. oldalán.) A mai számítási metodika kétségkívül fejlettebb a 8—10 évvel ezelőttinél. A gazdaságossági mutatószám egy hányados, amelynek számlálója a diszkontált jövedelem, nevezője pedig a diszkontált fejlesztési költség, tizenötéves elszámolási időszakra összegezve. Megjelennek benne azok az elszámolási elvek, amelyeket egyebek között könyvem IV. része is ajánlott:

— Egyes bevételeket és ráfordításokat export-, illetve importáron kell számításba venni. (16.5—16.7. elszámolási elv.)

— Egyes esetekben árprognózist kell kidolgozni a jövendő árak előrebecslésére. (19.1. elszámolási elv.)

— Egységes deviza-árfolyamokat kell alkalmazni. (20.1. elszámolási elv.)

— A jövendő bérszínvonalat kell előre becsülni, a bérek várható növekedési ütemének megfelelően. (16.8. elszámolási elv.)

— Egységes és az időben állandó kamatlábat kell alkalmazni. (18.1. elszámolási elv.)

Hasonlóképpen gazdaságossági számításokat kell végezni akkor is, amikor a vállalatok hitelt kérnek beruházásaik finanszírozásához. A beruházási hitelekért jelenleg fizetendő kamatlábakat már ismertettem a 18. fejezethez fűzött megjegyzésben. Ott megemlítettem, hogy azok átlagos nagysága megegyezik a 18.2. elszámolási elvben ajánlott 8%-kal.

Nem szeretném azt a benyomást kelteni, mintha azt hinném: a gazdaságossági számítások mai gyakorlata a könyvemben javasolt elszámolási elvek alapján alakult volna ki. Nem zárható ki persze, hogy egyik-másik közgazdászra, akik résztvettek a mai gyakorlat kialakításában, talán hatott könyvem is. Végül is azonban inkább arról van szó, hogy mind a könyvemben leírt elszámolási elvekben, mind pedig a gazdaságossági számítások gyakorlatában egyaránt azok a gondolatok fejeződtek ki, amelyek a hatvanas években Magyarországon „benne voltak a levegőben", uralkodóvá váltak a közgazdasági közvéleményben.

Könyvemnek a kalkulatív értékelésekről írott fejezetei hangsúlyozták: nem jutottam megnyugtató, befejezett megoldásokhoz. E rész inkább a *viaskodást* tükrözte a racionális elszámolás nehézségeivel. Sajnos, a kutatásnak ez az iránya nemigen bontakozott ki. A *kalkulatív* árak, értékelések kérdése ma kevéssé foglalkoztatja a magyar közgazdászokat. Akiket az árak problémája egyáltalán érdekel, elsősorban a rövid távú szabályozásban szerepet játszó *aktuális* árakat tanulmányozzák. A középtávú tervezésben részt vevő matematikai közgazdászok pedig jórészt elfordulnak ettől a kérdéstől. Egyszerűen az aktuális árakat használják fel modelljeikben, megkerülve annak alapos mérlegelését, hogy azok hogyan hatnak a modell által kiszámított tervekre. (Most kezdődött meg annak

alaposabb vizsgálata, hogyan kell figyelembe venni az árarányok változását a hosszú távú tizenötéves tervezésben.)

Ma is változatlanul hiszem, amit a könyv IV. részében írtam: nem elégedhetünk meg a közép- és hosszú távú tervezésben, a hosszú lejáratú döntésekben az aktuális árak fenntartás nélküli átvételével. Igenis szükség van kifejezetten a közép- és hosszú távú döntések céljait szolgáló kalkulatív árakra. Bár persze jobb lenne, ha sikerülne azokat meggyőzőbben megalapozni, mint ahogy azt könyvem megpróbálta.

Egyébként érdemes megemlíteni, hogy világszerte folynak kutatások ebben az irányban. Az egyik fontos irányzat a „jóléti közgazdaságtan" gondolataiból kiindulva az úgynevezett „cost-benefit" analízist igyekszik meghonosítani. (Lásd erről pl. *Prest, A. R.—Turvey, R.* [254] összefoglaló cikkét.) Olyan gazdaságossági számításokat ajánlanak, amelyekben a piaci árakban kifejezésre nem jutó előnyöket és áldozatokat, ráfordításokat is pénzben mérve (azaz „kalkulatív értékeléseken") veszik számba. Ehhez kapcsolódik egy másik irányzat, amely kifejezetten az új létesítmények, beruházások gazdaságossági számításaihoz ajánlja „kalkulatív értékelések" felhasználását. (Lásd pl. *Little, I. M. D.—Mirrless, J. A.* [241] könyvét a „project analysisről", a létesítmények elemzéséről. E szerzők egyébként az „árnyékár" kifejezést használják, de nemcsak a lineáris programozás duális megoldására, hanem ugyanarra a szélesebb kategóriára, amelyet én „kalkulatív értékelésnek" nevezek.)

Azt hiszem, a kérdés *kutatásának* kibontakozása végső soron attól függ majd, igényli-e a *gyakorlat*. Az pedig akkor fog rá igényt tartani, *ha a gazdaságossági számításokat sokkal komolyabban veszik a döntésthozók, mint napjainkban.* A rendeletek betűi tulajdonképpen már ma is kötelezővé teszik a gazdaságossági számítások megfontolását, de úgy tűnik, hogy a valóságos döntésekre nem gyakorolnak igazi befolyást.

V. RÉSZ

A népgazdasági és az ágazati programozás összekapcsolása

A könyv II. része az iparági programozásokkal foglalkozott. Itt csupán egyetlen kapcsolat volt a népgazdasági terv és az ágazati programozási modell között: a quasi-konstans tervdirektívák, az ágazatnak előírt kibocsátási kötelezettségek és erőforráskeretek.

A III—IV. rész továbblépett. Azt vizsgálta: miképp határozzuk meg az ágazati modellek célfüggvényét? A célfüggvény orientáljon olyan ágazati döntésre, amely harmonikusan beleilleszkedik a népgazdaság kívánatos, racionális arányaiba. (Pl. alkalmazzon olyan kalkulatív eszközlekötési és bértényezőt, hogy az népgazdasági méretekben is a termelési alap és a létszám kedvező kombinációjához vezessen; olyan biztonsági szintet, amely garantálja a tervezett arányok érvényesülését stb.) A célfüggvényt tehát úgy igyekeztünk meghatározni, hogy az a népgazdasági érdeknek megfelelően „terelje" az ágazati döntést.

A most következő V. rész újabb lépést tesz: itt már az ágazati és a népgazdasági tervezés közötti szerves kapcsolatot vizsgáljuk.

A kapcsolatot előbb egyszerűbb fokon mutatom be: milyen támpontot adhat az ágazati programozás a felsőbb szervek által hozott szerkezeti döntésekhez; hogyan tárhatja fel a népgazdasági tervben levő esetleges egyensúlyzavarokat, ellentmondásokat; hogyan járulhat hozzá a népgazdasági terv egyes előirányzatainak javításához.

Utána a kapcsolat magasabb fokáról lesz szó: ismertetjük a „kétszintű tervezés" modelljét, amely összefüggő rendszerbe kapcsolja a központi és az ágazati távlati tervek matematikai modelljét.

A könyv eddigi részeiben a népgazdasági tervből átvett adatokat (pl. kibocsátási előirányzatokat, erőforráskereteket) *konstans* tervdirektívaként kezeltük. Most, bizonyos számításainkban, a népgazdasági tervből átvett adat egy része is *változóvá* válik. A központi tervből átvett, változóként kezelt adatokat — megkülönböztetésül a konstans tervdirektívától — i r á n y s z á m o knak nevezem.

22. A központi irányszám mint paraméter

22.1. Gyakorlati példák az iparági vizsgálatokból

Az ágazati modellekben a hagyományos módon kidolgozott népgazdasági tervből tervdirektívaként vettük át az iparág egyes kibocsátási kötelezettségeit. Az egyik modelltípusban (pamutipar) ez az ágazat egész kibocsátását írta elő [lásd az (5.1)—(5.3) képleteket], az exportot is beleértve; a másik modelltípusban (műszálipar) csupán a hazai felhasználásra szánt kibocsátást [lásd a (6.1)—(6.2) képleteket].

Senki sem állította azonban, a számítás pillanatában sem, hogy a tervdirektívák nagysága az egyedül elképzelhető, az optimális nagyság. Sőt, a számítás idején még vitatták a felsőbb gazdasági szerveknél, hogy a szóbanforgó távlati tervidőszakra (öt, illetve tizenöt évre) ne emeljék-e egyebek között ennek a két ágazatnak az előirányzatait. Emlékezzünk vissza ezzel kapcsolatban az 1. fejezetre: a távlati terv összeállításakor tulajdonképpen *minden* tervszám ismeretlen, változó. Az ágazati modellben konstansként kezelt tervdirektívák az (1.7) tervegyenletrendszer x-típusú változói közé tartoznak. Ezért fontos volt azt vizsgálni: hogyan változik az optimális program a kibocsátási kötelezettségek függvényében? Ágazati kutatásaink során számos ilyen típusú vizsgálatot folytattunk.

A pamutiparban elsősorban a keskeny szövet kibocsátási előirányzata volt vitatott. Ezt a pamutmodellben v_1-gyel jelöltük. A következő paraméteres programozási feladatot hajtottuk végre: meghatároztuk az $x^* = x^*(v_1)$ optimális program-függvényt. Feladatunk úgynevezett duális paraméteres programozás: így nevezik azt a feladattípust, amelyben a korlátozó feltételek jobb oldalán levő konstans korlátok vektora függ egy paramétertől.[1]

A számítás során feltételeztük, hogy a bruttó beruházási keret és a tőkés devizakeret nincsen megkötve, csupán az építés korlátozott. Szükségtelen volt, hogy v_1 minden lehetséges értékéhez meghatározzuk az optimális programot. Feltételeztük, hogy a kibocsátási kötelezettség semmiképpen sem lehet kevesebb annál, mint amit a programozási szektorba bevont jelenlegi géppark minden újabb beruházás nélkül teljesíthet. Ez kereken 408 milliárd vetés. Ezt tekintettük a v_1 paraméter alsó határának.

Végeredményben hat kvalitatív azonossági tartományhoz, s ezzel együtt hat optimális programstruktúrához jutottunk a paraméteres programozás eredményeképpen. Jelöljük a programstruktúrát jellemző vektorokat (az optimális programban pozitív értékkel szereplő változók indexeiből képzett vektorokat) $j^{(1)}$-gyel, ..., $j^{(6)}$-tal. Ezt ismerteti a 22.1. táblázat.

[1] Lásd erről — a lineáris programozás esetére — pl. *Gass, S.* [43] könyvét.

22.1. táblázat

Paraméteres programozás a pamutiparban a kibocsátási kötelezettség függvényében

A programstruktúra szimbóluma	A kibocsátási kötelezettség határai (a paraméter karakterisztikus értékei) milliárd vetésben	A régi, rosszabb szövőgép sorsa	A régi, jobb szövőgép sorsa	Milyen gép kerül a régi, rosszak helyére	Milyen gép kerül a régi, jobbak helyére	Van-e építés	Milyen gépet helyeznek el az új épületben
$j^{(1)}$	498—660	leszerelés	felgyorsítás	vetélőváltós automata	—	nincs	—
$j^{(2)}$	660—848	leszerelés	felgyorsítás	vetélőváltós automata	—	van	vetélőváltós automata
$j^{(3)}$	848—875	leszerelés	felgyorsítás	részben vetélőváltós, részben vetélő nélküli automata	—	van	vetélőváltós automata
$j^{(4)}$	875—888	leszerelés	felgyorsítás	vetélő nélküli automata	—	van	részben vetélőváltós, részben vetélő nélküli automata
$j^{(5)}$	888—894	leszerelés	felgyorsítás	vetélő nélküli automata	—	van	vetélő nélküli automata
$j^{(6)}$	894	leszerelés	leszerelés	vetélő nélküli automata	vetélő nélküli automata	van	vetélő nélküli automata

A táblázat a paraméteres programozás kvalitatív eredményeit foglalja össze, de ezen túlmenően kvantitatív eredményeket is kaptunk. Az egyik kvantitatív eredmény már a táblázatból is leolvasható: ismerjük a kibocsátási kötelezettség öt karakterisztikus értékét (660, 848, 875, 888, 894 milliárd vetés). Ezenkívül pontosan ismerjük az optimális program kvantitatív összetételét is, egy-egy kvalitatív azonossági tartományon belül. *Az optimális program azonban most nem konstans értékek együttese, hanem csupán a kibocsátási kötelezettség függvényeként határozható meg.*

Egy-egy tartományon belül az optimális programnak van egy kontans, a paramétertől független része s van egy, a paramétertől lineárisan függő része. Eszerint az optimális program — most már általános formában — ilyen alakú.[2]

$$(22.1)\qquad \mathbf{x}^* = \begin{cases} \mathbf{x}_1^{(1)} + (\lambda - \lambda_0)\mathbf{x}_2^{(1)}, & \text{ha } \lambda_0 \leqq \lambda \leqq \lambda^{(1)} \\ \mathbf{x}_1^{(2)} + (\lambda - \lambda^{(1)})\mathbf{x}_2^{(2)}, & \text{ha } \lambda^{(1)} \leqq \lambda \leqq \lambda^{(2)} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathbf{x}_1^{(s+1)} + (\lambda - \lambda^{(s)})\mathbf{x}_2^{(s+1)}, & \text{ha } \lambda^{(s)} \leqq \lambda, \end{cases}$$

ahol λ = a paraméter;

λ_0 = a paraméter rögzített alsó határa;

$\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \ldots, \lambda^{(s)}$ = a paraméter karakterisztikus értékei;

$\mathbf{x}_1^{(1)}, \mathbf{x}_1^{(2)}, \ldots, \mathbf{x}_1^{(s+1)}$ = az optimális programnak a paramétertől nem függő része az első, második, ..., $(s+1)$-edik azonossági tartományban;

$\mathbf{x}_2^{(1)}, \mathbf{x}_2^{(2)}, \ldots, \mathbf{x}_2^{(s+1)}$ = az optimális programnak a paramétertől függő része az első, második, ..., $(s+1)$-edik azonossági tartományban.

Az optimális program (22.1) alatti függvényének ismeretében megadható *az optimális célfüggvényérték, mint a paraméter függvénye:*

$$(22.2)\qquad C^* = C^*(\lambda) = \begin{cases} C_1^{(1)} + (\lambda - \lambda_0)C_2^{(1)}, & \text{ha } \lambda_0 \leqq \lambda \leqq \lambda^{(1)} \\ C_1^{(2)} + (\lambda - \lambda^{(1)})C_2^{(2)}, & \text{ha } \lambda^{(1)} \leqq \lambda \leqq \lambda^{(2)} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ C_1^{(s+1)} + (\lambda - \lambda^{(s)})C_2^{(s+1)}, & \text{ha } \lambda^{(s)} \leqq \lambda, \end{cases}$$

ahol $C_1^{(1)}, C_1^{(2)}, \ldots, C_1^{(s+1)}$ = az optimális program célfüggvényértékének a paramétertől független része az első, második, ..., $s+1$-edik tartományban;

$C_2^{(1)}, C_2^{(2)}, \ldots, C_2^{(s+1)}$ = az optimális program célfüggvényértékének a paramétertől függő része az első, második, ..., $s+1$-edik tartományban.

Hasonlóképpen megadhatók a program más jellemzői is (pl. a beruházásigény, a devizaigény, a létszámigény stb.) a paraméter függvényében. Így pl. a beruházásigény képlete a következő:

$$(22.3)\qquad P^*(\lambda) = P_1^{(r)} + (\lambda - \lambda^{(r-1)})P_2^{(r)}, \text{ ha } \lambda^{(r-1)} \leqq \lambda = \lambda^{(r)},$$

[2] Az általános képlet felírásakor feltételeztem, hogy a korlátozó feltételi rendszer nem szab felső határt a paraméternek.

ahol $P_1^{(r)}$ = az optimális program beruházásigényének konstans része az r-edik tartományban;
$P_2^{(r)}$ = az optimális program beruházásigényének a paramétertől függő része az r-edik tartományban ($r = 1, 2, \ldots, s+1$).

A 22.2. táblázat ismerteti — az előző, pamutszövőipari paraméteres programozás alapján — a célfüggvényértékeket a kibocsátási kötelezettség függvényében. Ugyanezt a 22.1. ábrán grafikusan is szemléltetjük.

Az ábrázolt függvény — amint látható — szakaszonként lineáris, *konvex* függvény. Az olcsóbb lehetőség kimerülésével drágább lehetőségek igénybevételére kényszerülünk. A (22.3) képletben szereplő $P_2^{(r)}$ értéke: a 22.1. ábrán szemléltetett függvény iránytangense az r-edik azonossági tartományon belül. A célfüggvényben számbavett költségnek a paramétertől függő része tehát nem más, mint *differenciális* költség a szóbanforgó azonossági tartományon belül. Ez adja meg ugyanis, hogy *mennyi a költség növekménye, ha a kibocsátási kötelezettséget egy egységgel növeljük.*

22.2. táblázat

A célfüggvény értéke a pamutiparban a kibocsátási kötelezettség függvényében

(A célfüggvény értéke millió Ft-ban, a kibocsátás milliárd vetésben)

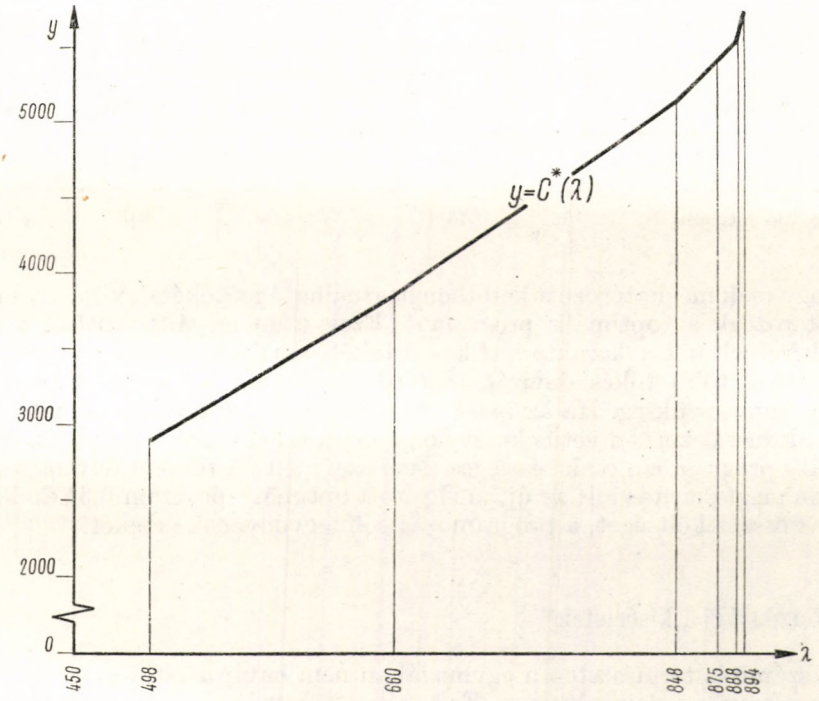
A programstruktúra szimbóluma	A célfüggvény értéke*
$j^{(1)}$	$2872{,}6+(\lambda-498)\ 58{,}5$
$j^{(2)}$	$3822\ +(\lambda-660)\ 69{,}4$
$j^{(3)}$	$5128{,}2+(\lambda-848)\ 91{,}5$
$j^{(4)}$	$5372{,}2+(\lambda-875)\ 101{,}6$
$j^{(5)}$	$5505{,}7+(\lambda-888)\ 223{,}4$
$j^{(6)}$	5639

* A célfüggvény értékével kapcsolatban figyelembe kell venni, hogy e számítás programozási szférája nem tartalmazza a széles- és vetüléktarkázó gépeket.

Az elmondottakból kitűnik, hogy *az ilyen természetű paraméteres programozásnak nagy jelentősége lehet a népgazdasági tervezésben.* Segítségével megkapjuk az iparág hosszúlejáratú ráfordítási függvényeit a termelési terv, a kibocsátási kötelezettség függvényében (pl. a hosszúlejáratú beruházási költségfüggvényt, létszámigény-függvényt, devizaigény-függvényt stb.). Természetesen valamennyi ráfordítási függvényt a modellhez felhasznált árakon (aktuális vagy kalkulatív árakon) számítjuk.

A műszáliparban a konkáv célfüggvény okozta számítási nehézségek miatt nem hajtottunk végre folytonos paraméteres programozást. Ehelyett a feladat megoldását úgy közelítettük meg, hogy a feltételek jobb oldalán szereplő korlátok $\mathbf{b}_i$ vektorának háromféle rögzített numerikus értéket adtunk. Ezek a $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$ és $\mathbf{b}_3$ vektorok a hazai szükségletekre vonatkozó előirányzatok nagyságában (s a többi olyan előirányzat nagyságában, amely ezzel értelemszerűen összefügg) különböztek egymástól. A programozást mindhárom $\mathbf{b}_i$ vektor mellett végrehajtottuk, s az eredmények összehasonlításából vontuk le következtetéseinket.

A kibocsátási kötelezettségek, mint változó paraméterek ilyen diszkrét kezelésére sor került a pamutipari programozás keretében is. Itt a hagyományos tervből átvett eredeti kibocsátási kötelezettséggel azt a felemelt előirányzatot állítottuk szembe, amelyet a programozás időszakában mint új, módosított javaslatot terjesztettek a felsőbb szervek elé. (E számítás bizonyos kiinduló feltevéseiben különbözött az előbb ismertetett, s a 22.1. táblázatban össze-



22.1. ábra

foglalt *folytonos* paraméteres programozástól. Így pl. ebben kötött maradt a tőkés devizakeret, abban nem.)

E számítás eredményeit a 22.3. táblázat foglalja össze.

A táblázatból kitűnik: egyes, eddig limitált erőforrások korlátainak feloldása lehetővé teszi, hogy a program összes költsége kisebb mértékben emelkedjék, mint az összes termelés (17,3%-os költségnövekedés a 19,8%-os termelésnövekedéssel szemben). Emellett a termelékenység emelkedése révén

— bár növekszik a volumen — létszám szabadul fel. Kétségtelen viszont, hogy igen erősen nő a beruházási költség.

Eddig valamely *kibocsátási* kötelezettséget tekintettük paraméterként kezelt irányszámnak. Az optimális program természetesen másfajta paraméterektől is függhet. Esetleg szükséges lehet valamelyik ráfordítást, erőforrást korlátozó irányszám módosításával járó hatás vizsgálata is.

A paraméter itt is akár folytonosan, akár diszkréten kezelhető. Egy egyszerű példát az utóbbira. A pamutszövőipari modellben eredetileg feltételez-

22.3. táblázat

A tervmódosítás következményei a pamutiparban

	Mértékegység	Hivatalos terv esetén	Felemelt terv esetén	Eltérés %-ban
Termelés	millió vetés	757 050	907 348	+ 19,8
Összes költségek (a célfüggvény értéke)	millió Ft (diszkontált)	5 170	6 061	+ 17,3
Bruttó beruházás	millió Ft	555,3	1 676,9	+302
Építésigény	m^2	1 000	8 223	+722
Felszabaduló létszám	fő	418	846	+103

tük, hogy csak meghatározott keretben használható fel tőkés deviza. Ily módon meghatároztuk az optimális programot. Ezek után megállapítottuk a tőkés devizakeretnek azt a karakterisztikus értékét, amelyen felül a program már nem igényel több tőkés devizát. Kitűnt: legfeljebb 48 millió Ft többletdevizára lenne szükség. Ha az iparág ezt megkapja, akkor az optimális program módosul: bekerül a vetülékcsévélő géppark teljes cseréje, holott az eredeti optimális programban csak részleges csere szerepelt. A többlet devizaigénnyel szemben megtakarítás áll: az új, módosított optimális program 6,3%-kal csökkenti az összes költséget, a programozás célfüggvényének értékét.

22.2. Gazdasági „kísérletek"

A számítás természetesen egymagában nem határozhatja meg, hogy célszerű-e felemelni a devizakeretet. Ez egyéb, itt figyelembe nem vett tényezőktől (pl. az ország fizetési mérlegétől) is függ. Hasonlóképpen: a kibocsátási kötelezettségek függvényében végzett paraméteres programozásból sem lehet következtetni a kibocsátási kötelezettség célszerű nagyságára.

Általánosságban elmondható: az ilyesfajta számításoknak nem az a célja, hogy optimalizálja a felsőbb szervek döntésére váró irányszámokat. Hivatása szűkebb: *támpontokat adhat a felsőbb szerv döntéséhez, azzal, hogy — mint láttuk — megmutatja az irányszám módosításának konzekvenciáit.* Ily módon lényeges összefüggéseket tár fel. A felemelt termelési tervet ugyanis többféle módon teljesítheti a pamutipar: olcsóbb vagy drágább gépek beszerzé-

sével, kevesebb vagy több építéssel stb. Számításunk arra felel, hogy mit kell tennie a pamutiparnak, ha (az adott modell feltevései mellett) a lehető *legracionálisabban* reagál a terv felemelésére; mi a felemelt kibocsátási kötelezettség teljesítéséhez szükséges *minimális* többletköltség? Hasonlóképpen választ ad arra, hogy mekkora a devizakeret feloldása után elérhető *maximális* megtakarítás.

Általánosságban elmondhatjuk, hogy érzékenységi vizsgálataink képesek megmutatni: *mi az irányszám módosítása következtében fellépő minimális többletköltség, illetve maximális megtakarítás, mi az irány módosításának konzekvenciája abban az esetben, ha a programozási szféra (az adott modell feltevései mellett) optimális módon reagál erre?*

Amikor tervek felemeléséről, keretek csökkentéséről, s hasonló problémákról folyik a vita, rendszerint ellene is, mellette is elhangzanak érvek. Ezek azonban gyakran csupán kvalitatív jellegűek, vagy ha kvantitatívak is, csupán egyik vagy másik konzekvenciát ragadják ki a hatások egész komplexusából. Például az érdekeltek ismertetnek valamilyen előnyös hatást, hogy meggyőzzék a felső szervet a módosítás helyességéről, miközben esetleg hallgatnak más, kevésbé előnyös hatásokról.

Az érzékenységi vizsgálatok képesek kvantitatíve megmutatni az irányszám módosításának konzekvenciáit, mégpedig nem csupán egyetlen hatását, hanem a konzekvenciák egész rendszerét.

Itt ismét emlékeztetni szeretnék az I. fejezetre, a hagyományos tervkoordináció leírására. A fentiekben leírt érzékenységi vizsgálatok nem képesek pótolni a tervezők koordinációs tárgyalásait, a modellen belüli és a modellen kívüli tervszámok legkedvezőbb egyeztetését. De nagyon lényeges segítséget adhatnak a koordinációhoz; hozzájárulhatnak, hogy célratörőbben menjen végbe s kevésbé tapogatódzzék a sötétben. Segítségével a tervezők tisztábban láthatják: mit jelent, ha valamelyik tervszámból „engednek", a másikat pedig „feszítik". Az összefüggések egzakt, együttes elemzésére az ad módot, hogy eljárásunk szimultán egyenletrendszerré fogja össze a dokumentált és kisegítő tervszámok és tervegyenletek egy-egy összefüggő csoportját. A konzekvenciák figyelemmel kísérésére egybek között azért is megbízhatóbb információkat adhat, mint a hagyományos koordináció, mert a programozási modellekben „egyenrangúsítunk" számos *y* típusú kisegítő tervszámot, illetve kisegítő, nem dokumentált tervegyenletet. Ezek a programozási modell változóivá, illetve korlátozó feltételeivé lépnek elő, hatásuk tehát nem sikkadhat el, mint a hagyományos tervkoordinációban.

Végeredményben azt mondhatjuk: *az irányszámokkal végzett érzékenységi vizsgálatok módot adnak a gazdasági vezetésnek bizonyos „kísérletezésre"*. Sokkal olcsóbb a papíron ilyen gazdasági kísérleteket végezni (hogyan hat a terv felemelése stb.), mint a valóságban. Jobb, ha a számokból előre kiderül egy-egy intézkedés előnye és hátránya, mintha az esetleges veszteséget ténylegesen meg is kell fizetni.

A közgazdászok, akárcsak a többi „humán" tudomány művelői, sokszor némi irigységgel néztek a természettudományokkal foglalkozókra, mint olyanokra, akiknek módjuk van *kísérletezni*. A természettudós a maga hipotéziseinek helyességét rendszerint számtalanszor megismételhető kísérletek segítségével ellenőrizheti. Nos, a matematika olyan eszközt adott a kezünkbe, amelylyel — ebből a szempontból is — közelebb kerültünk a természettudományokhoz. A természettudós átgondolt elvek szerint változtatja a kísérlet feltételeit,

s megfigyeli, hogyan reagál a változásokra a kísérlet tárgya. Hasonlót teszünk mi is, amikor programunkat több változatban készítjük el. Nem más ez, mint sajátos *közgazdasági kísérletsorozat*. Átgondolt elvek szerint változtatjuk a kísérlet feltételeit (a modell szerkezetét, számszerű értékeit) és közben figyeljük, hogy hogyan reagál erre a vizsgálat tárgya, az optimális program. A kísérlet jellege persze sokban különbözik a természettudomány empirikus kísérleteitől. Mi csupán papíron, a számok segítségével kísérletezünk. Úgy is mondhatnánk, hogy itt „gondolatkísérletről" van szó. Mégis, a kétféle kísérletsorozat fontos analóg vonása *a módszeresen változtatott feltételek hatásának megfigyelése, a hatások számszerű mérése és nem utolsósorban: az ismétlés lehetősége.*

22.3. Az ágazati programozások érzékenységi vizsgálatainak áttekintése

Az alábbiakban összefoglalóan áttekintjük a pamutipari és a műszálipari programozás keretében végzett kísérletsorozatokat, érzékenységi vizsgálatokat. Ez egyrészt illusztráció a fejezet első szakaszához: hogyan szerepelt egyes számításokban a központi irányszám, mint paraméter. Ugyanakkor szemlélteti a könyv III. és IV. részében tárgyalt (a műszaki és költségadatokkal, illetve a kalkulatív értékelésekkel kapcsolatos) bizonytalanság miatt szükséges érzékenységi vizsgálatokat is.

A *pamutipari* programozásnál egy „alapmodellből" indultunk ki, s ezzel végeztük az 1. számítást. Minden további számítás ezt az alapmodellt módosította, a következő szempontok szerint:

a) Az alapmodellben az eredeti hivatalos terv kibocsátási feladatai szerepeltek, amit egyes számításokban felemeltünk, illetve paraméteresen kezeltünk.

b) Az alapmodellben korlátozott volt a bruttó beruházási keret és a tőkés devizakeret. A korlátozást egyes számításokban feloldottuk.

c) Az alapmodellben saját kalkulatív eszközlekötési tényezővel számoltunk. Egyes számításokban ehelyett a hivatalos, 0,2-es tényezőt használtuk fel, illetve paraméteresen kezeltük.

d) Az alapmodellben, elszámolási elvünknek megfelelően, a tervév várható bérszínvonalával számoltunk. Egyes számításokban viszont, a hivatalos előírásoknak megfelelően, a számítás idején érvényes bérszínvonalat vettük alapul.

e) Az alapmodellben saját kalkulatív devizaárfolyamunkkal számoltunk. Egyes számításokban ehelyett a hivatalos devizaárfolyamot vettük alapul, vagy paraméteresen kezeltük.

f) Alapmodellünkben a gépek meghatározott műszaki jellemzőivel számoltunk. Az egyik érzékenységi vizsgálatban paraméteresen kezeltünk egyes műszaki jellemzőket.

g) Alapmodellünkben az új gépek meghatározott árával számoltunk. Az egyik érzékenységi vizsgálatban az új gépek árát is paraméteresen kezeltük.

h) Az egyik számításban azt vizsgáltuk: milyen hatással van az optimális programra, ha diszkontált költségösszeget minimalizálunk, s a többféle tartamú elszámolási időt veszünk alapul.

22.4. táblázat

A pamutipari modellel végzett érzékenységi vizsgálatok

(Eltérések az alapmodelltől

A számítás sorszáma	Kibocsátási feladat	A bruttó beruházás és a tőkés devizafelhasználás korlátozott-e?	Eszközlekötési tényező	A tervév bérszínvonalával számol-e?	Devizaárfolyam	Egyéb jellegzetesség
2					hivatalos	
3				nem		
4			0,2			
5	felemelt					
6	felemelt	nem			hivatalos	
7	felemelt	nem		nem	hivatalos	
8	felemelt	nem		nem		
9	paraméter	nem				
10			paraméter			
11					paraméter	
12						Egyes gépek műszaki jellemzői, mint paraméterek
13						Egyes gépek beszerzési ára, mint paraméter
14						A diszkontált költségösszeg képzésénél figyelembe vett elszámolási idő, mint paraméter

A számításokról a 22.4. táblázat ad áttekintést. (Lásd az előző oldalon.)

A *műszálipari* vizsgálat keretében a számítások egy részét egy adott b_1 vektorra (a korlátozó feltételek jobb oldalán szerplő korlátok vektora) végeztük. E vektor komponenseinek nagy részét tervdirektívaként a hagyományos módszerrel kidolgozott eredeti tervből vettük át.

A b_1 vektorral összesen 9-féle, egymástól az alábbiakban különböző számítást végeztük:

a) Egyes számításokban a (7.6) konkáv célfüggvény helyett lineáris célfüggvényt alkalmaztunk. (Lásd erről a 7.5. szakaszt.)

b) Számításaink egy részénél nem állítottunk fel programozási modellt, csupán megadott gazdaságossági mutatószám szerint *rangsoroltuk* az alternatívákat.

c) Számításaink egy részénél a dollárárfolyamot paraméterként kezeltük; egyes számításokhoz viszont a 20. fejezetben ismertetett meggondolások alapján rögzített — 60 Ft/dolláros — árfolyamot használtunk. Az egyik számításnál a hivatalos beruházás-gazdaságossági számításokban szokásos 45 Ft-os árfolyamot alkalmaztuk.

d) A bizonytalan, „-tól -ig" formában meghatározott adatokat háromféle formában használtuk fel.

Egyes számításokban a „-tól -ig" tartomány középértékével számoltunk.

Egyes számításokban a „-tól -ig" tartomány alsó, illetve felső határaival számoltunk.

Végül egyes számításokban valószínűségi változóknak tekintettük a bizonytalan adatokat.

e) A feltételi rendszer nem korlátozza a következő termékek exportját:

kaprolaktám
fenol
etilénglikol
dimetiltereftalát
akrilnitril

Egyes számításokban megengedtük e termékek exportját, más számításokban kiiktattuk a lehetőségek közül.

f) Általában feltételeztük: nem kötelező vertikális üzemek kiépítése a poliészter és poliakrilnitril szálak gyártásának megszervezésekor, hanem a dimetiltereftalát, ill. az akrilnitril korlátlanul importálható. Egy speciális számításhoz azonban kiiktattuk e két anyag importját a lehetőségek közül, vagyis feltettük: a szálgyártással együtt meg kell szervezni az anyaggyártást is.

g) Az egyik számításhoz kiiktattuk a lehetőségek közül az akrilnitril kopolimer szál importját és hazai termelését, tekintettel arra, hogy ennek használati tulajdonságai vitathatóak.

h) Általában 8%-os eszközlekötési tényezővel számoltunk. Az egyik ellenőrző számításban viszont a hivatalos beruházásgazdaságossági számításokhoz előírt 20%-os tényezőt alkalmaztuk.

A b_1 vektorral elvégzett, a fentiekben ismertetett számítás mellett további számításokat végeztünk olyan modelleken, amelyekben a b_2, illetve b_3 vektor szerepelt b_1 helyett. Ezek elsősorban a hazai szükségletre vonatkozó előirányzatokban és a beruházási keret nagyságában különböztek.

A számítások jellegzetességeiről a 22.5. táblázat ad áttekintést a következő oldalon.

A műszálipari modellel végzett érzékenységi vizsgálatok *22.5. táblázat*

A számítás sorszáma	Melyik $\mathbf{b}$ vektor?	A célfüggvény típusa	Programozás vagy rangsorolás	Dollárárfolyam mint paraméter vagy rögzítve	Bizonytalan adatok kezelése	Nem-korlátos anyagexport	Dimetil-tereftalát és akrilnitril import	Akrilnitril kopolimer termelése és importja	Eszköz-lekötési tényező
1	$\mathbf{b}_1$	konkáv	programozás	rögzítve 60,— Ft-nál	középérték	kiiktatva	lehetséges	lehetséges	8%
2	$\mathbf{b}_1$	konkáv	programozás	paraméter	középérték	kiiktatva	lehetséges	lehetséges	8%
3	$\mathbf{b}_1$	konkáv	programozás	rögzítve 60,— Ft-nál	középérték	lehetséges	lehetséges	lehetséges	8%
4	$\mathbf{b}_1$	lineáris	programozás	rögzítve 60,— Ft-nál	középérték	kiiktatva	lehetséges	lehetséges	8%
5	$\mathbf{b}_1$	lineáris	programozás	rögzítve 60,— Ft-nál	középérték	kiiktatva	kiiktatva	lehetséges	8%
6	$\mathbf{b}_1$	lineáris	programozás	rögzítve 60,— Ft-nál	középérték	kiiktatva	lehetséges	kiiktatva	8%
7	$\mathbf{b}_1$	konkáv	rangsorolás	rögzítve 60,— Ft-nál	felső és alsó határ	lehetséges	lehetséges	lehetséges	8%
8	$\mathbf{b}_1$	konkáv	programozás	rögzítve 60,— Ft-nál	valószínűségi változó	kiiktatva	lehetséges	lehetséges	8%
9	$\mathbf{b}_1$	konkáv	rangsorolás	rögzítve 45,— Ft-nál	középérték	lehetséges	lehetséges	lehetséges	20%
10	$\mathbf{b}_2$	konkáv	programozás	rögzítve 60,— Ft-nál	középérték	kiiktatva	lehetséges	lehetséges	8%
11	$\mathbf{b}_3$	konkáv	programozás	rögzítve 60,— Ft-nál	középérték	kiiktatva	lehetséges	lehetséges	8%

23. A népgazdasági terv javítása

23.1. Konzisztencia-vizsgálatok

A 22. fejezetben leírt módszerekkel nyert információk nem tartalmaznak állásfoglalást a felsőbb gazdasági szerv számára. Csupán azt mondják meg, hogy milyen döntés milyen konzekvenciákkal jár. Most olyan számítások ismertetésére térünk át, amelyek ennél messzebbre mennek, s *állást foglalnak* a népgazdasági terv egyes előirányzataihoz.

E számítások egyik típusát k o n z i s z t e n c i a - v i z s g á l a t nak nevezem. Hivatása azt megállapítani, hogy vajon a népgazdasági terv különböző előirányzatai összhangban vannak-e egymással, s feltárni az esetleges ellentmondásokat.

E vizsgálattípus több válfaja lehetséges; itt csupán a matematikai *programozási* modellekkel végzett konzisztencia-vizsgálatokról lesz szó.[1]

Elemi ellenőrzési feladat: megállapítani, hogy az adott, a hagyományos módszerekkel kidolgozott tervből átvett tervdirektívák mellett van-e megengedett program. Pl. teljesíthetők-e az előírt kibocsátási kötelezettségek az engedélyezett erőforrásokból stb.

Eddigi iparági vizsgálatainkban az átvett tervdirektívákkal megengedett programhoz jutottunk; ebben az értelemben tehát nem volt közöttük ellentmondás.

A fenti ellenőrzéssel azt kívántuk megállapítani, hogy *elegendőek-e* a központilag engedélyezett erőforrások a központilag megkövetelt kibocsátásokhoz. Egy másik fajta ellenőrzéssel pedig azt, hogy ezek az erőforrások *szükségesek-e* az eredetileg előirányzott mennyiségben. Az ágazati programozás feltárhatja a központilag elosztott erőforrásokból az iparágnak juttatott felesleget.

23.2. Erőforrások átcsoportosítása két szektor között

Ha a különböző szektorokban végrehajtott programozások során közgazdaságilag azonos tartalmú, azonos szerkezetű célfüggvényeket alkalmazunk, mód nyílik annak vizsgálatára: mikor érdemes az egyik szektornak juttatott erőforrást átcsoportosítani a másikba?

Az 1. és 2. szektort (pl. az azonos minisztériumhoz tartozó műszálipart és alumíniumipart) hasonlítjuk össze. (Erre utalnak a szimbólumok mellett szereplő indexek.) Tegyük fel, hogy mindkét szektorban azonos szerkezetű a

[1] Korábban, a 3. fejezetben már tárgyaltuk az *I-O-táblákkal* folytatott konzisztencia-vizsgálatokat.

költségminimalizálási célfüggvényünk. A programozást már mindkét szektorban elvégeztük.

Az erőforrás átcsoportosításának problémája triviálisan egyszerű, ha az egyik szektor a szóbanforgó erőforrást kimerítette, s a másik nem. Ez esetben nyilván érdemes a fennmaradt részt oda áthelyezni, ahol azt még igénylik. (Így pl. a pamutipari optimális program nem vette igénybe az egész építési keretet — a fennmaradt részt érdemes olyan szektornak juttatni, amely erre igényt tart.)

Mi a teendő azonban akkor, ha mindkét szektor optimális programja igénybe vette az eredetileg engedélyezett teljes erőforrást? Például: mindkét szektor kimerítette a beruházási keretet, s most azt vizsgáljuk, hogy *nem lenne-e érdemes az egyik szektor beruházási keretét csökkenteni a másik javára, s ha igen, milyen mértékű átcsoportosítást hajtsunk végre?*

Vezessük be a következő jelöléseket:

C_1, C_2 = az 1., illetve a 2. szektor célfüggvényének értéke;
$\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ = az 1., illetve a 2. szektor programja;
$\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$ = az 1., illetve a 2. szektor korlátozó feltételi egyenleteiben szereplő együtthatók mátrixa (a feltételek közül elhagytuk a beruházási keretet);
$\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$ = az 1., illetve a 2. szektor korlátozó feltételeiben szereplő korlátok (innen is elhagytuk a beruházási keretet);
B = az 1. és 2. szektor számára eredetileg, az átcsoportosítás előtt megadott beruházási keretek összege;
$\mathbf{a}'_{B1}$, $\mathbf{a}'_{B2}$ = a fajlagos beruházási költségek, azaz a beruházási keretfeltételben szereplő együtthatók vektora az 1., illetve 2. szektorban.

A feladatot — lineáris programozási modellben — a következőképpen fogalmazhatjuk meg:

Meghatározandó az 1. és 2. szektor *közös* $(\mathbf{x}_1^*, \mathbf{x}_2^*)$ optimális programja, amely (a nem negativitási feltételen kívül) megfelel a következő feltételeknek:

$$\mathbf{A}_1\mathbf{x}_1 = \mathbf{b}_1, \tag{23.1}$$

$$\mathbf{A}_2\mathbf{x}_2 = \mathbf{b}_2, \tag{23.2}$$

$$\mathbf{a}'_{B1}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}'_{B2}\mathbf{x}_2 = B, \tag{23.3}$$

és amely mellett a két szektor költségének összege minimális:

$$C_1(\mathbf{x}_1) + C_2(\mathbf{x}_2) \to \min! \tag{23.4}$$

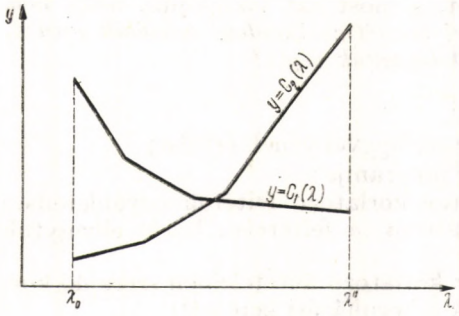
Végeredményben a két programozási modellt egyesítettük, oly módon, hogy külön-külön meghagytuk a korlátozó feltételi rendszert, csupán egy közös korlátot adtunk, a közös beruházási keretet.

Amennyiben az egyesített modell nem túl nagy, a (23.1)—(23.4) feladat közvetlenül is megoldható. Ha azonban a két szektormodell külön-külön is kimeríti a számítástechnikai lehetőségeket, s a két feladat közvetlenül nem egyesíthető, a következő módon juthatunk el a feladat megoldásához:

Jelöljük λ-val az 1. szektornak jutó beruházási keretet, az átcsoportosítás után. Eszerint a 2. szektornak jutó beruházási keret: $B - \lambda$.

Mindkét szektorban külön-külön paraméteres programozást hajtunk végre, a λ paraméterrel. E paraméternek λ_0 és λ^0 az alsó, ill. felső határa. Az 1. szektornak juttatott beruházási keret nem lehet kisebb λ_0-nál, mert akkor az 1. szektor nem képes teljesíteni saját korlátozó feltételeit (pl. az előírt kibocsátást), de nem lehet nagyobb λ^0-nál, mert akkor a 2. szektornak jutó $(B-\lambda)$ keret lesz túl kevés a saját korlátozó feltételi rendszerének kielégítéséhez.

A λ paraméterértékhez tartozó optimális $x_1(\lambda)$ és $x_2(\lambda)$ programok célfüggvényértékei, azaz a $C_1(\lambda)$ és $C_2(\lambda)$ függvények, amint arra már a 22.1. szakasz rámutatott, szakaszonként lineárisak és folytonosak. C_1 monoton csökkenő, C_2 monoton növekvő. Mindkét függvény konvex. (Lásd a 23.1. ábrát.)



23.1. ábra

Jelölje a megfelelő differenciális függvényeket $\Phi_1(\lambda)$ és $\Phi_2(\lambda)$. A $C_1(\lambda)$, $C_2(\lambda)$ függvényekről mondottak értelmében ezek szakaszonként konstans, monoton növekvő függvények; Φ_1 negatív, Φ_2 pozitív függvény. Értékeiket a duális paraméteres programozás közvetlenül szolgáltatja. A Φ_1 értéket az 1. szektor számára juttatott beruházási keret á r n y é k á r á n a k nevezik. Azt fejezi ki, hogy a λ beruházási keret egységnyi növelése mennyi költségmegtakarítást tesz lehetővé az 1. szektorban. (Értelemszerűen adódik Φ_2 közgazdasági interpretációja is.)

Feladatunk olyan λ^* érték meghatározása, amelyre az összes költség, $C_1(\lambda)+C_2(\lambda)$ minimális. $C_1(\lambda)+C_2(\lambda)$ differenciálhányadosa, $\Phi_1(\lambda)+\Phi_2(\lambda)$ fentiek szerint szintén monoton növekvő, szakaszonként konstans függvény. Jelöljük ezt $\Gamma(\lambda)$-val.

$$\Gamma(\lambda)=\Phi_1(\lambda)+\Phi_2(\lambda). \tag{23.5}$$

$\Gamma(\lambda)$ a két szektorban végzett programozás során a beruházási keretre kapott árnyékárak különbsége (tekintettel arra, hogy az 1. szektorban a λ beruházási keret árnyékára negatív előjelű, a 2. szektorban pedig a $(B-\lambda)$ beruházási keret árnyékára pozitív előjelű).

Jelölje továbbá a $\Gamma(\lambda)$ függvény jobb, ill. bal oldali határértékét a λ pontban $\Gamma^+(\lambda)$, ill. $\Gamma^-(\lambda)$. A legkedvezőbb elosztás, λ^* meghatározásához különböző eseteket kell figyelembe vennünk.

1. $\Gamma^+(\lambda_0)<0$, $\Gamma^-(\lambda^0)>0$, vagyis a $\Gamma(\lambda)$ monoton növekedő lépcsős függvény a szóbajövő intervallum alsó határán negatív, felső határán pozitív. Ebben az esetben két lehetőség van:

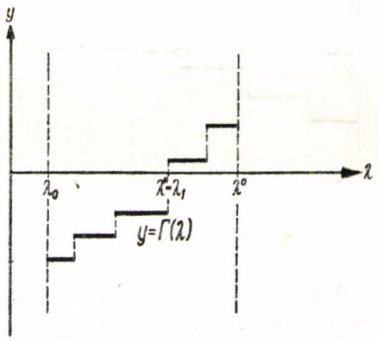
1/a. Valamely $\lambda_0<\lambda_1<\lambda^0$ pontban $\Gamma^-(\lambda_1)<0$ és $\Gamma^+(\lambda_1)>0$, vagyis a λ_1 pontban a függvény jelet vált. Azonnal belátható, hogy ebben az esetben $\lambda^*=\lambda_1$, mivel a két szektor összköltsége, $C_1(\lambda)+C_2(\lambda)$ a λ_1 ponttól balra szigorúan monoton csökkenő, jobbra pedig szigorúan monoton növekvő. (Lásd a 23.2. ábrát.)

1/b. Valamely $[\lambda_1, \lambda_2]$ intervallumban $(\lambda_0<\lambda_1<\lambda_2<\lambda^0)$ a $\Gamma(\lambda)$ függvény értéke 0. Ez esetben a $[\lambda_1, \lambda_2]$ intervallum bármelyik pontja optimális,

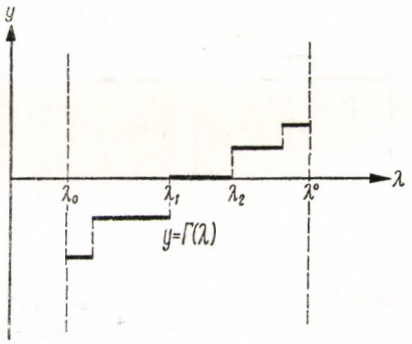
miután ebben az intervallumban $C_1(\lambda)+C_2(\lambda)$ konstans, ettől balra csökkenő, jobbra pedig növekedő függvény. (Lásd a 23.3. ábrát.)

2/a. $\Gamma^+(\lambda_0)<0$ vagy *2/b.* $\Gamma^-(\lambda^0)<0$. A *2/a.* esetben $\lambda^*=\lambda_0$, a *2/b.* esetben pedig $\lambda^*=\lambda^0$, hiszen ilyenkor $C_1(\lambda)+C_2(\lambda)$ az egész intervallumban szigorúan monoton növekvő vagy csökkenő. (Lásd a 23.4. és a 23.5. ábrát.)

3/a. $\Gamma^+(\lambda_0)=0$ vagy *3/b.* $\Gamma^-(\lambda^0)=0$. Ilyenkor a megfelelő határpont környezetében (a legközelebbi töréspontig) bármelyik érték optimális. (Lásd a 23.6. és 23.7. ábrát a következő oldalon.)

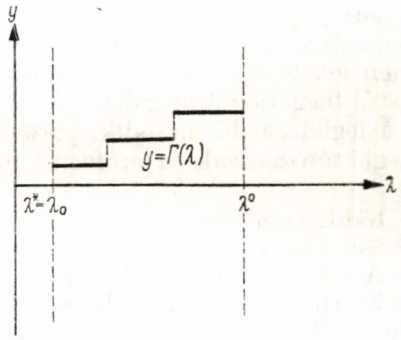


23.2. ábra

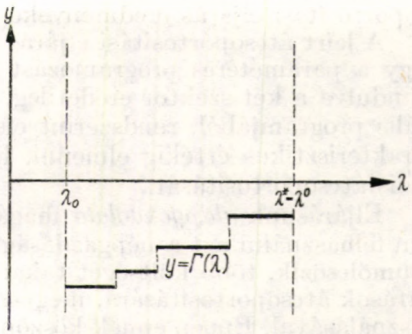


23.3. ábra

Térjünk vissza egy pillanatra az *1/b.* esetre. A beruházási keretet úgy osztottuk el a két szektor között, hogy végül is mindkettőben pontosan egyenlő legyen a szektornak juttatott keret árnyékára. Az eljárás előtti egyenlőtlenséget az erőforrás újabb és újabb *átcsoportosításával szüntettük meg, s végül az erőforrás árnyékárai a két szektorban egalizálódtak.*



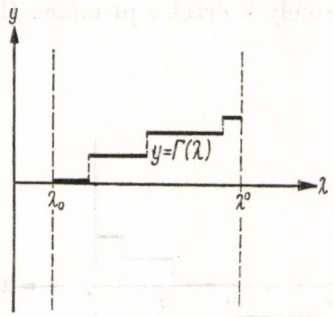
23.4. ábra



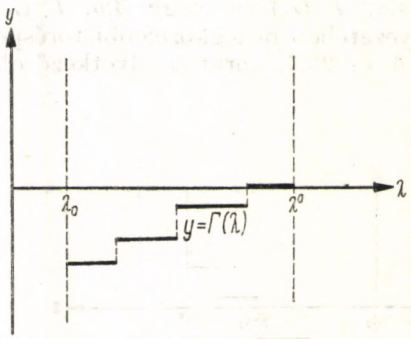
23.5. ábra

Az *1/b.* típusú eset kivételesen fordul csak elő. A leginkább tipikusnak tekinthető *1/a.* esetben is beszélhetünk azonban — bizonyos tágabb értelemben — az árnyékárak „egalizálódásáról". A λ^* optimális elosztásnál vagy az 1. szektornak juttatott λ beruházási keretnek, vagy a 2. szektornak juttatott $(B-\lambda)$ beruházási keretnek van karakterisztikus értéke. Tegyük fel az

utóbbit; azaz a $\Phi_2(\lambda)$ lépcsős függvénynek λ^*-nál szakadása, új „lépcsőfoka" van. Az *1/a.* esetben (mindenkor csak az abszolút értékeket tekintve[2]) a „lépcsőfok" előtti $\Phi_2^-(\lambda^*)$ bal oldali határérték kisebb $\Phi_1(\lambda^*)$-nál, a „lépcsőfok" utáni $\Phi_2^+(\lambda^*)$ jobb oldali határérték pedig nagyobb $\Phi_1(\lambda^*)$-nál. Magához a



23.6. ábra



23.7. ábra

„lépcsőfokhoz", λ^*-hoz tartozó árnyékárat úgy tekinthetjük, mint amely $\Phi_2^-(\lambda^*)$ és $\Phi_2^+(\lambda^*)$ között tetszőleges értéket felvehet. Vagyis mivel

$$\Phi_2^-(\lambda^*) \leqq \Phi_2(\lambda^*) \leqq \Phi_2^+(\lambda^*) \tag{23.6}$$

és

$$|\Phi_2^-(\lambda^*)| \leqq |\Phi_1(\lambda^*)| \leqq |\Phi_2^+(\lambda^*)|, \tag{23.7}$$

lehetséges, hogy

$$|\Phi_2(\lambda^*)| = |\Phi_1(\lambda^*)|. \tag{23.8}$$

Ebben az értelemben tehát itt is beszélhetünk az árnyékáraknak az átcsoportosítási eljárás eredményeképpen kapott „egalizálódásáról".[3]

A leírt átcsoportosítási eljárás alkalmazásához többnyire nem szükséges, hogy a paraméteres programozást λ minden lehetséges értékére elvégezzük. Kiindulva a két szektor eredetileg, egymástól függetlenül megállapított optimális programjából, rendszerint elegendő a legközelebbi második, harmadik karakterisztikus értékig elmenni, hogy meghatározhassuk az erőforrás optimális átcsoportosítását.

Eljárásunk *alapgondolata* magától értetődő: nem érdemes az 1. szektorban felhasználni azt a népgazdasági erőforrást, amely a 2. szektorban jobban gyümölcsözik, több költséget takarít meg. A vázolt eljárás módot ad az erőforrások átcsoportosítására, mégpedig a szektorprogramozási eredmények felhasználásával. Éppen ennek köszönhető, hogy többet érünk el, mint valamely erőforrás egyszerű átcsoportosítását:

Nem egyszerűen két szektor, hanem két szektor optimális programja között csoportosítjuk át az erőforrást. A két részoptimum közös optimumát igyekszünk megtalálni.

[2] Minthogy Φ_1 és Φ_2 előjele eltérő, az egyik λ, a másik $(B - \lambda)$ árnyékára, értelemszerűen az abszolút értékek nagyságát kell összehasonlítani.

[3] A kivételesnek tekinthető *2/a.*, *2/b.*, *3/a.* és *3/b.* esetekre nem térek ki.

Az átcsoportosítást úgy végezzük, hogy a modell egyéb korlátozó feltételei kielégüljenek. Így többi között érvényben maradnak a kibocsátási előírások. Az átcsoportosítás tehát nem borítja fel a népgazdaság egyéb tervezett arányosságait.

A két szektor célfüggvényértéke összegének változásában számszerűen lemérhető az átcsoportosítás eredménye.

Mindezek miatt a vázolt eljárás fontos támpontokat adhat a népgazdasági tervezéshez.

Az elmondottak egyúttal jelzik az eljárás korlátait. Így sincs feltétlenül biztosítva a népgazdasági optimum. Az átcsoportosítást ugyanis determinálja a két szektormodell korlátozó feltételi rendszere. Ez a kérdés azonban már átvezet a következő fejezet témájához.

Eddig azt vizsgáltuk: *hogyan használható az ágazati programozás a népgazdasági terv „alulról jövő bírálatára"*. Hogyan adhatunk a *rész* (egyetlen szektor, vagy két, egymással összehasonlított szektor) elemzése alapján javaslatokat az *egész* (a népgazdasági terv) javításához. Most továbbmegyünk, s a vizsgálat körébe vonjuk a népgazdasági szintű tervezést is.

24. A „kétszintű tervezés" népgazdasági modellje[1]

Társszerző: LIPTÁK TAMÁS

24.1. A tárgyalás áttekintése

Amint a könyv eddigi részéből kitűnt: a matematikai módszerek alkalmazása a távlati tervezésben az elmúlt években két irányban folyt Magyarországon. Az egyik irány: az ágazati hosszúlejáratú programozások, amelyekre az 5. és 6. fejezet hozott fel példákat. A másik irány: az I-O-táblák alkalmazása a távlati tervezésben. (Lásd a 3. fejezetet.) A statikus Leontief-modellek voltak az első matematikai eszközök, amelyeket Magyarországon *makroökonómiai* tervek készítéséhez alkalmaztak. Az I-O-tábla azonban, mint közismert, nem alkalmas optimalizálásra, csupán az ágazatok közötti arányosság biztosítására hivatott.

A helyzet áttekintéséből logikusan adódik a következő lépés: olyan eljárásokat kell kidolgoznunk, amelyek módot adnak optimalizálásra, de most már az egész népgazdaság számára. A gyakorlati tervezők sokszor hangoztatott igénye ez, s a magyar szakirodalomban találhatunk erre vonatkozó javaslatokat.[2] Az eddigi elgondolások azonban nem tudtak megbirkózni a feladat megoldásának alapvető nehézségével: erősen összevont programozási modell esetén rendkívül leszűkül a választás lehetősége, s a nagy fokú aggregáció, a túlzott egyszerűsítések veszélyeztetik a számítás eredményeinek használhatóságát; nagyméretű modell esetén pedig — amely mentes ezektől a hibáktól — még nagy teljesítményű elektronikus számológépek igénybevételével sem biztosítható a feladat numerikus megoldása.

Kutatásunkban az alapvető nehézséget igyekeztünk áthidalni. A megoldást mi is a nagyméretű programozási feladat felbontásának útján kerestük. Ez, mint kézenfekvő lehetőség már nemegyszer felmerült a makroökonómiai tervezés irodalmában.[3] Ismeretesek matematikai módszerek is spe-

[1] A kétszintű tervezés modelljét egy szélesebb körű kutatás keretében dolgoztuk ki, amelyre az Országos Tervhivatal adott megbízást. A kutatás célja: a népgazdasági tervezésben a jelenlegi adottságok mellett gyakorlatilag alkalmazható matematikai módszerek vizsgálata.

A kutatás kiindulópontja *Kornai J.* [74] tanulmánya volt a központi és ágazati programozások összekapcsolásáról (1961). A kétszintű tervezés módszerének lényegét a makroökonómiai tervezés feladatával kapcsolatban *Kornai J.—Lipták T.* [80] tanulmánya ismertette első ízben (1962). *Lipták T.* általánosította a módszert, s e munka eredményeit a [102] és [103] dolgozatban írta le. A kutatás keretében készült további publikációk: [81], [82].

[2] Lásd pl. *Simon Gy.—Kondor Gy.* [156] tanulmányát.

[3] *Kantorovics, L. V.* [62], *Frisch, R.* [40], továbbá *Trzeciakowski, W.* [168] munkáira utalhatunk.

ciális alakú lineáris programozások dekompozíciójára.[4] Úgy láttuk azonban, hogy az ismert eljárásokon túlmenően érdemes más utakat is keresnünk.

A tervezési feladat eredetileg megfogalmazható egyetlen — de az adott számítástechnikai lehetőségek szempontjából túlságosan nagyméretű — lineáris programozási feladatként. Ezt a továbbiakban teljes központi információs feladatnak (röviden: TKI feladatnak) nevezzük. A TKI feladat felbontható olyan részfeladatokra, amelyet az egymástól külön álló „szektorok" végezhetnek el, s amelyeket a „központ" koordinál olyan módon, hogy a TKI feladatban szereplő korlátokat (erőforrásokat, anyagokat, munkaerőt stb.) felosztja az egyes szektorok között. Mivel módszerünk szerint a tervezés felváltva két szinten — a központban és a szektorokban — folyik, egymással szervesen összekapcsolódva, egymást állandóan kiegészítve és korrigálva, eljárásunkat kétszintű tervezésnek neveztük el.

A könyv eddigi részében leírt ágazati programozási modellekben a korlátozó feltételek jobb oldalán levő konstansként szerepelnek egyes, a hagyományos módszerrel kidolgozott tervből átvett tervdirektívák: a kibocsátási tervfeladatok, erőforráskorlátok stb. E programozások valósággal sugallják a gondolatot: az ágazati programozások eredményeit érdemes lenne összehasonlítani és felhasználni a népgazdasági tervből átvett direktívák, irányszámok javítására. Eljárásunk hivatása: szervezett formát adni az összehasonlításoknak, s az ezen alapuló népgazdasági szintű tervkorrekcióknak; *szervesen összekapcsolni az ágazati szinten végzett programozásokat.*

Kutatásunkat a magyar népgazdasági tervezés gyakorlati igényei tették időszerűvé. A kutatás közben azonban általánosabb érvényű eljáráshoz jutottunk. Sor került egy *általános modell* kidolgozására. (A modellt a függelék H. fejezete közli.) Az általános modell keretében könnyebben megadhatunk egyes definíciókat, egyszerűbb a matematikai tételek bizonyítása. Az általános modell alapján támpontokat nyerhetünk arra, hogyan lehet e módszert alkalmazni — a kutatás kiindulópontját jelentő népgazdaságtervezési feladaton túlmenően — más általános lineáris programozási feladatok felbontás útján való megoldására.

A most következő fejezetben, a H. függelékben bizonyított tételekre támaszkodva, a kétszintű tervezés módszerének egy konkrét közgazdasági alkalmazását ismertetjük, a népgazdasági távlati tervezés feladataira.

A tárgyalás menete a következő:

A 24. fejezetben a távlati tervezés problémáját egy aránylag egyszerű, sematikus modell segítségével tárgyaljuk. Rendkívül leegyszerűsítjük a modell feltételi rendszerét, valamint a beruházások kezelését; célfüggvényként az ország devizamérlegének optimalizálását írjuk elő, különösebb közgazdasági indokolás nélkül stb. Mindezt azért tesszük, hogy könnyebbé váljék a kétszintű tervezés alapgondolatainak megértése. A 25., 26. és 27. fejezet tér majd vissza a 24. fejezetben leírt sematikus modell problematikus vonásaira: közelebbről vizsgálja majd az addig nyitva tartott közgazdasági kérdéseket, felold egyes egyszerűsítő feltevéseket.

A tárgyalást a 24.2. szakaszban a módszer néhány alapgondolatának

[4] Lásd pl. *Dantzig, G. B.* és *Wolfe, P.* [28], [29] dolgozatait. *Malinvaud, E.* professzor a Nemzetközi Közgazdasági Társaság 1963 nyarán tartott cambridge-i konferenciáján ismertette rendkívül figyelemre méltó elgondolásait a makroökonómiai tervezési feladat részleges decentralizációjára. Egyik módszerként Dantzig—Wolfe dekompozíciós eljárását használta fel. Lásd: [242].

ismertetésével kezdjük. A 24.3. szakasz a központi modellt, a 24.4—24.5. szakasz a szektormodellt írja le. A 24.6. és 24.7. szakasz az iteráció szabályait ismerteti és értelmezi. A 24.8. szakasz a feladat játékelméleti interpretációjával foglalkozik. Végül a 24.9. szakasz a beruházások kezelését tárgyalja.

24.2. A tervezés szokásos menetének imitációja

Módszerünkkel bizonyos fokig imitáljuk a tervezés szokásos menetét. Az Országos Tervhivatal a gazdaságpolitikai követelmények s az ágazatokra vonatkozó általános ismeretek alapján előzetes tervjavaslatot dolgoz ki, amely átfogó előirányzatokat, irányszámokat tartalmaz az ágazatok számára. A központ előzetesen felosztja a rendelkezésre álló erőforrásokat, anyagokat, munkaerőt stb. az ágazatok között, s ugyanakkor kijelöli kibocsátási feladataikat. Az ágazatok azután saját részletes számításaikkal, konkrét adottságaik alapján „kitöltik" a kereteket, konkretizálják a központi előirányzatokat. Eközben módosításokat is javasolnak a Tervhivatalnak. A gazdasági életben ezt nevezik „visszatervezésnek". A visszatervezés alapján az Országos Tervhivatal módosítja eredeti előirányzatait, ezeket újra leküldi az ágazatoknak (lásd az 1.4. szakaszban leírt tervkoordinációt). Módszerünkkel az „oda-visszatervezésnek" ezt a folyamatát igyekszünk objektív ismérvekkel segíteni.

Eljárásunk még egy szempontból imitálja a tervezés szokásos gyakorlatát. Rendszeresen megtörténik, hogy a központ bizonyos feladatokat ad az ágazatoknak és kéri annak közlését: milyen gazdasági hatékonysággal oldható meg a feladat. Az ágazatok különböző — központilag előírt szerkezetű — „gazdaságossági mutatószámokkal" fejezik ki tevékenységük hatékonyságát (lásd a 2. fejezetet). Módszerünk egységes rendszerbe foglalja a „visszajelentést": az ágazatok az eljárás minden lépésében egyfajta gazdaságossági mutatószámokat — programozásukból nyert árnyékárakat — jelentenek vissza a központnak a kapott feladatok értékelésére.

24.3. A központi modell[5]

A tervezést a k ö z p o n t — gyakorlatilag az Országos Tervhivatal — irányítja. Összesen n szektorunk van.* Egy-egy szektor egy-egy termékcsoportért felelős; a továbbiakban a rövidség kedvéért termékcsoport helyett t e r -

[5] Míg a H. függelékben közölt általános modellben a TKI feladatból indultunk ki, a konkrét modell ismertetésekor rögtön a TKI feladatból nyert kétszintü feladatot írjuk le. A megengedett központi programok halmazának kialakításában mind a (H.17) kritériumot, mind a (H.21)—(H.27) egyszerűsítő megjegyzést figyelembe vettük. A központi program és a szektorprogramok egyes komponenseit közgazdasági természetükkel összhangban más-más betűkkel jelöljük, és előjelüket is a felírás egyszerűsége szerint választottuk meg.

Az olvasó a H. függelék alapján ellenőrizheti, hogy az itt leírásra kerülő konkrét makroökonómiai tervezési modell *speciális esete* a függelékben leírt *általános* modellnek, továbbá, hogy az ennek megfelelő TKI feladat megoldható és a belőle származó poliedrikus játék reguláris.

* A könyv rokon értelemben használja az „ágazat" és a „szektor" kifejezéseket. Az „ágazat" elnevezés akkor szerepel, ha a népgazdaságnak olyan részéről van szó, amely *institucionálisan vagy a statisztikai nyilvántartás szempontjából* a mai magyar gazdaságban ténylegesen elkülönül a többi ágazattól. Ezzel szemben az *absztrakt jellegű* leírásokban (pl. a 24. fejezetben vagy a *H.* és *I.* függelékben) a „szektor" kifejezést használjuk.

mé kről beszélünk majd. A szektor tevékenységéhez tartozik a szóban forgó termék hazai termelésén és a termeléshez szükséges beruházáson túl e termék exportja és importja is. (Pl. ilyen szektorként fogható fel a 6. fejezetben ismertetett műszálipari modell programozási szférája, amely átfogta a műszálakkal, valamint a gyártásukhoz szükséges intermedier, közbeeső anyagokkal kapcsolatos termelési, beruházási, import- és exporttevékenységeket.) Távlati tervet dolgozunk ki egy tervperiódusra, amely összesen T időszakból áll.

Nem kívánjuk modellünk segítségével meghatározni a népgazdasági terv minden előirányzatát. Kiindulópontunk: egy már kidolgozott („hagyományos", nem matematikai módszerekkel meghatározott, az I-O-táblával ellenőrzött) népgazdasági terv. Bizonyos előirányzatait konstansként átvesszük programozási modellünkbe. Ezeket *tervdirektíváknak* nevezzük.

A központ háromféle irányszámot ad a szektoroknak:[6]

1. A központ megbízza az i-edik szektort, hogy a t-edik időszakban bizonyos mennyiségű terméket adjon hazai szükségletre. Ezt a mennyiséget v_{it}-vel jelöljük és ellátási feladatnak nevezzük ($i=1, 2, \ldots, n$; $t=1, 2, \ldots, T$). A központ nem írja elő, hogy a kívánt mennyiséget a szektor hazai termelésből vagy importból elégítse-e ki; ezt majd a szektorprogram határozza meg. Ugyancsak a szektorprogramban kell meghatározni, hogy a hazai szükséglet kielégítésén felül kíván-e a szektor exportálni is.

2. A központ az i-edik szektor rendelkezésére bocsát a j-edik termékből egy meghatározott mennyiséget a t-edik időszakra. Ezt z_{ijt}-vel jelöljük és anyagkeretnek nevezzük ($i=1, 2, \ldots, n$; $j=1, 2, \ldots, n$; $j \neq i$; $t=1, 2, \ldots, T$). Az anyagkeret tartalmazza mind a hazai termelésű, mind az importált j-edik anyagot.

3. A központ az i-edik szektor rendelkezésére bocsát a t-edik időszakra meghatározott létszámot. Ezt w_{it}-vel jelöljük és munkaerőkeretnek nevezzük.

Az irányszámok a központi program változói. A központi program feltételrendszerében szereplő konstansok tervdirektívák. Ezek:

1. d_{it} a t-edik időszakban az i-edik termékből szükséges extern fogyasztás. Ez magában foglalja a személyes és közületi fogyasztást, beleértve az improduktív beruházást is. Nem foglalja magában azonban sem az exportot, sem (bizonyos kivételektől eltekintve) a produktív beruházást. (A kivételekre még visszatérünk.)

2. V_{it} az i-edik ellátási feladat felső korlátja a t-edik időszakban. A felső korlátnak nincs önálló közgazdasági jelentése; a modellben való szerepeltetését nem közgazdasági, hanem matematikai-számítástechnikai meggondolások indokolják. Számszerű nagyságát így sem nehéz meghatározni; könnyű megállapítani azt a mennyiséget, amelyet a hazai szükséglet kielégítéséhez szükséges terméktömeg biztosan nem lép túl. (Arra viszont érdemes ügyelni, hogy ne legyen túl nagy, mert ez lassíthatja a számítást.)

3. W_t a népgazdaságban produktív munkára rendelkezésre álló munkaerőkeret a t-edik időszakban.

[6] Fogalomhasználatuk összhangban van a könyvben eddig alkalmazott terminológiával. A tervdirektíva definícióját lásd a 4. fejezetben, az irányszám definícióját pedig az V. rész bevezetőjében. A tervdirektíva a központi tervből *konstansként* átvett szám, az irányszám pedig a központi tervnek *változóként* kezelt előirányzata.

Megengedettnek fogjuk nevezni azokat a $(v_{it}, z_{jit}, w_{it})$ központi programokat, amelyek eleget tesznek az alábbi feltételeknek:

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} z_{jit} + d_{it} = v_{it} \leqq V_{it} \qquad i = 1, \ldots, n;\ t = 1, \ldots, T; \tag{24.1}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_{it} = W_t \qquad t = 1, \ldots, T; \tag{24.2}$$

$$v_{it} \geqq 0,\ z_{jit} \geqq 0,\ w_{it} \geqq 0 \qquad i = 1, \ldots, n;\ j = 1, \ldots, n;\ j \neq i;\ t = 1, \ldots, T. \tag{24.3}$$

24.4. A primális szektormodell

Az i-edik szektor programozási modelljében szereplő változók közgazdasági természetük szerint több csoportba sorolhatók:

1. Reprodukáló tevékenységek. Ezeken a tervperiódus kezdetén már fennálló, az i-edik terméket kibocsátó kapacitások változatlan továbbműködtetését értjük. (Pl. a műszálipari modellben ilyen típusú tevékenység volt a viszkózrost-termelés régi üzemben vagy a celofántermelés régi üzemben.) Technikai jellemzők alapján (például elmaradottabb vagy fejlettebb üzem) több ilyen tevékenység építhető be a modellbe. Jelölje x_{ikt} az i-edik szektor k-adik reprodukáló tevékenységének a t-edik időszakra tervezett volumenét[7] $(x_{ikt} \geqq 0,\ k = \text{repr.}\ t = 1, \ldots, T)$[8].

2. Beruházási tevékenységek. Ebbe a fogalomkörbe utaljuk mind az új kapacitás megteremtését, mind az új kapacitáson folyó termelést. Technikai vagy gazdasági jellemzők alapján (pl. alkalmazott technológia, importált vagy hazai gépek stb.) több *típusú* beruházási tevékenység építhető be a modellbe. Ezenfelül a beruházási tevékenységek egy adott típusán (pl. egy meghatározott üzem adott módon való létrehozásán és üzemeltetésén) belül több beruházási tevékenységet lehet megkülönböztetni aszerint, hogy *melyik időszakban kezdjük el* a beruházást. Minden ilyen alternatívának külön beruházási tevékenység felel majd meg. Jelölje x_{ik} az i-edik szektor k-adik beruházási tevékenységének volumenét[9] $(x_{ik} \geqq 0,\ k = \text{inv})$.

[7] Itt és a többi változónál is (kivéve a beruházási tevékenységeket) a volumen mértékegysége a termékmennyiség mérésére alkalmas természetes mértékegység pro 1 időszak, vagy pedig Ft pro 1 időszak. Ennek azonosnak kell lennie azzal a mértékegységgel, amellyel az i-edik terméket a rávonatkozó (24.1) alatti központi termékmérlegben mérjük.

[8] Sem itt, sem a szektorváltozók többi csoportjánál nem adjuk meg a változók számát: ehelyett a k futó index után tett alkalmas rövidítéssel utalunk az illető tevékenység jellegére. Pl. $k = \text{repr}$, $k = \text{inv}$ stb.

[9] Mivel egy beruházási tevékenység a fentiek szerint nem az egyes időszakokra vonatkozik, hanem a teljes tervperiódusban átvonuló beruházási akciósorozat, az x_{ik} volument a többi változótól megkülönbözteti az, hogy benne a „t" futó index nem szerepel. Ennek megfelelően egy beruházási tevékenység volumenét a létrehozott és már teljes kapacitással működő létesítmény által egy tervidőszak alatt termelt termék természetes mértékegységben vagy Ft-ban mért mennyiségével mérjük. A termék mértékegysége azonos a (24.1) alatti központi termékmérlegben alkalmazott mértékegységgel.

3. Exporttevékenységek. Gazdasági jellemzők alapján (pl. piacok, relációk stb. szerint) többféle exporttevékenység szerepelhet a modellben. Jelölje x_{ikt} az i-edik termékből a t-edik időszakban lebonyolított k-adik exporttevékenység volumenét ($x_{ikt} \geqq 0$, $k = \text{exp}$, $t = 1, \ldots, T$).

4. Korlátos importtevékenységek. Ebben a csoportban csak az *1.* és *2.* csoporthoz tartozó hazai termelőtevékenységekkel versenyző, azokat pótolni képes kompetitív importtevékenységek szerepelnek. Közülük is csak azok, amelyek volumenét valamilyen külső piaci tényező korlátozza. Gazdasági jellemzők alapján (pl. piacok stb.) többféle tevékenység szerepelhet a modellben. Jelölje x_{ikt} az i-edik termékből a t-edik időszakban importált k-adik korlátos importtevékenység volumenét ($x_{ikt} \geqq 0$, $k = \text{imp}$, $t = 1, \ldots, T$).

5. Szabad importtevékenység. Ez olyan importtevékenység, amely a *4.* csoportban szereplő importtevékenységekhez hasonlóan versenyez a hazai termeléssel, azaz kompetitív jellegű, de volumenét sem külső piaci tényezők, sem egyéb adottságok nem korlátozzák. Egyes szektorokban a szabad importtevékenység reális feltételezés. Más szektorokban a valóságban nem létezik szabad, korlátlan importtevékenység, mégis szerepeltetjük ezt a változótípust, mint fiktív mesterséges változót. Módszerünk természete megköveteli a felső korlát nélküli importváltozó szerepeltetését minden szektormodellben: az alkalmazásra kerülő programozási eljárás azonban automatikusan kiszorítja e változókat a programból. A szabad import a szektormodell 0-adik tevékenysége. Az i-edik szektorbeli szabad import volumenét a t-edik időszakban jelölje x_{i0t} ($x_{i0t} \geqq 0$, $t = 1, \ldots, T$).

Az i-edik szektorprogram számára előírt feltételeket — a nem-negativitási feltételek mellett — két fő csoportba sorolhatjuk. A feltételek egyik csoportja azt biztosítja, hogy a szektor betartsa a központtól kapott irányszámokat. Az első feltétel:

$$(24.4) \qquad v_{it} \leqq \sum_{\substack{k=\text{repr, exp,} \\ \text{imp, 0}}} f_{ikt} x_{ikt} + \sum_{k=\text{inv}} f_{ikt} x_{ik} \leqq V_{it} \qquad t = 1, \ldots, T.$$

A feltételben szereplő f_{ikt} output-koefficiens a különböző szektortevékenységeknél a következő:

1. A reprodukáló tevékenységeknél $f_{ikt} = 1$.

2. A beruházási tevékenységeknél $f_{ikt} \geqq 0$, de legalább egy t-re $f_{ikt} = 1$. A beruházási tevékenység egy egységének eredményeképpen valamikor, de legkésőbb az utolsó időszakban létrejön egy kapacitásegység, amely képes lesz egy időszak alatt egységnyi i-edik terméket előállítani. Az ezt megelőző termelés viszont attól függ, mikor kezdődik a beruházás s milyen „felfutás" után jut el a normális üzemmenetig. Feltételezzük, hogy a k-adik beruházási tevékenységre a termékkibocsátás (és, mint látni fogjuk, a ráfordítások) meghatározott időbeli tagozódása jellemző.[10] Feltételezzük továbbá, hogy a fel-

[10] Legyen pl. a vegyipari az $i = 3$ sorszámnak megfelelő szektormodell és legyen 17. változója egy meghatározott új vegyiüzem építése oly módon, hogy a beruházási tevékenység a 2. időszakban kezdődik, a 3. időszakban a végleges kapacitás 60 százalékát adja, s a 4. időszakban már teljes kapacitással termel. Ez esetben $f_{3,17,1} = 0$, $f_{3,17,2} = 0$, $f_{3,17,3} = 0{,}6$, $f_{3,17,4} = 1$, $f_{3,17,5} = 1$. Viszont a technológiailag azonos, de egy időszakkal később megkezdett 18. változónál az együtthatók: $f_{3,18,1} = f_{3,18,2} = f_{3,18,3} = 0$, s csak $f_{3,18,4} = 0{,}6$; $f_{3,18,5} = 1$. A beruházások ilyen számbavétele némileg hasonló ahhoz, ahogyan *Frisch, R.* a beruházási tevékenységek különböző „csatornáit" (channel) kezeli. Lásd: [40].

futás után a beruházás révén keletkezett kapacitásokat mindig normális mértékben kihasználják. Ha tehát f_{ikt} valamely t-re egyenlő 1-gyel, akkor ugyancsak 1 a $(t+1)$-edik, $(t+2)$-edik stb. időszakban is. Ennyiben tehát a tevékenységeknek ez a csoportja különbözik a reprodukáló tevékenységtől, az utóbbinál ugyanis nem tételeztük fel, hogy a meglevő régi kapacitásokat szükségképpen ki kell használni.

3. Az exporttevékenységeknél $f_{ikt} = -1$.

4. és *5.* A korlátos importtevékenységeknél, valamint a szabad importnál $f_{ikt} = 1$.

A központi irányszámokhoz kapcsolódó második feltételsorozat:

$$\sum_{\substack{k=\text{repr, exp,}\\ \text{imp, 0}}} g_{ijkt}x_{ikt} + \sum_{k=\text{inv}} g_{ijkt}x_{ik} \leqq z_{ijt} \qquad j=1, \ldots, n;\ j \neq i;\quad t=1, \ldots, T. \tag{24.5}$$

A g_{ijkt} anyaginput-koefficiens a különböző szektortevékenységeknél a következő:

1. A reprodukáló tevékenységeknél $g_{ijkt} \geqq 0$. A termelés technológiai jellegénél fogva vagy igényli, vagy nem igényli a j-edik anyagot. Az anyagigény magában foglalja mind a folyó üzemeltetés, mind pedig a régi kapacitás fenntartásához, egyszerű újratermeléséhez szükséges nagyjavítási és pótlási, felújítási akciók anyagigényét.

2. A beruházási anyagigényeknél $g_{ijkt} \geqq 0$. Ez magában foglalja az új kapacitás megteremtésének éveiben a beruházás által igényelt termékeket (pl. gépek), az üzemeltetés éveiben pedig mind a folyó termeléshez, mind pedig a már megteremtett kapacitás fenntartásához, pótlásához szükséges termékeket. A kibocsátáshoz hasonlóan, itt is feltételezzük, hogy a k-adik beruházási tevékenységre az anyagigények meghatározott időbeni tagozódása jellemző.

3., *4.* és *5.* Valamennyi külkereskedelmi tevékenységnél $g_{ijkt} = 0$.

A központi irányszámokhoz kapcsolódó harmadik feltétel:

$$\sum_{\substack{k=\text{repr, exp,}\\ \text{imp, 0}}} h_{ikt}x_{ikt} + \sum_{k=\text{inv.}} h_{ikt}x_{ik} \leqq w_{it} \qquad t=1, \ldots, T. \tag{24.6}$$

A h_{ikt} létszám-koefficiens a tevékenységek különböző csoportjainál a következő:

1. A reprodukáló tevékenységeknél $h_{ikt} > 0$; munkaerő nélkül nem folyhat termelés.

2. A beruházási tevékenységeknél $h_{ikt} \geqq 0$. Az üzemeltetés megkezdése előtt 0, utána pozitív; számszerű nagyságának jellegzetes időbeli lefolyása van.

3., *4.* és *5.* A külkereskedelmi tevékenységeknél $h_{ikt} = 0$.

A feltételek másik fő csoportja: a szektor sajátos körülményeire jellemző speciális feltételek. Például: A reprodukáló tevékenységeket korlátozza a meglevő kapacitás felső határa. [Ilyen pl. a műszálmodell (6.8) és (6.9) feltétele.] Vagy: korlátozott néhány beruházási tevékenység — pl. a jelenlegi üzemek rekonstrukciója. [Ilyen pl. a műszálmodell (6.7) feltétele.] Egyes szektorokban a hazai termelést természeti adottságok korlátozzák. Egyes export- és importtevékenységeknek piaci tényezők szabnak határt.

[Ilyen pl. a műszálmodell (6.3) feltétele.] A speciális feltételeket a következő általános alakban írhatjuk:[11]

$$\sum_{t=1}^{T} \sum_{\substack{k=\text{repr, exp,} \\ \text{imp, 0}}} a^0_{ilkt} x_{ikt} + \sum_{k=\text{inv}} a^0_{ilk} x_{ik} \leqq b^0_{il} \qquad l=\text{spec.} \tag{24.7}$$

Az i-edik szektorprogramozás célkitűzése:

$$\sum_{t=1}^{T} \sum_{\substack{k=\text{repr, exp,} \\ \text{imp, 0}}} s_{ikt} x_{ikt} + \sum_{k=\text{inv}} s_{ik} x_{ik} \to \max! \tag{24.8}$$

tehát a (24.8) bal oldalán szereplő szektorcélfüggvény maximalizálása. Itt s_{ikt}, ill. s_{ik} a megfelelő tevékenység d e v i z a h o z a m a . Ez a tevékenységek különböző csoportjainál a következő:

1. és *2.* A reprodukáló és beruházási tevékenységeknél a devizahozam általában 0. Kivétel ez alól a hazai termelésből nem helyettesíthető, nem kompetitív importot igénylő termelő és beruházási tevékenység. A nem kompetitív import költségét negatív devizahozamként számoljuk el. (A beruházó tevékenységeknél a devizahozam természetesen magában foglalja az egész tervperiódusban felmerült összes nem kompetitív import költségét.)

3. Az exporttevékenység devizahozama pozitív.

4. és *5.* Az importtevékenységek devizahozama negatív. A csupán fiktív változóként szereplő szabad importot igen magas negatív devizahozammal terheljük meg. A külkereskedelmi tevékenységek hozamáról feltételezzük még, hogy

$$\max_{k=\text{exp}} s_{ikt} \leqq \min_{k=\text{imp, 0}} (-s_{ikt}) \qquad t=1, \ldots, T. \tag{24.9}$$

Népgazdasági méretben azt a központi programot tekintjük optimálisnak, amelyben a maximális szektorcélfüggvény-értékek összege maximális.

24.5. A duális szektormodell

Tekintsük a $(v_{it}, z_{ijt}, w_{it})$ központi program (irányszámok) melletti (24.4)—(24.8) alatti i-edik primál szektorfeladatnak mint lineáris programozási feladatnak a duál alakját[12], és legyen ebben v_{it} a v_{it} ellátási feladat, ζ_{ijt} a z_{ijt} anyagkeret, ω_{it} a w_{it} munkaerőkeret árnyékára; $\varkappa_{it}$ jelentse az i-edik ellátási feladat v_{it} felső korlátjának, σ_{il} pedig az l-edik speciális feltételben szereplő b^0_{il} korlátnak az árnyékárát. Ekkor a $(v_{it}, \zeta_{ijt}, \omega_{it}, \varkappa_{it}, \sigma_{il})$ szektorárnyékrendszerrel mint duál programmal az i-edik duál szektorfeladat az alábbi alakot ölti:

$$f_{ikt}(\varkappa_{it} - v_{it}) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} g_{ijkt} \zeta_{ijt} + h_{ikt} \omega_{it} + \sum_{l=\text{spec}} a^0_{ilkt} \sigma_{il} \geqq s_{ikt} \tag{24.10}$$

$$k=\text{repr, exp, imp, 0}; \qquad t=1, \ldots, T;$$

[11] Az $l=$spec rövidítéssel fejezzük ki, hogy (24.7)-ben valamennyi speciális feltétel fel van sorolva.

A szabad import változóknál $a^0_{ilot}=0$.

[12] A lineáris programozás duális feladatáról lásd pl. *Karlin, S.* [63], *Gass, S.* [43] vagy *Krekó B.* [90] könyvét.

(24.11) $$f_{ikt}(\varkappa_{it}-v_{it})+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} g_{ijkt}\zeta_{ijt}+h_{ikt}\omega_{it}+\sum_{l=\text{spec}} a^0_{ilk}\sigma_{il}\geqq s_{ik}$$

$$k=\text{inv};\quad t=1,\ \ldots,\ T;$$

(24.12) $$v_{it}\geqq 0,\ \zeta_{ijt}\geqq 0,\ \omega_{it}\geqq 0,\ \varkappa_{it}\geqq 0,\ \sigma_{it}\geqq 0$$

$$j=1,\ \ldots,\ n;\quad j\neq i;\quad t=1,\ \ldots,\ T;\quad l=\text{spec};$$

(24.13) $$\sum_{t=1}^{T}\left(V_{it}\varkappa_{it}-v_{it}v_{it}+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} z_{ijt}\zeta_{ijt}+w_{it}\omega_{it}\right)+\sum_{l=\text{spec}} b^0_{it}\sigma_{il}\to\min!$$

Mi az árnyékárak közgazdasági tartalma esetünkben?

1. Az ellátási feladat árnyékára azt fejezi ki: mennyivel emelkedne az i-edik szektor devizahozama, ha — miközben a szektormodell feltételeiben szereplő többi korlát változatlan —, egységnyivel csökkenne a szektor ellátási feladata.[13] Ez felfogható úgy, mint az i-edik termék egyfajta „kínálati ára".

2. Az anyagkeret árnyékára azt fejezi ki: mennyivel emelkedne az i-edik szektor devizahozama, ha egységnyivel nőne a szektor számára a j-edik anyagból juttatott anyagkeret, miközben a szektormodell többi korlátja változatlan. Ez felfogható úgy, mint a j-edik termék egyfajta „keresleti ára".

3. A létszámkeret árnyékára azt fejezi ki: mennyivel emelkedne az i-edik szektor devizahozama, ha egységnyivel nőne a szektor létszámkerete. Ez kalkulatív „munkabérnek" tekinthető.

A többi árnyékár egy részének is van plauzibilis közgazdasági értelmezése: pl. az export és import felső korlátainak árnyékárát „vámnak", a meglevő termelőkapacitások felső korlátaiét „használati díjnak", a természeti erőforrások korlátaiét „járadéknak" tekinthetjük stb.

Ezek után megadhatjuk a duális feladat közgazdasági interpretációját.

A duális programozásban kapott árnyékárak ismert tulajdonsága: az elsődleges feladat optimális programjához tartozó optimális célfüggvényértéket teljes egészében „ráterheljük" a korlátokra. Esetünkben tehát a korlátok árnyékárakon történő értékelésének minimuma pontosan egyenlő a tevékenységek hozamának maximumával.

Tegyük fel egy pillanatra a következőket: a központ valóban olyan „áron" adja a szektornak az erőforrásokat, amilyen árnyékárat a szektor visszajelent, s ugyanakkor megköveteli a szektortól, hogy ne legyen veszteséges. Ha a szektor „szépített", azaz túlságosan magas árnyékárat jelentett vissza (például azt állította, hogy a létszámkeret emelése nagyobb többlethozamot biztosít, mint amennyire az optimális program szerint valóban képes), akkor a szektor veszteségessé válik. A korlátok értékelésének minimalizálása, mint a modell optimalizálási követelménye, azt fejezi ki; óvakodni kell a feltételekben szereplő korlátok módosításának, s a módosítás révén a célfüggvényben mutatkozó hatásnak a *túlértékelésétől*.

A célfüggvénynek ezt a követelményét kiegészíti a duális feladat feltételrendszerében kifejeződő követelmény; ez tulajdonképpen az ismert „non-profit condition"-nak tekinthető. Vegyünk példaként egy olyan termelő tevékenységet, amelyet nem terhel nem kompetitív importköltség, amelynél tehát

[13] Szigorúan véve itt is és a többi korlátnál is az árnyékár nem a korlát egységnyi, hanem elég kicsiny változására jutó hozamváltozást fejezi ki. Csupán a könnyebb megértés kedvéért szólunk a gyakorlatilag kézzelfoghatóbb egységnyi változásról.

$s_{ikt} = 0$. A (24.10) feltétel itt azt jelenti: a termelés költségei (árnyékárakon értékelve) mínusz az ellátási feladat teljesítésére történő kibocsátás utáni bevétel (ugyancsak árnyékáron értékelve) nem lehet negatív; azaz a szektor e tevékenysége nem hozhat nyereséget.

A duális feladatban a korlátok árnyékárakon történő értékelésének minimalizálása, valamint a non-profit feltételek azt fejezik ki: a szektor felelősségteljesen mértéktartó a tevékenységek várható következményeinek előrebecslésében.

24.6. A programozás menete

Először röviden jellemezzük a programozás menetét, utána matematikai formában is megadjuk az eljárás szabályait.

A programozás azzal kezdődik, hogy a központ előírja az ellátási feladatot, az anyagkereteket és a létszámkeretet a szektoroknak.

További programozásra nem is lenne szükség, ha a központi irányszámokat biztosan a lehető legcélszerűbben határozták meg. Csakhogy ez egyáltalán nem biztos. A központ maga is ellenőrizni kívánja az ellátási feladatok és az anyag-, illetve létszámkeretek elosztásának helyességét. Ezért a szektoroktól kér jelentést arról, hogy milyen hatékonyan képesek hasznosítani a központtól kapott anyagot, létszámot.

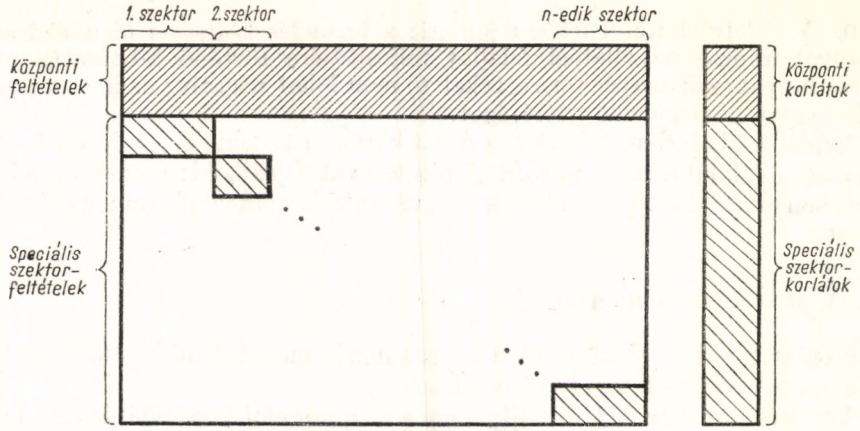
E visszajelentés céljaira oldják meg a szektorok a duális feladatot. Meghatározzák a központi irányszámok árnyékárait (valamint a saját speciális feltételeikben szereplő korlátok árnyékárait), s ezek alapján jelentést adnak a központnak. A jelentés mintegy tükörképe, „bizonyítványa" az eredeti központi programnak. Tegyük fel: kitűnik, hogy a létszámkeret árnyékára az 1. szektorban 100, a 2. szektorban viszont csak 50. Kézenfekvő a gondolat: a 2. szektor létszámkeretét csökkenteni kell az 1. szektor javára. Vagy kitűnik, hogy az áramkeret árnyékára a 3. szektorban 60, a 9. szektorban azonban csak 20. Ezért érdemes az áram egy részét átcsoportosítani a 9. szektorból a 3. szektorba.

Az átcsoportosítások alapján új központi program készül. A szektorok új központi irányszámokat kapnak. A szektorok ismét megállapítják az új központi irányszámok árnyékárait. A központ ezek figyelembevételével újra korrigálja a központi programot, ismét módosított központi irányszámokat ad a szektoroknak és így tovább. Az eljárás számos lépésből áll; egy-egy lépés mindig egy központi programjavítást és egy ágazati duál programozást, azaz árnyékármeghatározást foglal magában.

Az *iterációs eljárás* során, amelyet a későbbiekben részletesen ismertetünk, két irányban áramlanak az információk: a központból a központi előírások új és új együttese a szektorokhoz, a szektorokból az árnyékárak új és új együttese a központba. Ezért is neveztük eljárásunkat *kétszintű* tervezésnek. A kibernetikában szokásos elnevezéssel: modellünk olyan szabályozási rendszert reprezentál, amely „negatív visszacsatolással" működik. A szektor programozása révén kapott árnyékárrendszer a visszacsatolás, amely biztosítja a központból kiáramló utasítások folyamatos korrigálását.

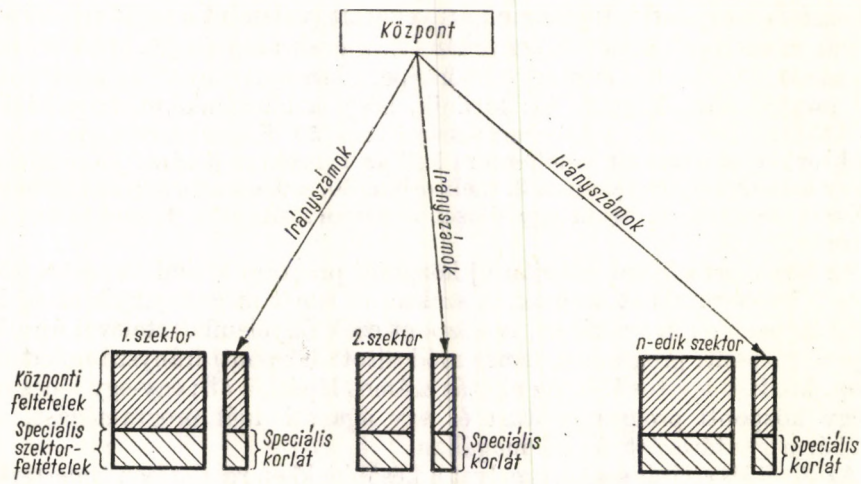
A H. függelékben bizonyításra kerül, hogy az eljárás *konvergens*, az optimum tetszés szerinti pontossággal megközelíthető.

Minden lépésnél megadható egy felső becslés arra, hogy a szóbanforgó lépésben meghatározott program célfüggvényértéke legfeljebb mennyivel keve-



24.1. ábra

sebb, mint az optimális célfüggvényérték. Más szóval, mi az a maximális megtakarítás, amelyet a programozási eljárás lépéseinek folytatása még hozhat. Ha a maximális potenciális megtakarítás már nem túlságosan nagy, az eljárás abbahagyható. Hasonlóképpen: előre meg lehet határozni azt is, hogy az eredmény mennyire közelítse meg az optimumot. Ha a célfüggvényérték legfeljebb



24.2. ábra

δ-val marad el az optimumértéktől, ahol δ egy elég kicsiny pozitív szám, akkor a programot kvázi-optimálisnak: δ-optimálisnak nevezzük, s az eljárást abbahagyhatjuk.

Nézetünk szerint ez gyakorlati célokra elegendő, s nem szükséges a matematikai értelemben vett szélsőérték-feladat pontos megoldása, az egzakt optimum elérése.[14]

[14] Gondoljunk csak arra, hogy a kiinduló adatok jelentős része többé-kevésbé pontatlan. (Lásd a könyv III. részét.) Márcsak ezért sem érdemes „mindenáron" eljutni az egzakt megoldáshoz.

Mielőtt áttérnénk a számítás menetének részletesebb leírására, megpróbáljuk grafikus szemléltetéssel is megkönnyíteni a kétszintű tervezési modell megértését. A 24.1. ábra a felbontás előtti TKI feladatot mutatja be. A nagy téglalap: a feltételi együtthatók mátrixa. Itt a fehéren maradt terület jelzi azokat a blokkokat, amelyekben kizárólag nullák szerepelnek. A fent keresztbe átnyúló sáv: a központi feltételek; az alatta átlósan elhelyezkedő blokkok: a speciális szektorfeltételek együtthatói. Ennek megfelelően tagolódik a korlátvektort reprezentáló jobb oldali oszlop.

A következő, 24.2. ábra mutatja be, hogyan bontjuk fel e feladatot kétszintű tervezés esetén. Kiestek a nagy **0**-blokkok. A szektormodellek feltételi korlátjainak alsó, ritkán csíkozott része: a speciális korlátok, amelyek a számítás egész menetében változatlanok. A felső, sűrűn csíkozott rész: a központi irányszámok, amelyek a számítás menetében szakaszról szakaszra módosulnak.

24.7. Az algoritmus részletes leírása

Az algoritmus részletes leírásakor arra törekszünk, hogy minden egyes fogalmat, s minden egyes lépést közgazdaságilag is interpretáljunk.[15]

Algoritmusunk iterációs eljárás, amely sok szakaszból áll. A továbbiakban az egyes szimbólumok mellett ( )-ben szereplő felső index, vagy ⟨ ⟩-be tett sorszám utal arra, hogy az iteráció hányadik szakaszában szereplő mennyiségről van szó.

Mindenekelőtt az algoritmus leírásánál használt néhány fogalmat bocsátjuk előre.

Az egyik: az iteráció leállíthatóságának vizsgálata. Ez a következőképpen történik:

Rendelkezésre áll minden szakaszban két adat: a felső optimum és az alsó optimum. E két fogalom matematikai definíciójára és közgazdasági értelmezésére később kerül sor. Itt egyelőre elégedjünk meg annak leszögezésével, hogy a TKI feladat, a népgazdasági programozás optimális célfüggvényértéke biztosan bármelyik iteráció felső és az alsó optimuma közé esik. Ezért a leállíthatóság vizsgálata úgy történik, hogy megállapítjuk: a felső és az alsó optimum különbsége nagyobb-e egy előre rögzített kritikus értéknél, δ-nál, vagy sem. Ha nagyobb, a számítást folytatni kell. Ha nem, a számítás leállítható.

A másik fogalom, amellyel többször találkozunk majd: a számítás lezárása. Ez a következőket jelenti:

Amint már az eddigiekből is kitűnt, a szektorok az iteráció minden szakaszában a szektormodell *duális* programozási feladatát oldják meg; ennek alapján adják meg jelentésüket a központnak. A „szektormemóriában" azonban megőrzik az éppen legutóbb kapott duális programhoz tartozó primális programot is.[16]

[15] A kizárólag matematikai, illetve számítástechnikai kérdések iránt érdeklődők a rövidebb leírást a H. függelékben, illetve egyéb publikációkban [102], [103] találják meg.

[16] Mint ismeretes, a szimplex-algoritmus használata esetén ez „automatikusan" adódik a szimplex-tábla „z"-sorában. Lásd pl. *Karlin, S.* [63], 169 — 170. old.

Amikor a központ — az iteráció leállíthatóságának ellenőrzése alapján — úgy döntött, hogy a számítást befejezi, utasítja a szektorokat, hogy állapítsák meg az utolsó szakaszban nyert optimális *primális* programot.[17] Ezek együttese alkotja a népgazdasági programozási feladat δ-optimális programját, amelynek végleges rögzítése jelenti a számítás lezárását.

E két fogalom előrebocsátása után térjünk rá az algoritmus menetének leírására. A számítás tetszőleges $(v_{it}^{(1)}, z_{ijt}^{(1)}, w_{it}^{(1)})$ központi programból indulhat. A leíráskor most átugrunk az első, második, ... szakaszokon és mindjárt az N-edik szakasz leírásával kezdjük.

Egy-egy szakasz legfeljebb 4 l é p é sből áll. (Bár esetleg, mint látni fogjuk, már közben is eljuthatunk a számítás lezárásához, s ez esetben nem kell mind a 4 lépést megtenni.)

I. lépés. Ez a *központban* történik. Először az iteráció leállíthatóságának vizsgálatára kerül sor. Ehhez ismernünk kell $\Phi^*\langle N-1\rangle$-et, az $(N-1)$-edik szakasz felső optimumát és $\varphi^*\langle N-1\rangle$-et, az $(N-1)$-edik szakasz alsó optimumát. Két eset lehetséges:

$$I.1.\ \text{eset.}\quad \Phi^*\langle N-1\rangle - \varphi^*\langle N-1\rangle \leqq \delta.$$

Az iteráció leállítható; a számítást lezárjuk.

$$I.2.\ \text{eset.}\quad \Phi^*\langle N-1\rangle - \varphi^*\langle N-1\rangle > \delta.$$

A számítást folytatni kell. Ez esetben a következő programozási feladatot kell megoldani a központban: maximalizáljuk a

$$(24.14)\qquad \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\left\{v_{it}^*\langle N-1\rangle v_{it} + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\zeta_{ijt}^*\langle N-1\rangle z_{ijt} + \omega_{it}^*\langle N-1\rangle w_{it}\right\}$$

központi célfüggvényt a

$$(24.15)\qquad \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} z_{jit} + d_{it} = v_{it} \leqq V_{it} \qquad i=1,\ \ldots,\ n;\quad t=1,\ \ldots,\ T.$$

$$(24.16)\qquad \sum_{i=1}^{n} w_{it} = W_t \qquad t=1,\ \ldots,\ T,$$

$$(24.17)\qquad v_{it}\geqq 0,\ z_{jit}\geqq 0,\ w_{it}\geqq 0, \qquad i=1,\ \ldots,\ n;\ j=1,\ \ldots,\ n;\ j\neq i;\ t=1,\ \ldots,\ T.$$

feltételek mellett.

Mint látjuk, e programozási feladat feltételi rendszere megegyezik az eredetileg megjelölt korlátozó feltételekkel. A célfüggvény pedig azt írja elő, hogy a szektoroknak adott irányszámok *kalkulatív hozama* legyen maximális. E kalkulatív hozamot a szektorok által felküldött árnyékárakon számítjuk. A célfüggvény tartalmát valahogy így jellemezhetnénk: „higgyük el a szektoroknak, hogy a nekik adott irányszámok tényleg annyit hoznak a népgazdaságnak, mint amennyit ők jelentettek — s így számolva legyen minél több a hozam!"

E központi programozási feladat meglehetősen nagyméretű. Szerencsére azonban a feladat egyszerűen megoldható „mikroprogramozásokká" bomlik

[17] Majd később visszatérünk még arra, hogy itt az ún. *előzetes* duális optimális programhoz tartozó primális programról van szó.

szét. A mikroprogramozásoknak két típusa van: az egyik a (24.15) típusú termékmérlegekkel kapcsolatos, a másik pedig a (24.16) típusú munkaerőmérlegekkel. Vizsgáljuk meg a két típust külön-külön.

Az egyik mikroprogramozás az i-edik terméknek a t-edik időszakra vonatkozó *előzetes* előteremtését és elosztását alakítja ki:

$$\left.\begin{array}{l} \sum\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} z_{jit} + d_{it} = v_{it} \leqq V_{it} \\ z_{jit} \geqq 0 \quad j=1,\ \ldots,\ n;\quad j\neq i;\quad v_{it} \geqq 0 \\ \sum\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} \zeta^*_{jit}\langle N-1\rangle z_{jit} - \nu^*_{it}\langle N-1\rangle v_{it} \to \max! \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} i=1,\ \ldots,\ n, \\ t=1,\ \ldots,\ T. \end{array} \tag{24.18}$$

A feladat megoldása a következő:

a) ha $\max\limits_{j\neq i} \zeta^*_{jit}\langle N-1\rangle < \nu^*_{it}\langle N-1\rangle$, akkor

$$v^{(N)}_{it} = d_{it},\ z^{(N)}_{jit} = 0, \quad \text{ha} \quad j=1,\ \ldots,\ n,\ j\neq i, \tag{24.19}$$

b) ha $\max \zeta^*_{jit}\langle N-1\rangle = \zeta^*_{j_0 it}\langle N-1\rangle \geqq \nu^*_{it}\langle N-1\rangle$, akkor[18]

$$v^{(N)}_{it} = V_{it},\ z^{(N)}_{j_0 it} = V_{it} - d_{it},\quad z^{(N)}_{jit} = 0, \quad \text{ha} \quad j=1,\ \ldots,\ n,\ j\neq i,\ j\neq j_0. \tag{24.20}$$

A megoldás logikája igen egyszerű. Az ellátási feladat ν^*_{it} árnyékárát úgy tekinthetjük, mint a termék „kínálati árát"; az anyagkeret ζ^*_{jit}, árnyékárát pedig úgy, mint a termék „keresleti árát". Mármost két fő eset van: *a)* A kínálati ár nagyobb, mint mindegyik keresleti ár. Ez esetben úgy döntünk: egyetlen anyagigénylő szektor se kapjon semmit, csupán a d_{it} extern fogyasztás igényét biztosítjuk. A másik eset: *b)* A legnagyobb keresleti ár nagyobb, mint a kínálati ár. Ez esetben a maximális $(V_{it} - d_{it})$ mennyiséget kell biztosítani termelő felhasználásra, s az egészet a legnagyobb keresleti árat ígérő szektornak kell odaadni.

Ez valószínűleg abszurd elvnek tűnik: vagy semmit — vagy mindent egy szektornak? A tényleges eloszlás azonban — mint majd később, a III. lépésnél kitűnik — nem lesz ennyire végletes.

Térjünk rá a másik mikroprogramozási feladatra, a népgazdasági munkaerőkeret előzetes elosztására. Itt a feladat a következő:

$$\left.\begin{array}{l} \sum\limits_{i=1}^{n} w_{it} = W_t \\ w_{it} \geqq 0 \qquad i=1,\ \ldots,\ n \\ \sum\limits_{i=1}^{n} \omega^*_{it}\langle N-1\rangle w_{it} \to \max! \end{array}\right\} \quad t=1,\ \ldots,\ T. \tag{24.21}$$

[18] Azaz a j_0-adik szektor árnyékára a legnagyobb; ha több szektorban a $\zeta^*_{jit}\langle N-1\rangle$ árnyékár egyformán maximális és $\nu^*_i\langle N-1\rangle$-nél nem kisebb, akkor ezek között $V_{it} - d_{it}$ tetszőleges arányban elosztható.

A megoldás itt még egyszerűbb: ha $\max \omega_{it}^{*}\langle N-1\rangle = \omega_{i_0 t}^{*}\langle N-1\rangle$, akkor[19]

$$w_{i_0 t}^{(N)} = W_t, \qquad w_{it}^{(N)} = 0, \quad \text{ha} \quad i = 1, \ldots, n; \quad i \neq i_0. \tag{24.22}$$

Vagyis az előzetes elosztásnál mindig az a szektor kapja a népgazdaság egész munkaerőkeretét, amelyik a legmagasabb kalkulatív bért, ω_{it}^{*}-t ígérte.

Valamennyi mikroprogramozás elvégzésével az I. lépés befejezést nyert.

II. lépés. Ez a lépés is a központban történik. Az előzetes elosztások befejezése után ki kell számítani a mikroprogramozások során nyert optimumok összegét. Jelöljük ezt $\Phi^{\#}\langle N\rangle$-nel. Könnyen igazolható, hogy[20]

$$\Phi^{\#}\langle N\rangle = \sum_{t=1}^{T}\left\{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\max_{j\neq i}\zeta_{jit}^{*1}\langle N-1\rangle - v_{it}^{*}\langle N-1\rangle\right)^{+}\cdot V_{it} - \right.\right. \tag{24.23}$$

$$\left.\left. - v_{it}^{*}\langle N-1\rangle d_{it} + \max_{i}\omega_{it}^{*}\langle N-1\rangle \cdot W_t\right]\right\}$$

Ehhez még hozzá kell adni egy összeget, $\sum_{i=1}^{n}\Phi_i^0\langle N-1\rangle$-et. Nevezzük ezt s p e c i á l i s o p t i m u m - k o m p o n e n snek; közelebbi definíciójával és közgazdasági értelmezésével egyelőre adósak maradunk.

Most már kiszámíthatjuk az N-edik szakaszhoz tartozó felső optimumot:

$$\Phi^{*}\langle N\rangle = \Phi^{\#}\langle N\rangle + \sum_{i=1}^{n}\Phi_i^0\langle N-1\rangle. \tag{24.24}$$

Emlékszünk arra, hogy az I. lépés megkezdésekor már vizsgáltuk az iteráció leállíthatóságát, de akkor még az $(N-1)$-edik szakaszban nyert $\Phi^{*}\langle N-1\rangle$ felső optimum segítségével. Most már azonban rendelkezésre áll az új, $\Phi^{*}\langle N\rangle$ felső optimum, ennek segítségével ellenőrizhetjük ismét az iteráció leállíthatóságát:

II.1. eset. $\Phi^{*}\langle N\rangle - \varphi^{*}\langle N-1\rangle \leqq \delta.$

Az iteráció leállítható, a számítást lezárjuk.

II.2. eset. $\Phi^{*}\langle N\rangle - \varphi^{*}\langle N-1\rangle > \delta.$

A számítást folytatni kell. A folytatás célja az, hogy a végletes, egyoldalú előzetes elosztások helyett reális, józan elosztásokat kapjunk. Ez úgy történik, hogy a most kapott előzetes elosztásokat megfelelő arányban „keverjük" a korábbi elosztásokkal.

[19] Azaz i_0-adik szektor árnyékára a legnagyobb; ha több szektor $\omega_{it}^{*}\langle N-1\rangle$ árnyékára egyformán maximális, e szektorok között W_t tetszőlegesen elosztható.

[20] α^{+}-szal α pozitív részét jelöljük: $\alpha^{+} = \max(0, \alpha)$. Tehát $\alpha^{+} = \alpha$, ha $\alpha \geqq 0$ és $\alpha^{+} = 0$, ha $\alpha < 0$.

A szektoroknak ténylegesen leküldendő új központi programokat a következő képletek alapján kapjuk:

$$
\left.
\begin{aligned}
v_{it}^{*}\langle N\rangle &= \frac{N-1}{N} v_{it}^{*}\langle N-1\rangle + \frac{1}{N} v_{it}^{(N)} \\
z_{ijt}^{*}\langle N\rangle &= \frac{N-1}{N} z_{ijt}^{*}\langle N-1\rangle + \frac{1}{N} z_{ijt}^{(N)} \qquad \begin{matrix} j=1,\ \ldots,\ n, \\ j\neq i \end{matrix} \\
w_{it}^{*}\langle N\rangle &= \frac{N-1}{N} w_{it}^{*}\langle N-1\rangle + \frac{1}{N} w_{it}^{(N)}
\end{aligned}
\right\} \quad \begin{matrix} i=1,\ \ldots,\ n, \\ t=1,\ \ldots,\ T. \end{matrix}
\tag{24.25}
$$

Az előzetes, „végletes" irányszámok mellett nem szerepelt csillag, most viszont szerepel: ez a megkülönböztető szimbóluma annak, hogy itt most már a szektoroknak valóban leküldendő központi irányszámokról van szó. Mint látjuk, a „keverés" azt jelenti, hogy kiszámítjuk a most kapott előzetes mikroprogram és az előző lépésben használt központi irányszám súlyozott számtani átlagát.[21]

A II. lépéssel a központ feladatai az N-edik szakaszban végetértek. Láthattuk, hogy a központban végzendő műveletek egészen egyszerűek; tulajdonképpen még elektronikus számológépet sem igényelnének. A teendők: különböző nagyságok összehasonlítása, számtani átlagok képzése stb. Minden ilyen művelet külön-külön elvégezhető; nem követeli meg, hogy egyszerre nagy tömegű adattal terheljük meg az elektronikus számológép operatív memóriáját.

III. lépés. Ez már a szektorokban megy végbe. A szektor — a központtól most kapott $v_{it}^{*}\langle N\rangle$, $z_{ijt}^{*}\langle N\rangle$ és $w_{it}^{*}\langle N\rangle$ irányszámok birtokában programoz. Elvégzi a (24.10)—(24.13) képletekben leírt duális programozást, amelyben most a központtól kapott új irányszámok szerepelnek célfüggvény-együtthatókként.[22] A számításból a szektor a következő információkat nyeri:

a) Előzetes szektorárnyékárakat, a duális programozási feladat $v_{it}^{(N)}$, $\zeta_{ijt}^{(N)}$ és $\omega_{it}^{(N)}$ megoldását.

[21] Ez egyébként az összes eddig kapott mikroprogramok egyszerű számtani átlaga. Ui. „visszagyűrűztetve" a (24.25) képletet, pl. $v_{it}\langle N\rangle$ esetében pl. a következőkre jutunk:

$$
\begin{aligned}
v_{it}^{*}\langle N\rangle &= \frac{N-1}{N} v_{it}^{*}\langle N-1\rangle + \frac{1}{N} v_{it}^{(N)} = \\
&= \frac{N-1}{N}\left(\frac{N-2}{N-1} v_{it}^{*}\langle N-2\rangle + \frac{1}{N-1} v_{it}^{(N-1)}\right) + \frac{1}{N} v_{it}^{(N)} = \\
&= \frac{N-2}{N} v_{it}^{*}\langle N-2\rangle + \frac{1}{N} v_{it}^{(N-1)} + \frac{1}{N} v_{it}^{(N)} = \ldots = \\
&= \frac{1}{N}\left(v_{it}^{(1)} + v_{it}^{(2)} + \ldots + v_{it}^{(N-1)} + v_{it}^{(N)}\right).
\end{aligned}
\tag{24.26}
$$

[22] E számításhoz számítástechnikailag érdemes felhasználni az előző, $(N-1)$-edik szakaszban végzett programozás optimális szimplex-táblázatát.

b) Az optimális programhoz tartozó célfüggvényértéket, $\varphi_i^{(N)}$-t. Ha valamennyi $\varphi_i^{(N)}$ szektoroptimumot összegezzük, úgy megkapjuk a TKI feladat alsó optimumát az N-edik szakaszban:

$$\varphi^*\langle N\rangle = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i^{(N)}. \tag{24.27}$$

c) Harmadszor: *az előzetes speciális szektoroptimum-komponenst:*

$$\Phi^{0(N)} = \sum_{t=1}^{T} V_{it}\chi_{it}^{(N)} + \sum_{t=\text{spec}} b_{it}^{0}\sigma_{it}^{(N)}. \tag{24.28}$$

E mennyiség neve kissé hosszú, tartalma azonban egyszerű: V_{it}-nek, az ellátási feladat felső korlátjának és a speciális szektorfeltételi korlátoknak a kalkulatív hozama, árnyékárakon értékelve. Ebben a komponensben összegeződik minden olyan kalkulatív hozam, amely *nem* a központilag elosztott irányszámokra terhelődik rá, hanem a központilag el nem osztott, az iteráció egész menetében konstans nagyságú korlátokra.

IV. lépés. A III. lépésben nyert előzetes szektorárnyékárak nem adnak reális képet arról, hogy mit képes „kihozni" a szektor a központilag neki juttatott irányszámokból. A reális értékelés ismét azt igényli, hogy az előzetes szektor-árnyékárrendszert „keverjük" az előző szakaszokban nyert árnyékárrendszerekkel. Ez az alábbiak szerint történik (a 21. lábjegyzetben szereplő levezetéssel analóg módon itt is az összes eddigi előzetes szektorárnyékár-rendszerek egyszerű számtani átlagát kapjuk):

$$\left.\begin{aligned} v_{it}^{*}\langle N\rangle &= \frac{N-1}{N} v_{it}^{*}\langle N-1\rangle + \frac{1}{N} v_{it}^{(N)} \\ \zeta_{ijt}^{*}\langle N\rangle &= \frac{N-1}{N} \zeta_{ijt}^{*}\langle N-1\rangle + \frac{1}{N} \zeta_{ijt}^{(N)}, \qquad \begin{matrix} j=1, \ \ldots, \ n, \\ j\neq i \end{matrix} \\ \omega_{it}^{*}\langle N\rangle &= \frac{N-1}{N} \omega_{it}^{*}\langle N-1\rangle + \frac{1}{N} \omega_{it}^{(N)} \end{aligned}\right\} \quad t=1, \ \ldots, \ T. \tag{24.29}$$

A most nyert „kevert" szektorárnyékárak szimbólumai mellett szereplő csillag utal arra, hogy ezek már nem „előzetes", hanem a központba ténylegesen felküldhető árnyékárak. Láttuk az I. lépés leírásánál, hogy a központban ezekkel végzik a számítást; ezeket használják fel célfüggvény-együtthatóként.

Hasonlóképpen „keverni" kell a most kapott előzetes speciális szektoroptimum komponenst az előző szakaszokban kapott hasonló komponensekkel:

$$\Phi_i^0\langle N\rangle = \frac{N-1}{N} \Phi_i^0\langle N-1\rangle + \frac{1}{N} \Phi_i^{0(N)}, \qquad (\Phi_i^0\langle 1\rangle = \Phi_i^{0(1)}) \tag{24.30}$$

Ez az a „speciális optimumkomponens", amelyre a (24.24) képlet szerint a felső optimum képzéséhez szükség volt, de amelynek közelebbi magyarázatát ott még nem adhattuk meg.

A IV. lépés leírása után most már világossá váltak azok a fogalmak, amelyek magyarázatával közben adósak maradtunk:

A felső optimum: a központi irányszámokra terhelt kalkulatív hozam összege, kevert szektorárnyékárakon értékelve (24.25) plusz a központilag el

nem osztott, konstans szektorkorlátokra terhelt hozam, ugyancsak szektorárnyékárakon értékelve (24.28) és (24.30).

Az alsó optimum: a szektorszintű duális programozások optimális célfüggvényértékének összege (24.27).

Ha most visszatekintünk a szektorszinteken végzett feladatokra: először, a III. lépésben „szabályos" lineáris programozást kell végezni, pl. szimplex-módszerrel, a IV. lépésben pedig itt is igen egyszerű műveletekre (átlagolás stb.) kerül sor.

A IV. lépés végén a szektor felküldi a központnak a $v_{it}^{*}\langle N\rangle$, $\zeta_{ijt}^{*}\langle N\rangle$ és $\omega_{it}^{*}\langle N\rangle$ árnyékárakat, a $\varphi_i^{(N)}$ szektoroptimumot és a $\Phi_i^{0}\langle N\rangle$ kevert speciális optimumkomponenst, s ezzel az iteráció N-edik szakasza végetért.

24.8. A feladat játékelméleti értelmezése

Az eljárás matematikai alapjául az szolgált, hogy feladatunkat játékelméleti problémaként fogtuk fel. A kétszintű tervezéssel végzett programozás átfogalmazása kétszemélyes játékká megtalálható a H. függelékben. Tulajdonképpen megelégedhetnénk azzal is, hogy ezt kizárólagosan matematikai szempontból való transzformációnak minősítjük: eljárásunk olyan tételekkel, számítási módszerekkel kapcsolatos, amelyeket történetesen a játékelmélet keretében dolgoztak ki. Ilyenformán eltekinthetnénk a játékelméleti vonatkozások önálló közgazdasági értelmezésétől.

Figyelemre méltó azonban, hogy a makroökonómiai tervezési modell esetében a feladat játékelméleti megfogalmazása reális közgazdasági összefüggéseket tükröz. A helyzet ugyanis eredetileg is mutat bizonyos analógiát a stratégiás játékokkal. Mindkét fél rendelkezik bizonyos információkkal, de nem hozhat egymaga teljesen megnyugtató döntést, mert ehhez ismernie kellene a másik fél információit is. A központnak nagy az áttekintése, de nincs részletekbe menő ismerete azokról a sajátos problémákról (például az egyes szektorokra jellemző műszaki és költségadatokról, a szektorbeli választást korlátozó speciális feltételekről stb.), amelyeket a szektorok összessége ismer, s megfordítva: a szektorok sok részletet látnak, de nincs áttekintésük kizárólag a központ előtt ismeretes nagy összefüggésekről. Akárcsak a stratégiás játékban, a kialakuló szituáció megoldása mindkét félen múlik. Mind a központ, mind a szektorok tudják, hogy a másik „fél" intézkedései is hatnak a helyzetre. Ilyen körülmények között mindkét fél a számára viszonylag leginkább megnyugtató stratégiát keresi. Ez a stratégia a játék minimax-megoldása.

Modellünkben a minimax-stratégia elfogadása a következőket jelenti:

Tegyük fel, hogy a központ „mindentudó"; rendelkezik mindazokkal a speciális részletinformációkkal is, amelyeket rendszerint csak a szektorok ismernek pontosan. Ez esetben (eszményi számítástechnikai lehetőségek mellett), egymaga, központilag kidolgozhatná az optimális népgazdasági programot (optimális TKI program). Az így meghatározott programhoz meghatározott célfüggvényérték, optimális népgazdasági hozam (TKI optimum) tartozik.

Ha azonban a központ (modellünkben csakúgy, mint a valóságban) hiányos információi miatt képtelen egymaga, a szektorok közreműködése nélkül meghatározni az optimális népgazdasági programot, akkor a népgazdasági hozam kevesebb az optimálisnál. A szektoroktól „függetlenül"

hozott döntés következtében tehát relatív veszteség lép fel; a központ a veszteség csökkentésére törekszik.

A másik oldalon: a szektorok képtelenek önmaguk, a központ irányító, összehangoló tevékenysége nélkül eljutni az optimális népgazdasági programhoz. A központtól „függetlenül" hozott döntés esetén szükségképpen hibás értékelést adnak a nekik juttatott erőforrásokról, keretekről. Tegyük fel ismét egy pillanatra (mint már korábban a duális célfüggvény értelmezésekor feltételeztük), hogy a szektorokkal „büntetésképpen" megfizettetik a nekik juttatott erőforrások, keretek túlértékeléséből származó többletet. A hibás értékelés, azaz a hibás árnyékárrendszer ilyen körülmények között súlyos veszteséget jelentene a szektoroknak. A szektorok ez esetben nyilván arra törekednének, hogy a veszteség minél kisebb legyen.

Amint látjuk, mindkét oldalon egyfajta relatív veszteség csökkentésére törekszenek: a központ arra, hogy minél kevésbé maradjon el az optimális népgazdasági hozamtól; a szektorok pedig arra, hogy minél kevésbé lépjék túl az optimális értékeléseket. A minimax-megoldáshoz akkor jutnak el, ha mindkét félnek sikerült a relatív veszteséget kiküszöbölnie.

A minimax-stratégia meghatározásához többféle eljárás segítségével juthatunk el. Az egyik ismert módszer az ún. *fiktív lejátszás* (angolul: „fictitions play"). A kétszintű tervezési eljárás ezt a fiktív lejátszást használja a feladat megoldásához. A két játékos fél mintegy „lejátszik" — természetesen csak papíron — egy „játékot". A központ „lép"; kiad egy központi irányszámegyüttest a szektornak. Utána a szektorok összessége „lép"; visszajelent egy árnyékáregyüttest. Utána ismét a központ „lép" és így tovább. Így közelednek a játék megoldásához, az optimális programhoz.

Tegyük fel — az érzékeltetés kedvéért ad abszurdum vive a példát —, hogy a 10. lépésnél tartunk. Kitűnt, hogy az áramkeret árnyékára a 6. szektorban a legmagasabb. Elvehetnénk-e ennek láttán valamennyi szektor áramkeretét, hogy minden áramot a 6. szektornak adjunk? Ez nyilvánvalóan képtelenség.

Az ilyen végletes korrekcióktól minden esetben tartózkodni kell. Amikor a 10. korrekciót végrehajtjuk a központi programban, nem szabad elfeledkezni a 9., 8., 7. stb. lépés tanulságairól, arról, hogy a 9. lépésben nem a 6., hanem mondjuk a 4. szektor jelentette a legelőnyösebb áramárnyékárat, a 8. lépésben az 1. szektor, és így tovább. A javasolt módszer, a „fiktív lejátszás" módszere éppen azon a meggondoláson alapul, hogy egy-egy új lépésnél „emlékezünk" az előző lépésekre. Ezért — az előző szakaszban részletesen leírt — szabályok szerint „keverjük" az egyes lépésekben nyert stratégiákat. Példánkban: az egész energiakeret végletes áthelyezése helyett csupán korrigáljuk a 6. szektor javára az előző lépésekben már kialakított elosztásokat, tehát csupán 1:9 arányban „keverjük" a minden áramot a 6. szektornak adó stratégiát a korábbi áramelosztási stratégiákkal: azaz a teljes áramkeret 10%-ával növeljük a 6. szektor áramkeretét a többi rovására.

Hasonlóképpen a szektorok is „keverik" az egyes lépésekben nyert árnyékárakat az előző lépések árnyékáraival, s így fokozatosan közelednek az optimális árnyékárrendszerhez.

A korrekciók e fokozatossága (a stratégiák „keverése") biztosítja, hogy az egyes lépésekben ne csapongjunk végletes, gyakorlatilag abszurd programok között, hanem a programokat óvatosan javítva közelítsünk az optimumhoz.

24.9. A beruházások kezelése a modellben

A kétszintű tervezési modell, a 24. fejezetben leírt formában, némileg kilép a könyv témáját határoló körből; módot ad bizonyos *időbeni választásra* is. (Ellentétben mindazokkal a modellekkel, amelyeket a könyv eddig tárgyalt, s amelyek mindenkor csak a tervév struktúráját programozták.)

A program meghatározása döntést jelent egyebek között a következő kérdésekben is:

— Mikor kezdődjék meg valamely beruházási tevékenység? A modellben ugyanis külön-külön változóként szerepelhetnek a kibocsátandó termékben és a ráfordítások struktúrájában egyező, s egymástól kizárólag a beruházás megkezdésének időpontjában (s ezzel együtt természetesen az üzembelépés időpontjában is) különböző alternatívák.

— Milyen legyen valamely beruházási tevékenység időbeli lefutása? A modellben ugyanis külön-külön változóként szerepelhetnek a fentieken túl még a beruházás megkezdésének időpontjában is megegyező alternatívák; s a különbség csak az közöttük, hogy az egyiknél két, a másiknál három évig tart az építés; vagy hogy egyik a termelés megindításának második évében kezd teljes kapacitással termelni, a másik csak a harmadik évben stb.

— Mikor kerüljön sor valamilyen reprodukáló tevékenység leállítására?

— Mikor pótoljuk a hazai termelést importtal (vagy fordítva), mikor exportáljunk?

Ugyanakkor látnunk kell, hogy modellünk még ebben a formájában sem érint számos időbeni választási problémát.

Nem tekintjük modellünk döntési problémájának például a lakossági és közületi fogyasztás ütemtervének meghatározását. Az erre vonatkozó előirányzatokat — s ezek leglényegesebb részét, az életszínvonal emelésének dinamikáját — konstans tervdirektívaként a hagyományos módon kidolgozott hivatalos tervből vesszük át.

Nem tekintjük modellünk döntési problémájának azt a kérdést, hogy mit kell tenni a tervperiódus *utáni* korszak további gazdasági fejlődése érdekében. Itt megint csak egyszerű kardcsapással vágjuk el e rendkívül nehéz probléma gordiusi csomóját: a távolabbi jövő fejlődésének feltételeit a korlátozó feltételek megfelelő meghatározásával a hivatalos terv előírásai szerint biztosítjuk. Ezt gyakorlatilag a következő módszerek kombinálásával tesszük:

1. Kötelezően előírjuk, korlátozó feltételekkel, hogy bizonyos beruházási akciók meginduljanak a tervperióduson belül; olyanok is, amelyek a T-edik időszakig még nem járulnak hozzá a célfüggvény növeléséhez — ha ezt a T-edik időszak utáni fejlődés megköveteli.

2. Bizonyos, a tervperiódus vége felé meginduló akciók számára erőforrásokat „tartalékolunk"; azaz az extern fogyasztás d_{it} előirányzataiban szerepeltetjük egyes „átmenő", a T-edik időszak után befejeződő akciók input-igényeit is. Ez esetben az input-igényeket csupán összevontan kell meghatároznunk, s nem kell még állást foglalnunk abban, hogy konkrétan milyen beruházási tevékenységek megindítására lesz szükség a tervperiódus vége felé.

Valójában mindkét módszer mégiscsak megkívánja bizonyos előirányzatok kialakítását, amelyek biztosítják a tervperiódus s az utána következő korszak közötti átmenetet, s képet adnak a tervperiódus után befejeződő, „átmenő" beruházások összetételéről. Holott éppen a programozásból kel-

lene kitűnnie a beruházások kívánatos szerkezetének.[23] Márcsak ezért is indokolt lesz minél hosszabb időszakú T-t, tervperiódust kijelölni. Minél hosszabb időre dolgozunk ki távlati tervet, annál kevésbé érintik az utolsó időszakok előirányzatai az első időszakok programját. Pedig a tényleges cselekvés szempontjából éppen ezek a lényegesek.

A 24. fejezetben leírt célfüggvény — a devizahozam maximalizálása — szempontjából még egy kérdés merül fel:

A népgazdaság számára nem közömbös, hogy a programozás eredményeképpen nyert többletdeviza mikor szerezhető meg; a tervperiódus elején-e vagy csak a végén. Ezért érdemes lesz a devizahozam *diszkontált* összegét maximalizálni. A diszkontálásnál alkalmazásra kerülő kamatláb itt önként adódik: ez a Magyarország által nyújtható hitelek kamatlába (ha a hitelnyújtás kibővítésére reálisan sor kerülhet), vagy pedig a Magyarország által felvett külföldi hitelek, mégpedig az elsőként fizetendő, legterhesebb hitelek kamatlába (ha inkább a hitel-visszafizetés áll előtérben). Modellünkben ugyanis nyugodtan kiindulhatunk abból, hogy a programozás révén elért devizahozam-többletet hitelnyújtásra vagy hitel-visszafizetésre használhatjuk fel, s ily módon a többlet valóban kamatos kamataival gyümölcsözik a népgazdaságnak.

[23] E nehézséget esetleg bizonyos iterációs, több lépéses számítás enyhítheti. Kiindulunk a priori feltételezésekkel — az optimális program beruházásainak irányára, ágazati összetételére, s ennek alapján szabjuk meg az átmenő beruházásokkal kapcsolatos korlátokat. Ezután programozunk, majd megvizsgáljuk: lényegesen eltér-e az optimális program által „önként" (főleg az első időszakokra) bevont beruházási tevékenységek iránya, szerkezeti összetétele attól, amit az átmenő beruházásokkal kapcsolatos korlátok meghatározásakor feltételeztünk. Ha igen, akkor az optimális programból nyert támpontok alapján új korlátokat szabunk az átmenő beruházásoknak. Remélhető — hogy kellő szakmai rutinnal —, biztosítható: nem lesz különösebb ellentmondás a programozás által „önként" behozott és az átmenő beruházásokkal kapcsolatos korlátozó feltételek révén „bekényszerített" beruházások iránya, összetétele között.

25. A többszintű tervezés jövője

25.1. A kétszintű tervezési modell aspektusai

A kétszintű tervezésnek a 24. fejezetben ismertetett modellje többféle szempontból elemezhető, s fejleszthető tovább.

1. A *matematikus*t érdekelheti, hogy mit jelentenek a modellel kapcsolatban kifejtett, s a H. függelékben közölt matematikai tételek a játékelmélet, a programozás matematikai elmélete számára; mennyiben képezhetik további elméleti vizsgálatok kiindulópontját stb. Ezek a kérdések azonban kívülesnek könyvem témakörén.[1]

2. A *számítástechnikus* nézőpontjából érdekes lehet, hogy mennyiben használható gyakorlatilag a 24. fejezetben leírt algoritmus? A 25.2. szakaszban röviden kitérünk erre.

3. A *tervező* nézőpontjából a 25.3. szakasz foglalkozik a kérdéssel: menynyiben használható a kétszintű tervezés a gazdasági tevékenységek és az árak tervezéséhez? Mi a helye a tervezés rendszerében?

4. Az *elméleti közgazdász* nézőpontjából közelíti meg a kérdést a 25.4. szakasz: mennyiben tekinthető a kétszintű tervezés a központilag tervezett és irányított gazdaság absztrakt modelljének?

Természetesen mindaz, amit a fejezet a 2., 3. és 4. kérdésről elmond, csupán néhány első, vázlatos gondolat; kifejtésükhöz további széles körű kutatás szükséges.*

25.2. Az algoritmus számítástechnikai tulajdonságai

A 24. fejezetben, illetve a H. függelékben leírt algoritmussal lefolytattunk néhány numerikus kísérletet.[2] Ezek még nem zárultak le véglegesen, de az eddigi eredményekből is adódik néhány fontos tanulság.

Számítástechnikai szempontból érdekes összehasonlítás kínálkozik a nagy programozási modellek felbontására szolgáló legismertebb eljárás, a Dantzig—Wolfe-féle dekompozíciós módszer,[3] és a 24. fejezetben leírt fiktív lejátszásos

[1] Lásd erről [103].

* A 25. fejezetet a második kiadás számára némileg megrövidítettem, mert az itt tárgyalt kérdések egy részét a most beiktatott 28. és 30. fejezet jóval részletesebben tárgyalja. Különösen a fenti felsorolás 2., 3. és 4. pontjában felvetett kérdésekre térek vissza az új fejezetekben.

Szándékosan nem hagytam el a 25. fejezet eredeti megfogalmazásából azokat a részeket, amelyekre — esetleg önmagammal vitatkozva — visszatérek az új fejezetekben.

[2] E kísérleteket *Tarnay Gy.* és *Frivaldszky S.* végezték, a népgazdasági programozással kapcsolatos kutatás keretében.

[3] Lásd [28] és [29].

eljárás között. A továbbiakban az elsőt röviden D–W módszernek, az utóbbit pedig K–L módszernek nevezzük.

A K–L módszer jelentős előnye a D–W módszerrel szemben az, hogy a központi szinten végzett műveletek számítástechnikailag lényegesen egyszerűbbek. Kizárólag mikroprogramozásokat kell végrehajtani, vagyis minden egyes központi feltétellel kapcsolatban külön-külön, igen egyszerű számításokat kell elvégezni. Így tehát az elektronikus számológép memóriakapacitása gyakorlatilag semmiféle határt nem szab a központi feltételek számának. Mivel pedig a nagy TKI modell tetszés szerinti számú szektormodellre bontható, végeredményben azt mondhatjuk: *a memóriakapacitás nem szab korlátot az egész TKI feladat méreteinek, a K–L módszer alkalmazása esetén.*

Ezzel szemben a D–W módszer alkalmazásakor központi szinten mikroprogramozásokká fel nem bontható, „szabályos" lineáris programozást kell folytatni. E központi lineáris programozási feladat korlátozó feltételeinek száma, N, a következőktől függ:

$$N = m + n, \tag{25.1}$$

ahol m = a központilag kezelt termékmérlegek és erőforrásmérlegek száma. (A 24. fejezet terminológiájával: a központi feltételek száma.) Ez megfelel a 24.1. ábra felső, az egész mátrixon végighúzódó sávban levő sorok számának.

n = a szektorok száma.

A központi modell méreteinek tehát korlátot szab, hogy az elektronikus gép legfeljebb mekkora méretű lineáris programozási feladatot képes (felbontás nélkül) megoldani. A jelenlegi magyarországi számítástechnikai lehetőségek mellett e korlát: $N \leqq 80$.*

Ha a TKI feladat nagy, akkor sok szektorra kell széttagolni; azaz nagy lesz n — ami csökkenti m lehetséges nagyságát. Vagy megfordítva: ha ragaszkodni kell nagyobb m-hez, akkor ez csökkenti a szektorok lehetséges számát, azaz végső soron a TKI modell lehetséges méretét.

Végeredményben tehát a D–W módszer mellett előtérbe kerülnek a számológéppark *memóriakapacitásának* korlátai.

A D–W módszernek három előnye van a K–L módszerrel szemben:

1. A D–W módszer véges, a K–L módszer nem.

2. A D–W módszernél a konvergencia — az eddigi kísérletek alapján — gyorsabb.[4]

3. A D–W módszer *monoton* eljárás; a célfüggvény értéke az iteráció minden szakaszában javul, míg a K–L módszernél a célfüggvény ingadozásokkal közeledik az optimumhoz.

* Az elmúlt nyolc évben hatalmas fejlődés ment végbe a magyarországi számítástechnikai lehetőségekben. Ma már különösebb nehézségek nélkül, direkt módszerrel megoldanak olyan lineáris programozási feladatot, amelyben kétezer korlátozó feltétel szerepel.

[4] Kísérleteket tettünk a 24. fejezetben, illetve a H. függelékben leírt „keverési szabályok" módosítására. Leghatékonyabbnak az bizonyult, ha az előzetes elosztásoknál [lásd a (24.19), (24.20) és (24.22) képleteket] nem a legjobb árnyékárat ígérő szektor kap mindent, hanem a többi szektor is részesül az elosztásból, mégpedig az általa jelentett árnyékár arányában.

Információink szerint hasonló kísérletek folynak a Szovjetunióban is a fiktív lejátszás konvergenciájának gyorsítására. A kísérletek végleges értékelésére még nem került sor.

Nézetem szerint a leglényegesebb a 3. előny, legalábbis a mi népgazdasági programozási kísérleteinknél. Feladatunknál (de számos más alkalmazásnál is) már előzetesen adott egy ismert, nem matematikai módszerekkel kidolgozott hivatalos program. *Ehhez képest* akarunk javulást elérni. Nem az a lényeges, hogy mikor jutunk el az egzakt optimumhoz vagy annak közvetlen közelébe: könyvem már többször hangsúlyozta, mennyire relatív amúgy is ez az optimalitás. Annál fontosabb viszont, hogy minél előbb javulást érjünk el a már ismert hivatalos programhoz képest. Monoton konvergáló eljárás esetén, mint amilyen a D–W módszer, ezt aránylag hamar érhetjük el. Ezzel szemben a K–L módszernél a célfüggvény értéke rendszerint éppen az iteráció elején ingadozik igen erősen.

Végeredményben azt mondhatjuk: az iteráció *gyorsasága* — különösképpen egy előzetesen adott programhoz képest elérhető javulás üteme — szempontjából a D–W módszer előnyösebb.

25.3. A programozási modellek „piramisszerű" hálózata

Mindeddig arra törekedtem, hogy a már lezajlott, vagy legfeljebb az éppen folyó kutatások tapasztalataiból vonjak le következtetéseket. Most — néhány gondolat erejéig — eltérek a fenti elvtől, s bár kissé talán utópisztikusnak tűnik, leírom a matematikai tervezés általam elképzelt jövőjét.

Képzeljük magunk elé a számolóközpontok piramisszerűen összekapcsolt hálózatát.[5] A piramis csúcsán van az Országos Tervhivatal számolóközpontja; alatta, középszinten, az ágazatok vezető intézményeinek számolóközpontjai; alattuk az egy-egy vezető intézmény alá rendelt alsó fokú egységek (trösztök, vállalatok) számolóközpontjai.

Nem kívánok itt annak részleteibe bocsátkozni, hogy hány szintre van szükség[6] (ez függ az ország méreteitől, gazdasági fejlettségétől stb.); sem pedig a tagolódás elveire (ágazati vagy területi elv szerint; egymás utáni vagy egymás melletti termelési fokozatokat kapcsoljanak-e össze stb.) kitérni. Csupán azt hangsúlyozom: e hálózat *többszintes* és piramisszerű: az alsóbb szinten több egység van, mint a felsőbb szinten.

Mindegyik szint valamennyi egysége matematikai programozási modellbe foglalta össze tevékenységeit és azok korlátait. A piramis egységeit megfelelő távközlő eszközök — pl. távgépíró-hálózat — köti össze. A modellek között információk áramlanak. Az egyik modellel végzett számítás eredménye, információ-outputja egy vagy több másik modell kiinduló adata, információ-inputja. (Itt ismét nem akarok kitérni arra, hogy pontosan mik ezek az információk: termékkibocsátási feladatok, anyagkeretek, erőforráskeretek, árnyékárak, tervjavaslatok stb.) A kapott információk alapján az egységek folyamatosan korrigálják modelljük egyes paramétereit, javítják tervüket.

Nézetem szerint *e modellpiramis kiépítése lesz a tervezés továbbfejlesztésének egyik fő útja.*

Mindez valóban utópiának tűnhet, hiszen jelenleg még csak egy *két*szintű modell első kísérleti alkalmazásán munkálkodunk. Megvalósítása azonban tel-

[5] *Frisch, R.* [40] művében használja bizonyos fokig analóg értelemben a „pyramidation" kifejezést.

[6] Nincsen bizonyítva — de úgy sejtem, bizonyítható —, hogy a *két*szintű tervezéshez hasonlóan *több*szintű modellhez is megadható konvergens algoritmus.

jesen reális, s alapvetően attól függ, hogyan haladunk a számítástechnikai bázis kiépítésében és a matematikai tervezéshez értő szakemberek kiképzésében.

A matematikai programozási módszerek alkalmazása nem kecsegtetett túl sok gyakorlati eredménnyel, amíg csupán arról volt szó, hogyan lehet *egyetlen* modellel átfogni a népgazdaságot.[7] Ebből a szempontból lényegbevágó változást jelent a többszintű tervezés koncepciója. Amit lehetetlen elvégezni egyetlen óriás modellel, az lehetségessé válik sok, egymással organikusan összekapcsolt kis modellel — így már megtervezhető a népgazdaság sok ezer legfontosabb összefüggése.

A többszintű tervezés utópiavázlatának végére érve még egyetlen megjegyzést kell tenni:

Nemcsak ma, hanem az utópisztikus „számológép-országban" sem lehet minden gazdasági cselekvést matematikai módszerekkel megtervezni. A matematikai tervezést a legfontosabb összefüggések megalapozására kell felhasználni, a kevésbé fontosakat viszont rábízhatjuk más tényezőkre: anyagi ösztönzőkre, piaci erők befolyására stb. Az itt vázolt „utópiának" nem az a célja, hogy elterelje a figyelmet a gazdaság mechanizmusát, érdekeltségi rendszerét javító törekvésekről, amelyek most joggal kerültek ismét előtérbe. Csupán azt kívántam érzékeltetni: abban a körben, ahol a központi és alsóbbfokú *tervezés* ma is és a jövőben is alapvető jelentőségű, hogyan fejleszthető tovább a munka a matematikai tervmodellek összefüggő hálózatával.

25.4. A többszintű tervezés, mint a gazdasági tervezés és irányítás szimulációja

A 25.3. szakaszban arról szóltam, hogyan szolgálhatja a kétszintű (vagy többszintű) tervezés a gyakorlati kvantitatív tervezőmunkát. Modellünk azonban — numerikus felhasználásától függetlenül — felfogható úgy is, mint a szocialista tervezés és gazdasági irányítás egyik absztrakt modellje. E modellel — amint arra már a 24.2. szakasz rámutatott — szimuláljuk a tervezés egyes fázisait: a központban a szektoroknak szánt irányszámok kidolgozását és a szektorok „ellentervezését"; a módosított központi utasítások közlését és a szektorokban kidolgozott gazdaságossági mutatószámok visszajelentését stb.

Megfelelő institucionális értelmezés adható a Dantzig—Wolfe-féle algoritmusnak is.[8] Itt a szektorok tervjavaslatokat terjesztenek elő. A központ szerepe kettős. Egyrészt „árhivatalként" működik: megadja a központilag elosztott termékek, források értékelését. Másrészt „tervhivatalként" szerepel: a számítás közben egyensúlyba hozza a központi mérlegeket, a számítás befejezésekor pedig megszabja, hogy az előterjesztett szektor-tervjavaslatok közül melyeket kell végleg elvetni, illetve az el nem vetett javaslatokat milyen arányban kell kombinálni.

[7] *Hayek, F.* [53] a harmincas években a szocialista gazdaságról folyó vitában még ironikusan jegyezte meg a szocialista tervezés *Pareto—Barone*-féle matematikai egyenletrendszeréről: lehetetlen egy hatalmas méretű egyenletrendszert megoldani. Csakhogy azóta két olyan lehetőség nyílt meg, amelyre Hayek nem gondolt (s akkor még nem gondolhatott): az elektronikus számológép igénybevétele és a hatalmas egyenletrendszer felbontása, a megoldás feladatának részleges decentralizálása.

[8] Lásd erről *Malinvaud, E.* [242] előadását.

A többszintű tervezési eljárások[9] *institucionális*, a gazdasági tervező és irányító rendszer modelljeként való értelmezése számos gondolatot ébreszt. Itt néhányat jelzek csupán — részletesebb kidolgozásuk egy későbbi kutatás feladata lesz.[10]

1. A matematikai közgazdaságtan eddig két modelltípusra koncentrálta figyelmét. Az egyik: az abszolute centralizált gazdaság. Ennek matematikai modelljét adja klasszikus tanulmányában *Barone*.[11]

A másik modelltípus: az abszolute decentralizált, központ nélküli gazdaság. E matematikai modellek őse *Walras* egyenletrendszere; legújabb, matematikailag leginkább kidolgozott formái *Arrow*, *Debreu* és mások munkáiban találhatók.[12]

Ha azonban körülnézünk a valóságos gazdasági életben, nem találunk sem abszolút centralizált, sem abszolút decentralizált gazdaságokat. Még a jelenkori tőkés gazdaság sem jellemezhető jól az utóbbi modellel, hiszen ott is igen nagy a különböző központi intézmények befolyása. Számottevő hatást gyakorol a gazdaság működésére a kormány, pénzügyi politikájával, adórendszerével, vámrendszerével, külkereskedelmi államközi szerződések megkötésével, az állami rendelésekkel. Számos tőkés országban távlati tervet készítenek, államilag szabályoznak egyes árakat stb.

Ugyanakkor a szocialista gazdaság sem teljesen centralizált, holott lényegéhez tartozik a központi szervek szabályozó szerepe.

A gazdasági döntések a valóságban „több szinten" történnek. A valóság tehát sokkal jobban ábrázolható kétszintű (majd később: többszintű) matematikai modellekkel, mint a korábban ismertetett „egyszintű" (kizárólag „felsőszintű", abszolúte centralizált, vagy kizárólag „alsószintű", abszolúte decentralizált) modellekkel. A többszintű modellek tanulmányozásából születő megállapítások feltehetően közelebb lesznek a gazdasági realitáshoz, mint az egyszintű modellekből levezetett tételek.

2. Érdekes kérdés, hogy vajon mennyiben van „verseny" a kétszintű tervezési modellben? A felelethez visszatérek a 24. fejezetben leírt modellhez és eljáráshoz.

Modellünkben (és a valóságos szocialista gazdaságban is) van verseny. Versenyez egymással a hazai termelés és az import; versenyez a hazai szükséglet közvetlen kielégítése termeléssel és közvetett kielégítése export és a cserébe behozott import révén. Versenyeznek továbbá egymással a különböző szektorok (hatóságok, ágazatok, vállalatok) a központilag kezelt erőforrásokért és termékekért. A verseny azonban nem atomisztikus, hanem rendkívül koncentrált: szocialista adottságok között folyó, sajátos monopolisztikus, illetve oligopolisztikus verseny. Egy-egy főhatóság, egy-egy tröszt, vállalat gyakran monopolista, vagy legalábbis oligopolista termelője egy-egy terméknek.

Versenyük önmagában, központi beavatkozás nélkül nem vezet stabil helyzethez, az erőforrások optimális elosztásához. Nélkülözhetetlen az alapvető erőforrások központi elosztása; az, hogy egy-egy szektorból elvegyenek

[9] A „többszintű" modellek, tervezési eljárások kifejezést itt most már széles értelemben használom; tehát nem csupán a 24. fejezetben leírt konkrét modellt és a fiktív lejátszásos algoritmust értem alatta, hanem pl. a D—W-módszert is, amennyiben népgazdaság tervezési modellként alkalmazzuk, és így tovább.

[10] *Malinvaud, E.* említett [242] tanulmányán kívül pl. *Waelbroeck, J.* [175] cikke közelíti meg ebből a szempontból a kérdést.

[11] Lásd [53].

[12] Lásd *Debreu, G.* [35], *Arrow, K. J.—Debreu, G.* [4], *Arrow, K. J.—Hurwicz, L.* [7],

másutt jobban hasznosítható erőforrásokat. Az erőforrások átcsoportosítását csak olyan intézmény végezheti el, amely egyrészt az ehhez szükséges hatalommal, másrészt a népgazdaság minden szférájáról áttekintéssel rendelkezik, s végül: elfogulatlan, nem érdekelt abban, hogy az egyiket előnyben részesítse a másikkal szemben. A kétszintű tervezés központja megfelel ezeknek az ismérveknek: hatalmában van átcsoportosítani az erőforrásokat, s ezt elfogulatlanul teszi, az árnyékárak jelzései, a központi program „keverési szabályai" értelmében.

A kétszintű tervezés eddig ismert modelljei erősen leegyszerűsítve és túlságosan szűken ábrázolják a versenyt. Mind a **D—W**, mind az **R—L**, modell szerint központi feltételnek minősül minden, legalább két szektort érintő korlátozó feltétel. Más szóval: a szektorok közös problémáikat *mindenkor* a központ „közvetítésével" oldják meg. Vizsgálni kell, hogy a szektorok milyen körülmények között, mikor képesek közös problémáikat közvetlenül, a központ közreműködése nélkül rendezni. Ebből a szempontból tehát tovább kell fejlesztenünk a kétszintű tervezés modelljét.

3. Modellünkből bizonyos *általános kibernetikai elveket* szűrhetünk le, hiszen a szocialista gazdaságot is felfoghatjuk a vezérlés, információáramlás, visszacsatolás stb. rendszereként.

A kétszintű tervezési modell bizonyos szervezési elveket ad a központ és a szektorok közti hatásköri megosztáshoz, s ezzel együtt a két szint közti információáramláshoz. Mindenekelőtt nem érdemes a központban foglalkozni a csupán egy szektort érintő összefüggésekkel. A központi modellben például nem is szerepelnek a szektormodell speciális feltételei. S ezen túl: a konkrét akciók, a beruházási, termelési és külkereskedelmi tevékenységek a szektormodellek változóiként szerepelnek; a központ nem is gyűjt be információkat részleteikről, technológiai jellemzőikről stb. A központnak csupán arról kell információt kapnia: mi a helyileg, szektorszinten elhatározott akciók továbbgyűrűző, más szektorokra, a népgazdaság egészére kiterjedő konzekvenciája. Ebből következik, hogy felesleges utasításokat adni a szektoroknak a konkrét akciók részleteire, hanem csupán azt kell megfigyelni: mi a konkrét helyi akciók szektorszinten összesített hatása.

4. Végül még egy probléma. A kétszintű tervezés tulajdonképpen egy sajátos piaci folyamat szimulálását jelenti az elektronikus számológépen. A központ „elárverezi" a szektorok között az erőforrásokat; annak adja, aki a legtöbbet ígér érte. Ha az alsóbbfokú egységek nem érdekeltek az információk pontosságában, akkor esetleg nem az a szektor kap több erőforrást, amelyik jobban hasznosítja, hanem az, amelyik ügyesebben torzítja el a visszajelentést. (Láttuk a 9. fejezetben, hogy ez mennyire reális veszély.)

Az erőforrások optimális allokációja csak akkor biztosítható, ha az alulról jövő információk őszinték, tárgyilagosak. Modellünkben ez, mint már említettem, a duális szektor célfüggvény közgazdasági tartalmában fejeződik ki; a szektoroknak arra kell törekedniök, hogy tartózkodjanak akcióik hatásának túlértékelésétől. A valóságos gazdálkodásban azonban szükség lenne a szektorszintű duális célfüggvény és feltételi rendszer szerepét betöltő tényleges intézményre. Véleményem szerint célravezető lenne, ha a szektornak kellene viselni a túlértékelés konzekvenciáit, azaz a szó szoros értelmében „ráfizetne", ha túl sokat ígért a neki juttatott erőforrásokért.

Az érintett négy problémán túlmenően a többszintű tervezés témaköre még további kérdések mélyreható feltárását igényli.

26. Az árnyékárak

26.1. Az árnyékárak egalizálódása

A kétszintű tervezés egyik figyelemre méltó vonása, hogy az iteráció során az árnyékárak egalizálódnak.[1] Egalizálódás megy végbe kétféle értelemben:

1. Egalizálódik egy adott terméknek vagy erőforrásnak valamely időszakban érvényes keresleti árnyékára a különböző szektorokban. Tehát az optimális programban a létszámkeret árnyékára minden szektorban azonos: $\omega_{1t}=\omega_{2t}=\ldots=\omega_{nt}$ $(t=1,\ldots,T)$. Hasonlóképpen azonos minden szektorban az egy-egy termék elosztására szolgáló anyagkeretek árnyékára is:

$$\zeta_{1jt}=\ldots=\zeta_{j-1,j,t}=\zeta_{j+1,j,t}=\ldots=\zeta_{njt}.$$

2. Egalizálódik egy adott terméknek valamely időszakban érvényes keresleti és kínálati árnyékára; vagyis a termékkel kapcsolatos ellátási feladat és anyagkeretek árnyékára. Tehát az optimális programban $v_{it}=\zeta_{ijt}$ $(i=1,\ldots,n,\ j=1,\ldots,n;\ i\neq j;\ t=1,\ldots,T)$.

A népgazdasági programozási feladathoz rendszerint egyetlen, egyértelműen meghatározott árnyékárrendszer tartozik: egy-egy időszakban minden terméknek és minden erőforrásnak egyetlen optimális árnyékára van.

Következtetéseink az árnyékárak egalizálódásáról teljesen megegyeznek az irodalom jólismert tételével, amely szerint az erőforrások differenciális hozadéka, optimális elosztás esetén, minden felhasználási területen egyenlő.[2]

Az árnyékárak egalizálódásáról szólva érdemes visszatérni egy korábban már érintett kérdésre. Sok vita folyik a szocialista országok közgazdászai között arról, hogy ágazatonként egységes, vagy pedig eltérő eszközlekötési tényezővel és devizaárfolyammal célszerű-e számolni a gazdaságossági számításokban.[3] Tegyük fel: kétszintű tervezési modellünk feltételei között szerepelnek beruházási keretek és devizamérlegek is. Ez esetben a beruházási keretek és a devizaegyenlegek is kapnak árnyékárat, vagyis az árnyékárrendszerben megjelennek a kalkulatív devizaárfolyamok és a kalkulatív eszközlekötési tényező. Mármost az árnyékárak egalizálódásának tendenciája itt is érvényesülne: a beruházási keretek, illetve a gazdaságpolitikailag előírt devizaegyenleg biztosításával kapcsolatos feladatok elosztása akkor optimális, ha minden szektorban egyenlőek az árnyékárak is. Ez, nézetem szerint, eldönti a

[1] Lásd a H. függelékben a 3. tételt.

[2] Ez a „Welfare Economics" egyik optimum-feltétele. (Összefoglaló áttekintését lásd *Boulding, K. E.* [13] cikkében.) Lényegében hasonló megállapításhoz jut, más-más megközelítéssel és matematikai apparátussal *Lerner, A. P.* [101], *Samuelson, P. A.* [152], *Koopmans, T. C.* [68].

[3] Lásd a 20.1. és a G. 5. szakaszt.

vitát a minden ágazatra egységes kalkulatív eszközlekötési tényező és devizaárfolyam javára — abban az esetben, ha konzisztens, minden ágazatra egységes kalkulatív árrendszerrel van dolgunk.

26.2. Az árnyékárak optimalitásának relatív jellege

Óvakodni kell a programozási modellből nyert árnyékárak jelentőségének túlbecsülésétől. Éppen ezért nem tartom szerencsésnek a szovjet irodalomban elterjedt szóhasználatot, amely az árnyékárakat „objektíve meghatározott értékeléseknek" nevezi.

Amennyiben modellünk helyesen tükrözi a döntés reális, objektív korlátait (pl. a természeti erőforrásokkal, az adott kapacitásokkal, technológiai összefüggésekkel, demográfiai tényezőkkel kapcsolatos korlátokat), akkor mindezek érdemleges befolyást gyakorolnak az árnyékárrendszerre. Ezeken túlmenően azonban befolyásolják az árnyékárakat más tényezők is:

A feltételek között szereplő gazdaságpolitikai feladatokban, valamint a célfüggvényben kifejezésre jutnak a gazdaságpolitika céljai. Nem biztos (bár kívánatos), hogy ezekben tökéletesen kifejeződik-e a társadalom érdeke.

A gazdaságpolitikának, meghatározott korlátok között, van bizonyos választási lehetősége, autonómiája, tehát nem tekinthetjük egyszerűen „objektív nagyságnak" azt az árnyékárat, amelyet a gazdaságpolitikát tükröző modell termelt ki magából.

Ezen túlmenően: a gazdaságpolitika általános céljainak kvantifikálása számos nehézséggel jár.[4] Ezzel kapcsolatban elkerülhetetlen némi önkényesség, bonyolult összefüggések leegyszerűsítése. S van más hasonló nehézség is: a modell számos jelenségtől elvonatkoztat, másokat erősen egyszerűsít stb. Mindez rányomja a bélyegét az árnyékárakra is, amelyek ilyenformán a modellszerkesztők elgondolásaitól, módszereitől is függnek. Ahogy programozási technikánk finomodik, úgy csökken majd ez a hatás is; egyelőre azonban kétségkívül számottevő.

Az árnyékárakban szimultán tükröződnek: *1.* a gazdasági folyamatok mélyén ható objektív törvényszerűségek, tendenciák; *2.* a döntésre ható időszerű objektív adottságok; *3.* a gazdaságpolitika konkréten megfogalmazott céljai; *4.* a modellszerkesztő absztrakciói, egyszerűsítései. Ezért kellő fenntartással kell kezelnünk az árnyékárakat, mind elméletileg, szerepük és jellegük megítélésénél, mind pedig gyakorlati felhasználásuk esetén.

26.3. Az árnyékárak felhasználása a modellen kívül

Az árnyékárak szerepe a kétszintű tervezés modelljén belül világos; ez pontosan kitűnik a 24. fejezetből és a H. függelékből. Használatuk e modellen belül nem igényel külön közgazdasági indokolást.

Sokkal problematikusabb az a kérdés: vajon van-e jogunk a programozás melléktermékeként kapott árnyékárakat mintegy „exportálni"; más, e programozással szervesen össze nem kapcsolt számításokban felhasználni?

Sok komoly érv hozható fel ellene. Valamely árnyékárrendszer nem általános érvényű; csupán az adott modell adott célfüggvényéhez és feltételi rend-

[4] A gazdaságpolitika és az optimum-kritérium összefüggését a 27. fejezet tárgyalja majd részletesen.

szeréhez tartozó árnyékárakról beszélhetünk. Nincs mód arra, hogy az *egyik* modellben nyert árnyékárat minden további fenntartás nélkül „átültessük" egy *másik* modellbe, másfajta számításba, mert az ott csak idegen test marad; a másik modell nem képes hivatását betölteni az idegen árnyékárral. Pl. a több időszakot átfogó népgazdasági modellben, amelyben az extern fogyasztás összvolumenét maximalizáljuk, nyerünk — az árnyékárrendszer keretein belül — devizaárfolyamokat. Teljesen jogosulatlan lenne ugyanezekkel a devizaárfolyamokkal számolni egy, a külkereskedelem rövid lejáratú optimumát kereső modellben, amelynek célfüggvénye éppen a devizamérleg optimalizálása. Még nagyobb hibákhoz vezetne közvetlen felhasználása az aktuális árképzésben.

További vizsgálatokat igényel azoknak a kritériumoknak az egzakt meghatározása, amelyek alapján eldönthető: mikor engedhető meg valamely árnyékár felhasználása és mikor nem. Amíg ezt nem tisztáztuk pontosan, józannak tűnik a következő megszorítás:

Az árnyékárakat szolgáltató és az árnyékárakat átvevő, befogadó modell legyen szoros rokonságban egymással, mind a célfüggvény közgazdasági tartalmában, mind a feltételi rendszerben, mind az idő kezelésében, általában a modell alapvető szerkezetében.

A kétszintű tervezésből nyert árnyékárak esetében a megszorítás gyakorlatilag a következőket jelenti:

A kétszintű népgazdasági tervezési modell segítségével, ha nem is nagyon részletes, a termékek százezreit átfogó konkrét árrendszerhez, de néhány legfontosabb, „szintetikus" árnyékárhoz jutunk. Ilyenek: devizaárfolyamok, természeti erőforrások után számított járadékok, meglevő állóeszközök után számított használati díjak, kalkulatív bértarifák, legfontosabb termékcsoportok aggregált árai (vagy legalábbis egymáshoz viszonyított árarányai) egyes külkereskedelmi piacokra vonatkozó vámok, dotációk, exportprémiumok stb. A modell meghatározott szerkezete esetén (lásd a következő szakaszt) eszközlekötési tényezőket, illetve kamatlábakat is kapunk.

A legfontosabb árnyékárak kalkulatív árakként felhasználhatók az árnyékárakat kitermelő népgazdasági programozási modellhez hasonló célfüggvénnyel és az idő hasonló kezelésével folytatott hosszú lejáratú számításokban. Tehát pl. a kétszintű tervezés „szektorainál" szűkebb programozási szférában lefolytatott távlati tervezésre szolgáló matematikai programozásban. (Mondjuk a népgazdasági modell egyik szektora a textilipar — s a népgazdasági modellből nyert árnyékárakat ennél „lejjebb", a pamutiparban használják fel.)

Ezen túlmenően a távlati terv népgazdasági programozásából nyert legfontosabb árnyékárak felhasználhatók a hosszú lejáratú gazdasági számításokhoz alkalmazott kalkulatív árak képzéséhez. Erre a lehetőségre már a könyv III. részében, a kalkulatív értékelések tárgyalásánál többször is utaltam.[5]

Természetesen látnunk kell, hogy a népgazdasági modellből nyert árnyékárak, még rokon modellhez, rokon számításhoz is csak megközelítően elfogadhatóak. Valójában minden részszámítást szervesen *vissza kellene csatolni* a nép-

[5] Ilyenkor ügyelni kell a kalkulatív árrendszer belső logikájára, konzisztenciájára. A kalkulatív árrendszer szerkezetét össze kell hangolni azzal a modellel, amelyből az alapvető árnyékárakat átvesszük. Így pl. a IV. részben leírt provizórikus kalkulatív árrendszer kénytelen volt figyelmen kívül hagyni a természeti tényezőket. Nyilván lényeges módosításokat hoz, ha a népgazdasági programozási modellel alapozhatjuk meg a természeti tényezők után számítandó járadékok nagyságát — s e módosulásokat következetesen keresztül kell vezetni az egész kalkulatív árrendszeren.

gazdasági modellbe. Ekkor a részszámítás tevékenységeinek és korlátozó feltételeinek jellemzői visszahatnának a központi programra, módosíthatnák azt — mint ahogy a kétszintű tervezésben is visszahatnak a szektorok tevékenységei és speciális feltételei a központi elosztásra. Az elvileg valóban megnyugtató eljárás a már említett *többszintű tervezés*, az egymás mellett és egymás „felett-alatt" folyó programozások korábban említett átfogó piramisszerű hálózata és szerves kapcsolata lenne.

26.4. Az eszközlekötési tényező és a kamatláb

Külön ki kell térni a kalkulatív eszközlekötési tényező és a kalkulatív kamatláb meghatározására az árnyékárrendszer segítségével. Mint korábban megállapítottuk: jelenleg ez az egyetlen reális útja számszerű megalapozásuknak.

A kétszintű tervezésnek a 25.3. szakaszban említett első gyakorlati kipróbálásakor az utolsó tervév gazdasági szerkezetét porgramozzuk. A korlátozó feltételek között szerepel a beruházási keret is. A keret árnyékára a γ eszközlekötési tényező becslésének tekinthető.

A népgazdasági programozási modellből nyert γ árnyékár közgazdasági tartalma nem tökéletesen azonos a 18. fejezetben leírt γ-val, több okból. *1.* Ott számos erősen egyszerűsítő feltevéssel éltünk a gazdasági növekedés bizonyos jellemzőit illetően. Most mindezt modellünk részletekbe menően, konkrét számszerű becslések alapján veszi számba a feltételrendszerben, valamint a tevékenységek jellemzőinek meghatározásánál. *2.* Ott a nemzeti jövedelem maximalizálását tekintettük célfüggvénynek, míg itt esetleg mást. *3.* Ott a célfüggvény értékét, a nemzeti jövedelmet mindössze két elsődleges hazai erőforrásra — a létszámra és a termelési alapra — terheltük rá, itt pedig minden bizonnyal lényegesen többféle, részletesebben tagolt erőforrással számolhatunk.

A különbségek a programozással nyert árnyékárak *javára* szólnak. A könyv IV. részében éppen azért voltam kénytelen a sokkal egyszerűbb, több egyszerűsítő feltevésre épített kalkulatív árrendszert javasolni, mert még nem áll rendelkezésre a számszerűen megoldott népgazdasági program. Ha majd rendelkezünk népgazdasági programból nyert árnyékárakkal, célszerűbb lesz — amint erre már utaltam — kifinomultabb kalkulatív árrendszert képezni a hosszú lejáratú számítások céljaira.

Később át akarunk majd térni a 24. fejezetben eredetileg leírt több időszakos modell alkamazására. A több időszakos modell nem alkalmazza a beruházási keret erősen aggregált kategóriáját, s ennek megfelelően árnyékárrendszerében sem jelenik meg a γ eszközlekötési tényezővel analóg nagyság. A modell sokkal mélyebb, időbeni és termék szerinti tagolásban kezeli a beruházási tevékenységekhez szükséges ráfordításokat. A beruházási tevékenység nem „beruházási keretet" igényel általában, hanem gépet, épületet, felszerelést (a modell szektorbontásának megfelelően), s ezeket is minden időszakra külön-külön. Az egyes termékeknek nem egyetlen árnyékáruk lesz, hanem időszakról időszakra változó, az időben „mozgó" árnyékárai. Az adott időszakhoz tartozó árnyékárakból kiszámítható egyfajta kamatlábrendszer, a következő képlettel:

$$i_{jt} = 1 - \frac{v_{j,t+1}}{v_{jt}}, \tag{26.1}$$

ahol

i_{jt} = a j-edik termékre vonatkozó kamatláb a $[t, t+1]$ intervallumban;

v_{jt} = a j-edik termékre vonatkozó ellátási feladat árnyékára a t-edik időszakban. Az egalizálódási tétel értelmében ez a kínálati árnyékár az optimális programban egybeesik a keresleti árnyékárral, azaz az anyagkeret árnyékárával.

Az így nyert kamatláb értelmezéséhez, a szemléltetés kedvéért, tételezzük fel, hogy a célfüggvényben a nettó devizahozam maximalizálását írtuk elő. Ha az extern fogyasztás előirányzatát úgy módosítjuk, hogy a j-edik termékből a t-edik időszakban kibocsátandó extern fogyasztást, d_{jt}-t Δ-val csökkentjük, akkor az optimális programhoz tartozó célfüggvényérték, az egész tervperiódusban elért nettó devizahozam összege, S^* is megnő, mégpedig s'-vel. Ha viszont nem a t-edik, hanem a $(t+1)$-edik időszak extern fogyasztási előirányzatát csökkentjük ugyanazzal a Δ mennyiséggel, akkor az optimális célfüggvényérték ugyancsak megnő, de a növekmény most más: s''. Mármost *a későbbi fogyasztásról való lemondás hatása kisebb, mintha a korábbiról mondunk le, mert a korábbi lemondás esetén hamarabb lehet a felszabaduló erőforrásokat produktívan beruházni.* Ennek jelzőszáma i^1_{jt}:

$$i_{jt} = 1 - \frac{s''}{s'} \,. \tag{26.2}$$

Ez tehát egységnyi j-edik termék fogyasztásának *időbeli eltolódásával*, elhalasztásával járó hatást jelzi. A j-edik termék fogyasztásáról való lemondás hatása $(1+i_{jt})$-szorosára nő, ha nem a $(t+1)$-edik, hanem már a t-edik időszakban következik be.

Érdekes kérdés: vajon a kamatlábaknak ebben a rendszerében is mutatkozik-e valamilyen egalizálódási tendencia. Lehetséges, hogy — ha T elég nagy (vagy még inkább: ha tart a végtelen felé), valamint egyéb szükséges feltételek érvényesülése esetén — nemcsak a *szektorközi*, hanem az *időbeni* átcsoportosítások is az egalizálódás irányában hatnak.

A kérdés további vizsgálatot igényel; még nem tehetünk kellően megalapozott megállapításokat erről.*

* *Megjegyzés a 26. fejezethez.* A könyv első kiadásának megfogalmazásakor még nem volt elég tapasztalatunk népgazdasági programozási modellek alkalmazásában. Túlságosan könnyűnek véltem a duális megoldás, az árnyékárak felhasználását. Igaz, akkor sem javasoltam, hogy az *aktuális* árrendszer az árnyékárakra épüljön. Azt azonban szinte problémamentesnek éreztem, hogy a *kalkulatív* értékelések meghatározásakor az árnyékárakból induljunk ki. Ebben a szellemben íródott a 18.11. és a 26.3. szakasz.

Azóta sokféle népgazdasági modellel végeztünk számításokat. Ma már inkább látom az árnyékárak felhasználásának nagy gyakorlati nehézségeit és elméleti tisztázatlanságait is. Erről még szó lesz a könyv új részében, főképpen a 28.9—28.12. és a 30.5. szakaszokban.

Azt ma is vallom, hogy a beruházási javaslatok egyedi elbírálását szolgáló gazdaságossági számításoknál fel kell használni kalkulatív értékeléseket. Az alsóbb szintű (minisztériumi, ágazati, vállalati) közép- és hosszú lejáratú programozási számításssorozatok keretében is célszerű egyebek között olyan számításokat is elvégezni, amelyek célfüggvényében kalkulatív értékeléseken veszik számba a bevételeket és a kiadásokat. Ma is úgy gondolom, hogy a kalkulatív értékelések megalapozásának használható információs forrásai a magasabb szintű matematikai tervmodellekkel előállított árnyékárrendszerek. Mivel azonban gyakorlatilag nem egy, hanem sokféle árnyékárrendszert szolgáltatnak a különböző modellek, s mindegyik modellnél a különböző számítások — végül is ez nem vezet a kalkulatív értékelések *egyértelmű* meghatározásához. Más-más árnyékárrendszerekből kiindulva érzékenységi vizsgálatokat kell tehát végezni.

27. Az optimum-kritérium

27.1. A gazdaságpolitikai célok szolgálata

A 24. fejezetben csupán szemléltetésül, közelebbi értelmezés és állásfoglalás nélkül szerepelt célfüggvényként a népgazdaság devizamérlegének optimalizálása. Ennek a fejezetnek a feladata az optimum-kritérium kérdését közelebbről megvizsgálni.

Amíg kizárólag ágazati modellekről volt szó, célfüggvényként mindig a ráfordítások minimalizálása szerepelt. Emögött, kimondhatatlanul, a következő feltevés rejlett:

A vizsgált programozási szférában a hagyományos módszerekkel kidolgozott hivatalos előirányzatokhoz képest megtakarított erőforrásokat a népgazdaság más szféráiban társadalmi szempontból eredményesen lehet felhasználni.

Mivel gazdálkodásunkat a tervkészítés fázisában rendszerint az erőforrások szűkössége jellemzi — relatíve, a gazdaságpolitika által kitűzött kibocsátási feladatokhoz képest — e feltevés, ágazati szinten, jogosultnak tekinthető.

A népgazdaság egy kiszakított részére vonatkozó feltevésünk azonban nem vihető át az *egészre*. A megtakarított erőforrások — népgazdasági szinten — jelentkezhetnek ki nem használt gépi kapacitások, parlagon heverő földek, munkanélküliség formájában, ha nem gondoskodunk tervszerűen termelékeny felhasználásukról. Helytelen lenne tehát, ha az ágazati programozásokban alkalmazott optimum-kritériumot minden további meggondolás nélkül átvinnénk a népgazdasági modellekbe.

A népgazdasági optimum-kritérium problémája rendkívül nehéz; elméletileg és gyakorlatilag egyaránt. A szűken vett közgazdasági vonatkozásokon túlmenően számos másfajta — politikai, szociológiai, pszichológiai, etikai stb. — vetülete van. Bonyolultsága miatt pl. Magyarországon, a matematikai módszerek alkalmazásával foglalkozó közgazdászok egyike-másika teljesen pesszimistán ítéli meg a tisztázás lehetőségeit, s inkább visszavonul: olyan modellek alkalmazását javasolja, amelyben nem szerepel célfüggvény, explicite megformulázott optimum-kritérium.[1]

Nézetem szerint nincs ok erre az agnoszticizmusra; nincs szükség (és amint az majd a későbbiekben kitűnik: nincs is lehetőség) az optimum-kritérium felállításának teljes megkerülésére. Kétségtelen azonban, hogy a kérdés vizsgálata még a kezdet kezdetén tart. Ezen a helyen magam sem törekszem többre, mint a kérdés további tisztázását is esetleg segítő, néhány alternatív

[1] Hazánkban nemigen található könyvekben, cikkekben publikált vélemény az optimum-kritériumról. Annál gyakoribb témája a matematikai módszereket alkalmazó közgazdászok szóbeli vitáinak.

gyakorlati eljárás felvázolására. Kielégítő elméleti megalapozásukra nem vállalkozhatom. Csupán a — 18. fejezetben végzett hipotéziskereső elemzéshez hasonlóan —, annak tisztázását kísérlem meg: *milyen hipotéziseket, elméleti feltevéseket implikálnak az alkalmazott gyakorlati eljárások;* s annak világos kimondását, hogy — bizonyos összefüggésekben — milyen kérdéseket *kerülünk meg* alkalmazásuk során.

A tárgyalást leszűkítjük: kizárólag abban a formában vizsgáljuk a kérdést, ahogy az a szocialista tervgazdaságban felmerül, mégpedig a jelenlegi magyar institucionális keretek (gazdaságvezetési, tervezési módszerek stb.) között.

A következő posztulátumból indulunk ki:

> *A modell alapján végzett számítás vezessen olyan gyakorlati javaslatokhoz, amelyek a lehető legjobban szolgálják a gazdaságpolitika céljait.*

Mindenekelőtt a gazdaságpolitikai cél fogalmáról kell néhány szót szólni. A gazdaságpolitikai cél a gazdasági vezetés akcióinak kívánatos *általános* irányát jelöli meg. Természetesen elég nehéz definiálni, hogy mit kell érteni az „általános" jelzőn; nehéz végérvényesen körülhatárolni, mi tartozik bele a „cél" fogalomkörébe, s mi tekinthető csupán a cél érdekében alkalmazott „eszköznek". Pontos körülhatárolás helyett inkább példákkal illusztrálom, hogy a fogalmat hogyan értelmezem további fejtegetéseimben. Gazdaságpolitikai cél pl. a dolgozók életszínvonalának emelése, az ország katonai erejének növelése, más országok gazdasági megsegítése, az ország gazdasági elmaradottságának gyors felszámolása stb. Nem tekintem gazdaságpolitikai célnak mondjuk a műszeripar fejlesztését vagy a mezőgazdaság gépesítését — ezek olyan konkrét részletteendők, amelyek eszközként a gazdaságpolitikai célok szolgálatában állnak. (Matematikai programozásainknak éppen az a feladatuk, hogy kiderítsék: vajon ezek vagy más tevékenységek szolgálják-e legjobban a gazdaságpolitikai célokat.)

A gazdaságpolitikai *célokról* szóltam, minthogy — a fogalmat a fentiek szerint értelmezve — rendszerint párhuzamos *több* gazdaságpolitikai cél van. A célok együttesét visszavezethetnénk egy még általánosabb „végső" célra (pl. „az emberiség felemelkedése"). Ez azonban, bár bizonyos összefüggésekben jogosult, olyan megfogalmazásokhoz vezetne, amelyek nem nyújthatnak kellő támpontot saját kvantitatív vizsgálatainkhoz.

A gazdaságpolitikai *célok* és e célok szolgálatában álló *eszközök*, részletfeladatok elhatárolásáról még szó lesz ebben a fejezetben. Térjünk most rá arra a kérdésre: milyen problémákat kerültünk meg a posztulátum fenti megfogalmazásával?

1. Mindenekelőtt megkerültük azt a problémát, hogy vajon a gazdaságpolitika céljai egybeesnek-e a társadalom érdekeivel. Ennek megítélése messze túlmegy a szűken vett közgazdaságtan tárgykörén, s átvezet más szférákba, mindenekelőtt a politika szférájába.

Senki sem állíthatja, hogy a gazdaságpolitika céljai szükségképpen mindig helyesen tükrözik a társadalom érdekeit. A gazdaságpolitika legáltalánosabb céljaiban levő esetleges torzulásokat azonban matematikai modell segítségével sem lehet helyrehozni. Természetesen nem arról van szó, mintha a tudomány *általában* képtelen lenne támpontokat adni a gazdaságpolitikai célok helyességének megítéléséhez. A tudomány bizonyos ágainak segítségé-

vel elemezhető ez a kérdés a gazdaság, a társadalom történelmi tények alapján megfigyelt tendenciáinak fényében; elemezhető politikai-szociológiai módszerekkel stb. Csupán azt állítom: a *matematikai programozás* modelljei nem alkalmasak a gazdaságpolitika általános céljai helyességének elbírálására.

Tulajdonképpen a következő áttételről van szó:

társadalmi érdek→gazdaságpolitikai célok→a népgazdasági tervezési modell optimum-kritériuma.

A népgazdasági tervezési modell közvetlen „megrendelője" mindenképpen a gazdasági vezetés és nem a „társadalom", a maga elvont totalitásában. Az áttétel első és második tagja közötti összefüggés, bármily fontos is, kívül esik vizsgálatom tárgyán, s csupán a második és harmadik tag közti kapcsolattal foglalkozom.

2. A posztulátum fenti megfogalmazásával megkerültük *a fogyasztói preferenciák* érvényesülésének problémáját. Természetesen a mi gazdaságunkban is számtalan egyéni döntésben jutnak kifejezésre a saját szükségletek kielégítésével kapcsolatos egyéni preferenciák. Ilyen területek:

— A fogyasztási cikkek és szolgáltatások iránti kereslet.
— Az egyéni megtakarítások.
— A szakma, a szakképzettség és a munkahely megválasztása.
— A dolgozók számára törvényesen előírt munkaidőn felül végzett munkák elvállalása és a szabadidő közötti választás.

Egyes alapvető döntésekben azonban nem érvényesül „fogyasztói szuverenitás".[2] Ilyen alapvető döntés mindenekelőtt a termelési alap felhalmozásának, azaz a „jelen" és a „jövő" közötti teherelosztásának meghatározása. Az egyéni megtakarításokat sokféle módon szorgalmazzák, de ennek jelentősége aránylag csekély az össz-felhalmozáshoz képest.[3] Úgy is mondhatnánk: a felhalmozás mértékét jórészt közvetlenül a gazdasági vezetés elhatározásai alakítják ki, nem pedig az egyének időpreferenciáinak összesített, kumulált hatása. Más fontos döntésekkel is hasonló a helyzet.

A gazdasági vezetésnek a gazdaságpolitika kialakításakor természetesen figyelembe kell vennie az egyéni preferenciákat. Ha nem ezt teszi, akkor nem élvezheti a tömegek rokonszenvét; sőt az egyéni preferenciák negligálása miatt esetleg a maga elé tűzött feladatokat sem képes végrehajtani.

Ez gyakorlatilag például azt jelenti: ha a gazdaságpolitika az életszínvonal rendszeres emelésére törekszik, akkor számolnia kell a kereslet szerkezeti átrétegződésével, amit jól ismerünk a fogyasztói kereslet elméletéből. Az egyén, aki magasabb jövedelemhez jut, *önként, egyéni preferenciái alap-*

[2] Az úgynevezett „fogyasztói szuverenitás" számos alapvető döntésben, nézetem szerint, nem kívánatos. De akár kívánatos, akár nem — nincs olyan reális gazdaság, amelyben a fogyasztói szuverenitás teljesen érvényesülne. A „fogyasztói szuverenitás" modellje nem léphet fel sem azzal az igénnyel, hogy a *reális*, sem azzal, hogy az elérendő *ideális* állapotot tükrözi — csupán az elméleti elemzés eszközéül szolgáló „tiszta típus"-ként használható.

[3] A bankbetét természetesen nem egyedüli formája az egyéni megtakarításoknak. Mégis jellemzőnek tekinthető az egyéni megtakarítások súlyára, hogy 1958—61-ben, amikor pedig a bankbetétállomány növekedése meggyorsult, a bankbetétállomány évi növekménye kb. 4—8%-a volt a termelési alap évi növekményének, azaz a termelő felhalmozásnak.

ján kíván televíziót, hűtőszekrényt, gépkocsit vásárolni — s ezzel reálisan számolnia kell a gazdasági vezetésnek, a termelés, a beruházás, az import, a belkereskedelem terveinek kialakításakor.[4] A matematikai tervezési modellünkben azonban ezt nem mint az egyén preferenciáit regisztráljuk, hanem mint a gazdaságpolitika elhatározását a belföldi fogyasztás áruösszetételének módosítására. Nem követeljük meg tehát modellünk optimum-kritériumától, hogy abban a fogyasztói szükségletnek maximális kielégítésére irányuló törekvés *közvetlenül* kifejeződjék.

Itt ismét hangsúlyozni szeretném: fontos probléma az egyéni preferenciák és a gazdaságpolitika közötti összhang, az esetleges eltérések indokoltságának megítélése — e kérdés azonban kívül esik munkám tárgykörén.

3. Megkerültük azt a kérdést: vajon mennyire egységes a gazdasági vezetés saját céljainak értékelésében? A gazdasági vezetés a gyakorlatban számos intézményre tagozódik, a legfelsőbb szervektől (kormány, Országos Tervhivatal) a legalsóbbakig (üzem, termelőszövetkezet stb.). A felsőbb szintű gazdaságpolitika és pl. a vállalati vezetők magatartása közötti összhang, illetve ellentmondás; az anyagi érdekeltség és általában a gazdaságvezetési módszerek konkrét rendszere közötti összefüggések kérdéseinek nagy irodalma van. Az esetleges ellentmondásoktól eltekintek: feltételezzük a gazdasági vezetés homogenitását. A gazdaságpolitika reprezentánsának a központi szerveket tekintjük; ők hivatottak kifejezésre juttatni a gazdaságpolitika általános céljait.

A fenti három pontból kitűnt: posztulátumunk megfogalmazásával megkerültük a gazdaságpolitikával foglalkozó politikai, szociológiai és közgazdasági elméletek számos különlegesen nehéz kérdését.

Egy kérdésre megkísérlünk felelni, s ez *a gazdaságpolitika céljainak kvantifikálása*. A továbbiakban gazdaságpolitikai célnak a gazdasági vezetés olyan általános törekvéseit nevezem, amelyeket még csak *kvalitatív* formában fogalmaztunk meg. (Tehát pl. a társadalom jólétének emelése. Vagy: az ország gazdasági és katonai erejének növelése stb.) Kérdés: hogyan lehet a gazdaságpolitikai célokat számokkal kifejezni?

27.2. „Súlyozás" és „abszolút feladat"

Írjunk fel egy népgazdasági programozási modellt általános formában. A népgazdaságban n-féle tevékenységet folytathatunk; terjedelmüket az x_1, x_2, ..., x_n *program* adja meg. A tevékenységek közötti kölcsönös összefüggése-

[4] Ehhez két kiegészítő észrevételt kell fűznöm.

Először: köztudott, hogy noha a fogyasztói választást *közvetlenül* befolyásolja az egyéni ízlés, hajlam stb., e választás, mint *tömegjelenség*, általánosabb erők hatásának van alávetve (az egyének gazdasági helyzetének, az osztályok, rétegek tagozódásának, általános kulturális tényezőknek stb.). Éppen ezáltal válik lehetővé a kereslet kutatása matematikai-statisztikai módszerekkel és ennek alapján a megalapozott kereslet-prognózis. Tervgazdaságunkban mind szélesebb területen kerül sor tudományos kereslet-prognózisok felhasználására. Lásd erről pl. *Bognár J.* [12] könyvét.

A másik észrevétel: az egyéni preferenciák józan számbavétele nem jelenti szükségképpen azok passzív elfogadását. Ha a társadalom összességének érdekei megkívánják, a gazdasági vezetés számos eszközzel befolyásolhatja ezeket: megfelelő áralakítással a fogyasztói döntéseknél, a szakképzés tervszerű irányításával és megfelelő bérpolitikával a szakma, a képzettség és a munkahely megválasztásánál stb.

ket, valamint azok külsőleg adott korlátait egy m darab egyenlőtlenségből álló feltételrendszer fejezi ki:

$$\begin{aligned} &a_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leqq b_1 \\ &a_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leqq b_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &a_m(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leqq b_m. \end{aligned} \tag{27.1}$$

Nyitvahagyhatjuk e feltételek közelebbi matematikai jellemzését (lineáris vagy nem lineáris összefüggésekről van-e szó stb.).

A gazdaságpolitikának k-féle gazdaságpolitikai célja van. Pl. *1.* cél: a lakosság anyagi életszínvonalának emelése, *2.* cél: az ország külkereskedelmi pozíciójának javítása, *3.* cél: az ország véderejének fejlesztése stb.

A modell célfüggvényének általános közgazdasági tartalma: a gazdaságpolitikai célok maximális szolgálata. A célfüggvény matematikai formában:

$$S(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} \alpha_i s_{ij}(x_j) \to \max! \tag{27.2}$$

ahol α_i = az i-edik gazdaságpolitikai cél s ú l y a .
$s_{ij}(x_j)$ = a j-edik tevékenységnek az i-edik gazdaságpolitikai cél eléréséhez való hozzájárulását kifejező függvény.

Ismét nem szükséges semmit sem kikötnünk az $s_{ij}(x_j)$ függvények matematikai természetéről.[5]

Első megközelítésben gondoljuk el modellünk tartalmát a következőképpen:

A feltételi rendszer rögzíti az összes objektíve szükségszerű összefüggést, pl. a technológiai kapcsolatokat, természeti korlátokat, a meglevő régi kapacitásokon folyó tevékenységek korlátait stb. A célfüggvény fejezi ki a gazdasági vezetés kívánságait. Úgy is mondhatnánk: a feltételi rendszerben fejeződik ki a „*kell*" (vagy a „*lehetetlen*"), a célfüggvényben pedig a „*jó lenne minél inkább . . .*". A feltételi rendszer a külső körülmények kényszerítő erejét, a célfüggvény pedig a gazdaságpolitika óhajait fejezi ki.

A modell logikai szerkezete, a feltételi rendszer és a célfüggvény hivatásának szétválasztása az elmélet absztrakt síkján teljesen tiszta. Kérdés azonban: felépíthető-e a gyakorlatban ily módon egy népgazdasági tervezési modell? Nézetem szerint nem.

Az első nehézség mindjárt a „szükségesség" és az „óhaj" szétválasztásánál adódik. Vannak tiszta esetek — éppen azok, amelyeket példaképpen említettem —, a meghatározott technológiai összefüggések, természeti adottságok stb. De mi a helyzet pl. az életszínvonal emelésével? A szocializmus korszerű technikája, termelőerői nem működhetnek s főképpen nem fejlődhetnek a dolgozók alacsony fokon stagnáló anyagi és kulturális színvonala mellett. Az életszínvonal rendszeres emelése szükségszerű, s ennyiben — a fenti logikai tagolás szerint — a feltételrendszerbe kívánkozik. De hogy az életszínvonal-

[5] Adhatnánk a célfüggvénynek a (27.2) forma helyett más, *általánosabb* alakot. (Pl. felírhatnánk a különböző gazdaságpolitikai célok „közepelésének" általánosabb formáját stb.) A (27.2) forma azonban elég szemléletesnek tűnik ahhoz, hogy az itt következő gondolatmenetet illusztrálja — s ezen túlmenő feladata amúgy sincsen.

emelés szükségszerű minimuma mondjuk évi 2%-e, s ami ezen *felül* van, azt már csak óhajtjuk, illetve, hogy a minimum 1% vagy 3% — erre már nemigen lehet felelni.

Nyilván a honvédelem erősítése sem egyszerűen óhaj; jelenleg egyetlen ország sem mondhat le fegyveres erőinek korszerűsítéséről. De mennyi a honvédelmi kiadások szükségszerű, elkerülhetetlen minimuma?

Nem érdemes folytatni a példákat. A tanulság világos: *nincs éles határvonal a „kell" és a „jó lenne minél inkább . . ." között. Nincsen magától értetődő, „természetes" kritérium, amelynek alapján minden esetben elhatárolhatnánk: mely összefüggések érvényesítése tartozik a feltételrendszerre („kell"), s melyeké a célfüggvényre („jó lenne minél inkább . . .").*

A második nehézség: az $s_{ij}(x_j)$ függvények meghatározása; annak mérése, hogy milyen mértékben szolgálja egy-egy tevékenység a gazdaságpolitikai célt. Néha a mérés megoldható. Pl. ha az ország külkereskedelmi pozíciójának javítása a cél, akkor eredményességét mérhetjük a tevékenység nettó devizahozamával. De hogyan mérjük például a társadalom kulturális felemelkedéséhez való hozzájárulást? Itt már csak a haszoneffektusnak valamilyen *mesterséges* mértékéről lehetne szó; „pontozásról", „súlyozásról" vagy hasonlóról.

A harmadik nehézség hasonló: hogyan határozzuk meg a különböző párhuzamos gazdaságpolitikai célok egymáshoz viszonyított relatív súlyát (α_i)? Tegyük fel, az egyszerűség kedvéért, hogy a $s_{ij}(x_j)$ függvények lineárisak, s önmagukban mérhetők. Akkor is felmerül a kérdés: egy egységnyi anyagi életszínvonalemelés hány egységnyi kulturális színvonalemeléssel egyenértékű? Az ország külkereskedelmi pozíciójának egységnyi javulása hány egységnyi véderőfejlesztéssel egyenértékű? Itt nem egyszerűen arról van szó, hogy nem lehet összemérni gazdasági és nem gazdasági jelenségeket. Valójában a „gazdasági" jellegű célok sem *szűken* gazdaságiak; az anyagi életszínvonal emelkedése szükségképpen együttjár politikai, kulturális, morális stb. következményekkel is.

Nincsen olyan egyén, sem olyan kollektív testület, amely képes lenne óhajait tudatosan, kvantitatív „súlyrendszerekben" közölni. Ismeretesek azok az interjúmódszerek, amelyek segítségével célszerűen feltett kérdésekre kapott válaszokból levezethetők hasonló preferenciasúlyok. Operációkutatók végrehajtottak ilyen interjúsorozatokat pl. egy-egy nagyvállalat vezető testületében, s ennek alapján szerkesztették meg a vállalati modell célfüggvényét.[6] Anélkül, hogy e vizsgálatok értékelésébe belebocsátkoznánk, biztosan elmondhatjuk: naivitás lenne azt várni, hogy egy ország felelős vezető politikusaival lefolytatott hasonló interjúsorozatból megfelelően következtetni lehessen a legáltalánosabb politika és gazdaságpolitika céljaira, e célok relatív „súlyaira" („Hány új elemi iskolát tart egyenértékűnek az ország szempontjából egymillió dollár devizatartalék képzésével . . .").

Amennyire idegen a szocialista tervgazdaság tényleges gyakorlatától, hogy relatív „súlyokban" fejezze ki gazdaságpolitikai céljait, illetve e célok

[6] A különböző célok „súlyozásának" megszerkesztését célzó empirikus vizsgálatok leírását közli pl. *Churchman, C. W. — Ackoff, R. L. — Arnoff, E. L.* [21] könyve (145—153. old.). Ugyanott bibliográfia található más, hasonló kutatásokról.

Egy elméleti gondolatmenet empirikus kiegészítésére, ellenőrzésére mi is végeztünk ilyen típusú vizsgálatot. (Lásd a 13.2. szakaszt, a biztonsági stratégiákkal kapcsolatban.) E vizsgálat azonban nem a legfelsőbb gazdasági vezetők körében folyt, s nem a gazdaságpolitika legáltalánosabb céljaira vonatkozott.

egymáshoz viszonyított fontosságát, annyira megszokott és természetes, hogy a gazdaságpolitika legáltalánosabb törekvéseit már eleve bizonyos számszerű feladatokban — relatív arányok helyett *abszolút nagyságok*ban — fejezze ki.

A további tárgyaláshoz néhány fogalmat kell bevezetni és definiálni.

Mindenekelőtt megkülönböztetjük a mérés — és ezzel együtt a mértékegység — két általános típusát. Szembeállítjuk a konvencionális és a konstruált mértékegységekkel történő mérést. Az előbbire példa: a mérés különböző naturális vagy műszaki egységekkel (pl. tonnában, kWóban), továbbá pénzegységekben (hazai vagy külföldi pénznemben). Konvencionális mérés folyhat a ténylegesen érvényben levő aktuális árakkal, de folyhat kalkulatív árakkal is (olyanokkal pl., mint amelyekről a könyv IV. része szólt). A kalkulatív árakat ugyan speciális számításokkal nyertük, kifejezetten kalkulatív célokra, de olyan alapadatokból, amelyeket eredetileg konvencionális mértékegységekkel mértek, s statisztikailag megfigyeltek (pl. makroökonómiai statisztikai adatokból, aktuális árakon számolt I-O-táblákból stb.). Ezzel szemben konstruált mértékegységek: különböző „pontok", „haszonegységek", „preferenciasúlyok", amelyek a konvencionális mértékegységekkel összemérhetetlen preferenciák (interjúk vagy más módszerek segítségével végzett) kvantifikálását célozzák.

Gazdaságpolitikai követelménynek nevezem a gazdaságpolitikai céloknak azt a típusát, amelynek teljesítése konvencionális egységben mérhető. Pl. gazdaságpolitikai követelmény lehet a lakosság összes személyes fogyasztásának növelése. Viszont nem lehet gazdaságpolitikai követelmény a „jólét" növelése.

Gazdaságpolitikai feladatnak nevezem a gazdaságpolitikai követelmény teljesítésének a gazdasági vezetés által előírt színvonalát. Ez az előírás a tényleges gyakorlatban történhet akár egyenlőség, akár egyenlőtlenség formájában. Leggyakrabban alsó korlát formájában adják meg. Például a lakosság összes személyes fogyasztása 1975-ben legyen legalább ennyi és ennyi milliárd Ft. Vagy: a devizamérleg pozitív egyenlege 1970-ben legalább ennyi és ennyi millió dollár. A gazdaságpolitikai feladat *abszolút szám* formájában fejezi ki a gazdasági vezetés elhatározását: milyen mértékig kíván teljesíteni egy gazdaságpolitikai követelményt.[7]

A fogalom-meghatározások után térjünk vissza problémánkhoz. A szocialista tervgazdaság gyakorlatában a legfelsőbb gazdasági vezetés rendszerint a fő gazdaságpolitikai feladatok meghatározásával fejezi ki gazdaságpolitikájának fő vonásait. Így pl. a távlati tervek kidolgozásának első szakaszában sor kerül a gazdaságpolitikai feladatok első, ideiglenes meghatározásaira, s a tervezés későbbi szakaszaiban a vezető politikai testületek (pártkongresszus, kormány, országgyűlés) hagyják jóvá a gazdaságpolitikai feladatok végleges nagyságát.

Foglaljuk össze a gyakorlati következtetéseket. Nem lehetséges, de nem is szükséges a szakasz elején ismertetett „tiszta" munkamegosztáshoz ragaszkodni célfüggvény és feltételi rendszer között. Ehelyett a következőket tehetjük:

[7] A gyakorlatban sokszor előfordul, hogy valamely gazdaságpolitikai feladatot eredetileg növekedési viszonyszám, vagy évi átlagos növekedési ráta formájában adnak meg. (Pl. a reálbér emelkedjék évi 2%-kal.) A bázisadat ismeretében az ilyen időbeli változásra utaló viszonyszám könnyen átfogalmazható abszolút számban megadott feladattá. Éppen ezért a feladat megadása ebben a formában nem igényel külön tárgyalást ezen a helyen.

Egyes gazdaságpolitikai célokat a feltételrendszer keretében fejezünk ki oly módon, hogy előírjuk a gazdasági vezetés által megszabott gazdaságpolitikai feladat teljesítését.[8]

Ez annál is inkább indokolt, mert az ilyen gazdaságpolitikai feladatokban rendszerint összefonódik a „kell' és a „jó lenne minél inkább . . .", azaz a szükségesség felismerése és a társadalom óhajainak kifejezése.

Le kell mondani arról, hogy a célfüggvényben összefoglalóan fejezzük ki a gazdaságpolitika céljait, mert ez csak konstruált mértékegységekkel történhetne. A gyakorlatban nincs mód a konstruált „súlyrendszer" hitelesítésére. *Éppen ezért a célfüggvényben kizárólag konvencionálisan mérhető gazdaságpolitikai követelményt fejezhetünk ki.*

E gondolatmenet a célfüggvény szerepének bizonyos fokú degradálásához vezet, a szakasz elején leírt „tiszta" modellbeli szerephez képest. Nem a célfüggvény egyedül, hanem a célfüggvény és a feltételi rendszerben szereplő gazdaságpolitikai követelmények *együtt* fejezik ki a gazdasági vezetés céljait.

27.3. A tervezés menete és a modell

A gyakorlatban a távlati tervezés több szakaszban folyik. Az első szakaszban a tervezők első tervvázlatai alapján a vezető szervek jóváhagyják az első „keretszámokat" (pl. az életszínvonal emelésének tervezett mértéke stb.). Utána a Tervhivatal, a minisztériumok kidolgozzák a terv részleteit. A részletek ismeretében a vezető szervek jóváhagyják az újabb, az eredetihez képest már esetleg korrigált összefoglaló számokat.

Ez természetesen a tervezés menetének sematizált leírása. A valóságban esetleg csak többszöri nekifutásra sikerül olyan részlettervet kidolgozni, amely elnyeri a végleges felső jóváhagyást, miközben a vezető szervek esetleg többször is módosítják — részben éppen a részlettervekből kapott információk alapján — az összefoglaló, legfőbb számokra vonatkozó konkrét álláspontjukat.

Megkísérlem a tervezésnek ezt a menetét megfogalmazni programozási modelljeink formanyelvén; egyebek között az előbbi szakaszban bevezetett fogalmak segítségével.

A vezető szervek által jóváhagyott „keretszámok", összefoglaló számok: a „gazdaságpolitikai feladatok", amelyek a népgazdasági programozás feltételrendszerében szerepelnek, más, külsőleg adott feltételek (természeti, technikai korlátok stb.) mellett.

A gyakorlati tervezők (Tervhivatal, minisztériumok) által kidolgozott részlettervek: a konkrét tevékenységekből álló program. Óvakodni kell attól, hogy — e könyv fogalomhasználata szerint — a „gazdaságpolitikai feladatok" körébe utaljuk az ágazatok szerkezetére, technikai fejlesztésére vonatkozó konkrét elképzeléseket. Ez — szóhasználatom szerint — a „program" körébe tartozik. Ha a gazdasági vezetésnek vannak is konkrét, „programszerű" előzetes elképzelései, ezek helyességét minél alaposabb gazdaságossági számítások-

[8] Hasonló meggondolásokra hívja fel a figyelmet *Tinbergen, J.* és *Bos, H. C.* [167] könyve: „Elvben a fix előírásokat úgy kell megválasztani, hogy a maximális jóléthez vezessenek; gyakran azt reprezentálják, amiről a politikai irányítók intuitíve úgy gondolják, hogy az maximalizálja a jólétet . . . Gyakorlati célokra gyakran vonzó fix előírások megadása . . . Ez azért van így, mert kevés határozott mondható a társadalmi jóléti függvény alakjáról . . ." (2. old.)

kal — elgondolásunk szerint: matematikai programozással is — felül kell vizsgálni.

Nem szabad tehát azt képzelni, hogy a feltételi rendszerben szereplő korlátok valamiképpen eleve elrendelt nagyságok, s végérvényesen determinálják a megengedett programok halmazát. A feltételi korlátok egy része, a gazdaságpolitikai feladatok a tervezés menetében alakulnak, módosulnak, nem utolsósorban éppen a programból nyert információk visszahatásaképpen. A matematikai programozás hivatása az, hogy a gazdaságpolitikai feladatok első együtteséből (a tervezés első fázisában elfogadott keretszámokból) elindulva olyan számításokat végezzen, amelyek bizonyos fokig ellenőrzik a gazdaságpolitikai feladatokat is, s támpontokat nyújtanak esetleges módosításukhoz, a tervezés további szakaszaiban. A továbbiakban részletesen szó lesz arról, hogy milyen módon adhat a programozás információkat a gazdaságpolitikai feladatok végleges kialakításához.

27.4. A gazdaságpolitikai feladatok „feszültsége"

A rendelkezésre álló erőforrások *felülről* korlátozzák a megengedett programokat. Az erőforrások adott mennyisége részben külső tényezők (pl. a népszaporulat hatása a munkaerő-kínálatra), részben a gazdaságpolitika hatására alakul ki (pl. a munkaidő törvényes szabályozásának és a bérpolitikának a hatása a munkaerő-kínálatra).

Ugyanakkor bizonyos gazdaságpolitikai feladatok *alulról* korlátozzák a megengedett programokat. (Pl. a népgazdasági program nem szolgáltathat meghatározott nagyságú fogyasztási alapnál kevesebbet.)

A tervgazdaság zsargonjában jól ismertek a gazdaságpolitikai feladatok jellemzésére használt „laza", „feszített", „túlfeszített" s hasonló kifejezések. (Általában „*a terv* lazasága" vagy „a terv feszítettsége" kifejezést használják. Ilyenkor azonban — a népgazdasági terv méreteiben — tulajdonképpen a *gazdaságpolitikai feladatok*, az alapvető, összefoglaló számok lazaságára vagy feszítettségére céloznak, s nem a részletekre.) A kifejezések végeredményben az alsó és felső korlátok közötti „távolságra", s ezzel együtt a megengedett programok halmazának térfogatára utalnak.[9] Egy egyszerű, kétváltozós feladat esetére a 27.1—27.4. ábra szemlélteti ezt az összefüggést.

Az ábrán bevonalkázott terület: a megengedett programok halmaza, amelyet felülről a felső korlátok, alulról az alsó korlátok egyenesei határolnak. Az (alsó korlátként megadott) gazdaságpolitikai feladatok l a z á k , ha az erőforrásokból könnyen teljesíthetők. (Pl. az adott munkaerővel, természeti erőforrásokkal stb. könnyen elérhető az előírt fogyasztási színvonal.) Ez látható a 27.1. ábrán: a vonalkázott terület elég nagy.

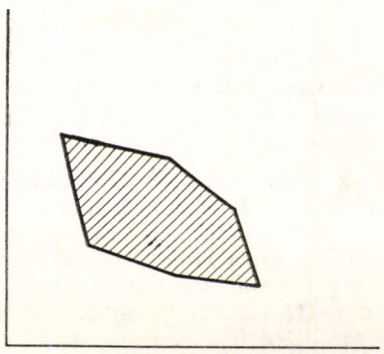
A gazdaságpolitikai feladatok f e s z í t e t t e k , ha a rendelkezésre álló erőforrásokból a lehetőségeket kimerítő, magas gazdaságpolitikai feladatokat kell teljesíteni. Ezt mutatja a 27.2. ábra: a vonalkázott terület itt jóval kisebb.

A gazdaságpolitikai feladatok t ú l f e s z í t e t t e k , ha a megengedett programok halmaza üres; a gazdaságpolitikai feladatok a rendelkezésre álló

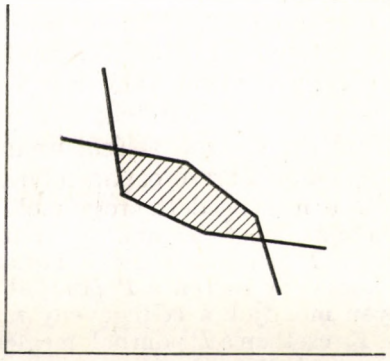
[9] A „távolság" szó természetesen képletesen értendő; csupán a szemléltetés kedvéért használom; betű szerint csak 1 változós feladat esetén lenne távolságként értelmezhető.

Hasonlóképpen, a megengedett programok halmazának nagysága, térfogata mindig n-dimenziós térfogatként értendő.

erőforrásokból nem teljesíthetők. Ezt szemlélteti a 27.3. ábra. Egyúttal azt is mutatja: a túlfeszítettség nem jellemezhető kielégítően csupán annak kimondásával, hogy nincs megengedett program. Nem közömbös a túlfeszítettség foka sem. Ez pedig az alsó és felső korlátok közötti távolságtól függ. A 27.4.

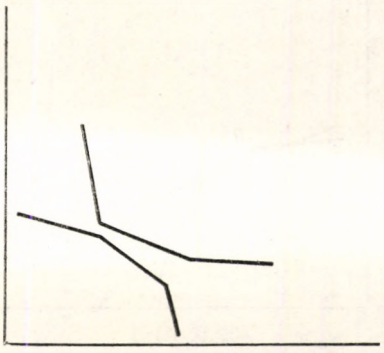


27.1. ábra

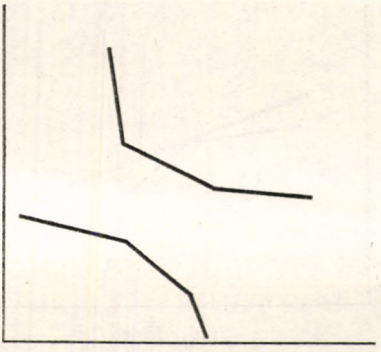


27.2. ábra

ábrán nagyobb fokú a túlfeszítettség, mint 27.3. ábrán. Minél messzebb vannak az alsók a felső korlátoktól (a felső korlátok *felett*), annál nagyobb arányú módosítás szükséges a gazdaságpolitikai feladatokban, hogy megengedett programhoz jussunk.[10]



27.3. ábra



27.4. ábra

[10] A tervfeszültség fogalmát értelmezhetjük a bizonytalansággal kapcsolatban is. Egy-egy tervmérleg adatai nem tekinthetők biztosnak; a könyv III. részében kifejtett elgondolások alapján valószínűségi változókként is felfoghatók. Ha tehát egy-egy mérleg — a várható értékkel számolva — egyensúlyban van is, nem biztos, hogy ténylegesen egyensúlyban lesz. Az egyensúly valószínűsége a mérleg egyes összetevőinek bizonytalanságától függ.

Ilyen körülmények között *feszítettnek* tekinthető az a mérleg, amelynél számottevő a valószínűsége annak, hogy a kínálat elmarad a kereslet mögött. *Lazának* tekinthető az a mérleg, amelynél csekély a valószínűsége annak, hogy a kínálat elmarad a kereslet mögött.

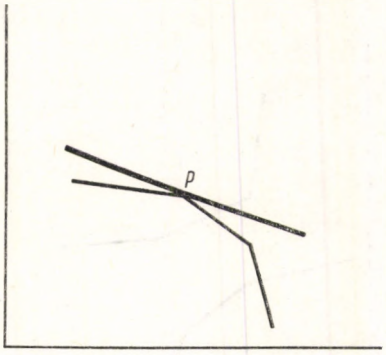
Felállítható olyan sztochasztikus programozási modell, amely figyelembe veszi a mérlegek bizonytalanságát. A feladat célfüggvényeként az egyensúlyzavarok valószínűségének minimalizálását írhatjuk elő.

Kutatási terveink között szerepel e sztochasztikus programozási probléma vizsgálata.

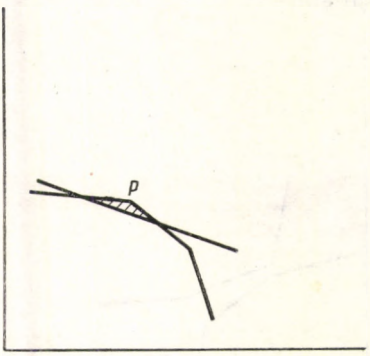
Világos, hogy a célfüggvény annál nagyobb hatást gyakorol a döntésre, minél „lazább" a feltételi rendszer, minél nagyobb a megengedett programok halmaza. *Minél feszítettebbek a gazdaságpolitikai feladatok, annál korlátozottabbak a választási lehetőségek, s annál inkább redukálódik a célfüggvény érdemleges befolyása a döntésre.*

Úgy is mondhatjuk: egy feszített gazdaságpolitikai feladat előírása korlátozó feltételként hasonló hatást fejthet ki, mint ugyanannak a követelménynek célfüggvényként való szerepeltetése. (Pl. egy igen magas aktív devizaegyenlet beépítése feltételként a modellbe hasonló hatást gyakorol, mintha a devizamérleg optimalizálását írnánk elő célfüggvényként.)

Az előbbi ábrasorozatot folytatva szemléltethetjük ezt. A 27.5. ábra megismétli a megengedett programok halmazának a 27.1. ábrán is látható felső burkolóját. Most előírunk egy célfüggvényt is (a vastagon kihúzott egyenest), amely a P pontban érinti a korlátozó feltételek által behatárolt sokszöget: e célfüggvény esetén a P pontnak megfelelő program az optimális program. Legyen mondjuk a célfüggvény tartalma: a nettó devizahozam maximalizálása. Ez esetben a P pontnak megfelelő program biztosítja a legmagasabb nettó hozamot. A 27.6. ábrán ugyanezt a gazdaságpolitikai követelményt most nem célfüggvényként, hanem feltételként írjuk elő: megszabjuk a program által szolgáltatott nettó devizahozam alsó határát. E feltétel egyenese párhuzamos a 27.5. ábrán látható célfüggvényegyenessel, de valamivel lejjebb van: feltettük ugyanis, hogy a nettó devizahozam alsó határaként valamivel kevesebbet írt elő a gazdasági vezetés, mint amennyi maximálisan elérhető. De csak valamivel és nem sokkal kevesebbet — ezért a megengedett programok halmaza, a bevonalkázott terület igen szűk. *Bármi* legyen is a 27.6. ábra szerinti feltételrendszer esetében a célfüggvény, *minden optimális program a P pont „környékén", ahhoz igen közel lesz.* Az az alsó korlát, vagy azok az alsó korlátok, amelyek a felső korlátok által határolt halmaz széléhez igen közel helyezkednek el, majdnem olyan erősen „húzzák" a programot, mint a célfüggvény.[11]



27.5. ábra



27.6. ábra

Amíg a programozási feladatot kizárólag szimbólumokkal írjuk fel, addig a célfüggvény az „abszolút monarcha" szerepét játssza, s valósággal uralja a

[11] Szélsőséges, de elméletileg elképzelhető eset: a második programozásban pótlólagos *feltételként* azt a nettó devizahozamot írjuk elő, amelyet az első programozásban *maximális* nettó hozamként elértünk. Ilyenkor (feltéve, hogy nem degenerált esetről van szó) a megengedett programok halmaza a P pontra szűkül.

döntést. Ha azonban a szimbólumok helyébe számok kerülnek, akkor már korántsem biztos, hogy a célfüggvény uralma hasonlóan erős marad. Ez akkor már az erőviszonyoktól függ; lehet, hogy — a hasonlatot folytatva — szerepe azokéhoz a középkori királyokéhoz válik hasonlóvá, akiknek hatalmával vetélkedett egy-egy gazdag főúré. A célfüggvény befolyásától nem sokkal marad el egy-egy erősebb, feszítettebb gazdaságpolitikai feladatot kifejező korlátozó feltétel hatása.

E gondolatmenet végső tanulsága hasonló ahhoz, amit a 27.2. szakasz végén vontunk le: ismét a célfüggvény szerepének bizonyos fokú degradálásához jutottunk.

27.5. A feladatok realitásának ellenőrzése

Ismeretes, hogy a Magyarországon végrehajtott második távlati terv — az 1950—54. évekre szóló ötéves terv — gazdaságpolitikai feladatai túlfeszítettek voltak, s ezért nem is teljesültek hiánytalanul.[12] Azóta a gazdasági vezetés, okulva a tapasztalatokból, fokozottan törekszik arra, hogy reális, megvalósítható tervet dolgozzon ki. Ennek ellenére azóta is, a távlati tervek kimunkálásának első fázisában, az első tervvázlatok összeállításakor többnyire erősen feszített gazdaságpolitikai feladatokból (a termelés, a külkereskedelem, a fogyasztás magas előirányzataiból) indulnak ki, s a tervezés további menetében törekszenek a feszültségek kiküszöbölésére.

Ez a jelenség sokféle motívummal magyarázható. Részben talán tudatos megfontolásokkal: ha a kiinduló számok feszítettek, akkor „mozgósítanak": a fejlesztési lehetőségek fokozott feltárására késztetik a részlettervek kidolgozóit. Lehetséges, hogy az indulásban túlzott optimizmus fejeződik ki. Úgy is mondhatnánk: az első számok tulajdonképpen a tervezők *óhajait* fejezik ki, amelyeket azután a terv részleteinek kidolgozása során mérnek össze a realitással.

(Zárójelben megjegyezve: ez is arra vall, hogy tulajdonképpen az abszolút számokban megadott gazdaságpolitikai feladatokban fejeződnek ki a gazdaságpolitika céljai, a „jó lenne minél inkább . . ." jellegű óhajok; vagyis ezek játsszák azt a szerepet, amely a 27.2. szakaszban leírt „tiszta" modellben a célfüggvény hivatása.)

Ha matematikai programozási modellünkkel már a tervezés legelső szakaszába bekapcsolódunk, akkor első feladatunk annak tisztázása: van-e — az adott gazdaságpolitikai feladatok mellett — megengedett program. Felderítése fontos segítséget nyújthat a gazdasági vezetésnek. Az ellenőrző vizsgálathoz célfüggvényre nincs is szükség.

Tegyük fel, hogy a kiindulásként meghatározott gazdaságpolitikai feladatok túlfeszítettek. Ebben az esetben programozási modellünk segítségével kísérletet végezhetünk: mennyire kell visszavonulni, mennyit kell engedni egy-egy gazdaságpolitikai feladatból, hogy megengedett programhoz jussunk. A kísérletezés egyszerű eszköze az, hogy a problematikus gazdaságpolitikai követelményt kiemeljük a feltételek közül és célfüggvényként írjuk elő. (Pl. a személyes fogyasztás eredeti előirányzata nem teljesíthető — ekkor célfüggvényként adjuk meg a személyes fogyasztás céljaira történő kibocsátás

[12] E kérdésnek széles irodalma van. A legfontosabb adatokat a Központi Statisztikai Hivatal [184] kötete foglalja össze.

maximalizálását.) Így megállapítható: a külső körülményeket és a többi gazdaságpolitikai feladatot adottnak véve mi a maximálisan elérhető színvonal a szóban forgó gazdaságpolitikai követelménynél. (Példánknál maradva: legfeljebb milyen fogyasztási szintet érhetünk el.) Ennek alapján módosítható az eredeti gazdaságpolitikai feladat.

27.6. Efficiens programok

Az előző szakaszban már említettem: valamely gazdaságpolitikai feladat reálisan megvalósítható magasabb értékének meghatározására alkalmas eljárás, ha e követelményt célfüggvényként írjuk elő s így állapítjuk meg maximális nagyságát, feltételezve a többi gazdaságpolitikai követelmény, valamint a külső körülményeket kifejező korlátok változatlanságát.

A gazdasági vezetés számára tanulságos lehet hasonló vizsgálat nem egyetlen, hanem szimultán *több* gazdaságpolitikai követelményre. Egyelőre maradjunk annál az egyszerű esetnél, amikor egyszerre két gazdaságpolitikai követelményt elemzünk. Pl. az *1.* követelmény: legyen a személyes fogyasztás színvonala maximális a tervidőszak utolsó évében, a *2.* követelmény: legyen a termelési alap volumene maximális a tervidőszak utolsó évében. Tegyük fel, hogy a távlati tervezés céljaira a 25. fejezetben leírt lineáris programozási modellt állítjuk fel. Most eltekintünk a modell felbontásától, „kétszintű" jellegétől; a tervezést egyetlen nagy lineáris programozási feladatnak tekintjük.

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \tag{27.3}$$

$$\mathbf{x} \geqq \mathbf{0} \tag{27.4}$$

feltételek mellett

$$z_1(\mathbf{x}) = \mathbf{s}_1'\mathbf{x} \to \max! \tag{27.5}$$

és

$$z_2(\mathbf{x}) = \mathbf{s}_2'\mathbf{x} \to \max! \tag{27.6}$$

(27.5)-öt és (27.6)-ot a feladat két gazdaságpolitikai követelményének nevezzük, a $z_1(\mathbf{x})$, ill. $z_2(\mathbf{x})$ értékeket pedig az $\mathbf{x}$ program g a z d a s á g p o l i t i k a i e r e d m é n y e i n e k.

Általában „szűkebb értelemben" nem oldhatók meg az ilyen típusú feladatok, más szóval: nem található olyan $\mathbf{x}^*$ program, amelynél mind $\mathbf{s}_1'\mathbf{x}^*$, mind pedig $\mathbf{s}_2'\mathbf{x}^*$ a (27.3)—(27.4) feltételek mellett maximális lenne. A feladat „tágabb értelmű" megoldása alkotja a „vektor-maximum-probléma" néven ismert általános problémakör tárgyát.[13]

Az alábbiakban ismertetjük a főbb fogalmakat és eredményeket. Mondjuk azt, hogy az $\mathbf{x}^{(1)}$ program dominálja az $\mathbf{x}^{(2)}$ programot ($\mathbf{x}^{(1)}$ és $\mathbf{x}^{(2)}$ tetszőleges megengedett — tehát a (27.3)—(27.4) feltételeknek eleget tevő — programok), ha

$$z_1(\mathbf{x}^{(1)}) \geqq z_1(\mathbf{x}^{(2)}) \quad \text{és} \quad z_2(\mathbf{x}^{(1)}) \geqq z_2(\mathbf{x}^{(2)}), \tag{27.7}$$

[13] Lásd *Koopmans, T. C.* [68], *Kuhn, H. W.—Tucker, A. W.* [92], *Hurwicz, L.* [58]. Részletes irodalmi utalások találhatók *Karlin, S.* [63] könyvében, 216—218. old.

E kérdéskör analóg a döntéselméletben „teljes osztály", „minimális teljes osztály", „elfogadható döntésfüggvény" címszavak alatt tárgyalt problémákkal. Lásd *Wald, A.* [176].

de (27.7)-ben legalább az egyik helyen *szigorú* egyenlőtlenség áll, azaz (27.7) mellett még vagy

$$z_1(\mathbf{x}^{(1)}) > z_1(\mathbf{x}^{(2)}) \tag{27.8}$$

vagy

$$z_2(\mathbf{x}^{(1)}) > z_2(\mathbf{x}^{(2)}) \tag{27.9}$$

teljesül (esetleg mindkettő). Minden olyan megengedett programot, amelyet egyetlen más megengedett program sem dominál, a (27.5) és (27.6) gazdaságpolitikai követelmények szerint efficiens — röviden $[z_1, z_2]$-efficiens — programnak nevezünk.[14]

Ismeretes az alábbi tétel:

A $[z_1, z_2]$-efficiens programok az

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geqq \mathbf{0} \\ [\lambda \mathbf{s}_1' + (1-\lambda)\mathbf{s}_2']\mathbf{x} \to \max! \end{array}\right\} \quad 0 < \lambda < 1 \tag{27.10}$$

paraméteres lineáris programozással oldhatók meg.[15]

A (27.10) feladatot grafikusan is szemléltetjük a 27.7. ábrán. Az $\mathcal{F}$ sokszög a megengedett programok halmaza; határának vastagon meghúzott része az efficiens programok halmaza, amelyet $\mathcal{E}$-vel jelölünk. Mint látjuk: minden olyan megengedett programot, amely nem szerepel az efficiens programok között, dominálnak az efficiens programok.

Minden program jellemezhető a gazdaságpolitikai eredmények vektorával; röviden: az eredményvektorral. Kétdimenziós példánkban az eredményvektornak, z-nek két komponense van: $\mathbf{z} = [z_1, z_2]$. Az efficiens programok eredményvektorának közgazdasági értelmezése a következő:

Tegyük fel, hogy a legfelsőbb politikai-gazdasági vezetés kötelezően előírja z_1 nagyságát, valahol a $[z_{1_0}, z_1^0]$ intervallumban. (Lásd a 27.7. ábrát.) Legyen ez az előírt nagyság: $\bar{z}_1$. Ez esetben található az efficiens programok eredményvektorai között egy $[\bar{z}_1, \bar{z}_2]$ eredményvektor, amelynek $\bar{z}_2$ komponense azt adja meg: mi a rögzített $\bar{z}_1$ mellett elérhető maximális $\bar{z}_2$.

$$\bar{z}_2 = \max z_2, \text{ ha } z_1 = \bar{z}_1 \qquad z_{1_0} \leqq \bar{z}_1 \leqq z_1^0. \tag{27.11}$$

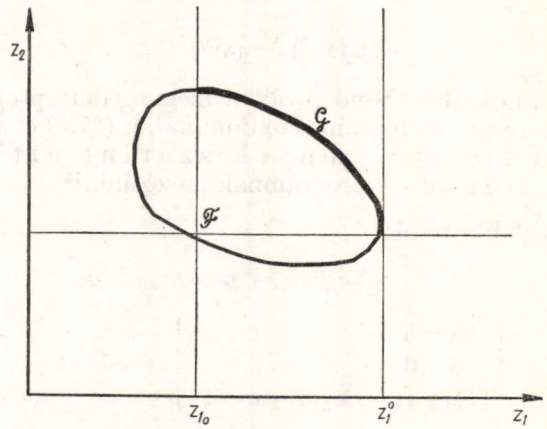
Az eddigiekben csak két gazdaságpolitikai követelmény szimultán vizsgálatáról volt szó. Meghatározható több — mondjuk k számú — gazdaságpolitikai követelmény szempontjából efficiens program is. Ez esetben többparaméteres (pontosan: $k-1$ paraméteres) programozást kell végezni. Természetesen ilyenkor nagy számítástechnikai nehézségek merülhetnek fel,

[14] Az efficiens program meghatározása mutat bizonyos analógiát a „Pareto-optimum" ismert fogalmával; azzal a lényeges eltéréssel, hogy az a végső fogyasztók szimultán kielégítését tartja szem előtt, míg a fenti gondolatmenet a társadalom érdekeit kifejezni hivatott gazdaságpolitika szimultán jelentkező céljait.

A Pareto-optimumról lásd pl. *Boulding, K. E.* tanulmányát ([13], 11—23. old.), valamint *Dorfman, R.—Samuelson, P. A.* és *Solow, R. M.* könyvét ([37], 408—416. old.).

[15] Lásd pl. *Lipták T.—Nagy A.* [104] dolgozatát, ahol a tétel egyszerű geometriai eszközökkel történő bizonyítása szerepel.

különösen nagyméretű modell esetén. Ez esetben gyakorlatilag meg kell elégedni a feladat megközelítésével. (Pl. folytonos paraméteres programozás helyett párhuzamos számítások többféle, előre rögzített feltételi korlátvektorral stb.)



27.7. ábra

A matematikai programozás már azzal is nagy szolgálatot tehet a tervezésben, hogy számos efficiens programot képes találni. Az 1. fejezetből kiviláglott, hogy a hagyományos tervezés nem képes erre.

27.7. Kinyilvánít-e „preferenciákat" a gazdasági vezetés?

Mindazt, amit eddig a távlati tervezés menetéről, a gazdasági vezetés döntési szemléletéről és módszereiről elmondottam, megkísérlem most némileg más oldalról is bemutatni. A továbbiakban azt elemzem, vajon mennyiben jellemezhető a gazdasági vezetés döntési magatartása a *racionális fogyasztói* magatartás jellemzésére használatos modellel.

Mivel az egyéni fogyasztói döntés és a népgazdasági szintű gazdaságpolitikai döntés analógiájának lehetőségét vizsgálom, először néhány, mindkét döntéstípusra alkalmazható fogalmat kell definiálni. A *döntést hozó* egyik esetben az egyéni fogyasztó, másik esetben az ország legfelsőbb politikai-gazdasági vezetése. (Utóbbit a továbbiakban röviden g a z d a s á g i v e z e t é s n e k nevezem.) *Programok*kal kapcsolatban kell állást foglalni: a program egyik esetben egy család heti vagy havi költségvetése, másik esetben egy ország ötéves terve.

Két program — mondjuk **x** és **y** — között p r e f e r e n c i a - r e l á c i ó áll fenn, ha a döntést hozó egyértelműen képes megmondani: **x**-et tartja-e előnyösebbnek **y**-nál, vagy **y**-t **x**-nél, vagy egyiket sem tartja előnyösebbnek a másiknál ($\mathbf{x} \geqq \mathbf{0}$, $\mathbf{y} \geqq \mathbf{0}$). Vezessük be ezzel kapcsolatban a következő jelöléseket:

(27.12)

x P y, ha a döntést hozó **x**-et előnyösebbnek tartja **y**-nál;
y P x, ha a döntést hozó **y**-t előnyösebbnek tartja **x**-nél;
x I y, ha a döntést hozó egyik programot sem tartja előnyösebbnek a másiknál.

A döntést hozó teljes preferenciarendezéssel rendelkezik, ha *bármely* nem negatív programpárra vonatkozóan preferencia relációja van. Ha mondjuk a két elem x és y, akkor a teljes preferenciarendezéssel rendelkező döntést hozó képes megmondani:[16]

(27.13) $\quad x\,P\,y$, vagy $y\,P\,x$, vagy $x\,I\,y \qquad x \geqq 0,\ y \geqq 0$

Nem ennek a könyvnek a tárgya részleteiben vizsgálni, vajon az egyéni fogyasztó magatartása jól jellemezhető-e azzal, hogy feltételezzük: teljes preferenciarendezéssel rendelkezik.[17] Nézetem szerint e feltevés — ha némileg „idealizálja", túlságosan racionálisnak ábrázolja is az egyéni fogyasztót — legalábbis *elfogadható munkahipotézis*. Az egyéni fogyasztó élete során rendszeresen kerül azonos, vagy csaknem azonos választás elé. Pl. marha- vagy disznóhúst egyen-e ebédre, bőr- vagy műanyag talpú cipőt vegyen-e stb. Beszélhetünk tehát arról, hogy a tipikus, visszatérő választási problémákban kialakul a fogyasztó tipikus magatartása. Jogosan beszélhetünk arról, hogy valamely egyén preferálja a fogyasztási javak x kombinációját, az x fogyasztási programot y-nal szemben, ha már többször került az elé a választás elé, hogy x-t vagy y-t valósítsa-e meg, s ő mindig x mellett döntött — még olyankor is, amikor y-t olcsóbban kaphatta volna meg.[18] A preferenciareláció fogalmát akkor használjuk jogosultan, ha a fogyasztó nem egyetlen, kivételes alkalommal választotta x-et y helyett, hanem ugyanazon választási dilemma *visszatérésekor* ismét x mellett döntött. Választása tehát valamiféle állandó magatartásra utal. A viszonylag állandó fogyasztói magatartás absztrakt matematikai modellje a teljes preferenciarendezés.

Tekintsük át némileg általánosabban, milyen reális adottságoknak tulajdonítható, hogy az egyéni fogyasztó esetében joggal beszélhetünk preferenciarelációkról, teljes preferenciarendezésről:

1. Mindig ugyanarról a döntést hozó személyről van szó. Jelleme, ízlése, magatartása aránylag kevéssé változik; az esetleges változások rendszerint lassan mennek végbe. Adott időszakban magatartása — megközelítésképpen — állandónak tekinthető.

2. A választás külső körülményei kevéssé változnak. Elfogadható egyszerűsítő feltevés, hogy a fogyasztói döntés „ceteris paribus" megy végbe.

3. Rendszeresen ismétlődő, gyakori választásról van szó.

4. A döntést hozó széles választási lehetőséggel rendelkezik.

Elméletileg nem elképzelhetetlen, hogy egy egész ország gazdasági vezetése is rendelkezzék teljes preferenciarendezéssel. Hasonlóan a fenti négy adottsághoz, legalábbis a következő négy körülménynek kellene fennállnia:

[16] Következtetéseim szempontjából felesleges lenne kikötéseket tenni a (27.12) preferencia-relációkra. A fogyasztói döntés elméletében rendszerint számos további tulajdonságot kötnek ki: a preferencia-relációk tranzitivitására, irreflexibilitására stb.-re vonatkozóan. (Lásd erről pl. *Debreu, G.* [35] könyvét, vagy *Karlin, S.* [63] művében, a 265—273. oldalakon levő ismertetést.)

[17] A magyar közgazdasági irodalomban *Hoch R.* bírálta ebben a tekintetben a fogyasztói választás elméletét. (Lásd [56].) Kétséges, hogy bírálata mennyiben jogos az *egyéni fogyasztó* esetében. Hoch kritikai gondolatai azonban segítségemre voltak abban, hogy megfogalmazzam saját bíráló észrevételeimet a *társadalmi* gazdaságpolitikai „jóléti függvény" modelljével szemben, s kifejtsem saját pozitív álláspontomat.

[18] Azaz, a fogyasztási elmélet terminológiájával: „kinyilvánítva preferálta" x-et y-nal szemben. Lásd erről *Samuelson, P. A.* [152] könyvét, továbbá *Houthakker, H. S.* [57] összefoglaló szemléjét.

1. Hosszú időn át viszonylag állandó személyi összetételű vezetés; viszonylag állandó általános politikai és gazdaságpolitikai irányvonallal.

2. Eléggé szilárd külső körülmények; kevéssé változó nemzetközi helyzet. Többé-kevésbé „szabályos", egyenletes gazdasági fejlődés; különösebb megrázkódtatások, hirtelen átalakulások nélkül.

3. Folyamatos tervezés: évről évre meghatározzák a legközelebbi öt-tíz év tervét. A döntés tehát — ha nem is mindennapos —, de elég gyakori, s rendszeresen visszatérő aktus.

4. Egy-egy távlati terv jóváhagyása előtt a döntést hozó szerv elé számos variánst, alternatív programot terjesztenek.

E körülmények fennállása esetén kialakulhatna, s a visszatérő döntésekben meg is nyilvánulna egy többé-kevésbé teljes preferenciarendezés. *Minél kevésbé állnak fenn a felsorolt körülmények, annál kevésbé jogosult a gazdasági vezetés teljes preferenciarendezéséről beszélni.*

Magyarországon a távlati tervezés mintegy 18 évre visszanyúló története idején többször változott a vezető szervek személyi összetétele, valamint az általános politikai és gazdaságpolitikai irányvonal. A nemzetközi helyzetben hidegháborús és enyhültebb periódusok követték egymást, az ország belső életében többször radikális változások, és így tovább.

Mindezeken túl: a távlati tervezés nem folytonos (noha ilyen irányú javaslatok már több ízben elhangzottak). Csupán minden harmadik, illetve ötödik évben kerül sor távlati terv jóváhagyására; ami így elég ritka esemény.

Egy-egy távlati terv kidolgozásakor nem készülnek szimultán variánsok. A Tervhivatal ugyan több ízben terjeszt tervjavaslatot a vezető testületek elé. A javaslatok azonban a tervmunka *egymást követő* fázisait tükrözik: először nagyon általános, összefoglaló előrebecslések, később mind részletesebben alátámasztott számítások.

Már a 12. fejezetben, s a valószínűségszámításról szólva felvetődött a probléma: vajon a beruházási döntés egyszeri, vissza nem térő vagy pedig ismétlődő eseménynek minősül-e. Már ott is hangsúlyoztuk: nem szabad túl éles határvonalat húzni a két eseménytípus között. Minden döntésben vannak egyszeri, nem ismétlődő, és vannak visszatérő, más döntésekkel analóg elemek is. Mégis, egy-egy döntéskategóriát jellemezhet, hogy az egyszeri, vagy pedig az ismétlődő jellege erőteljesebb-e. A fogyasztói döntések zöme ismétlődő, visszatérő jellegű: a fogyasztó hétről hétre hasonló probléma elé kerül. (Bár a fogyasztói döntések között is lehetnek egyszeri, nem ismétlődő jellegűek: mondjuk mire költse pénzét a lottófőnyeremény nyertese.) Viszont *az ötévenként hozott, az ország egész életére messze kiható tervdöntésre — a mi adottságaink között — a nem ismétlődő, történelmileg egyszeri a jellemző.* A magyar gazdasági vezetés 1950-ben elvetette az eredetileg elfogadott tervet és helyette elfogadott egy másikat. Értelmetlen, mert értelmezhetetlen ezzel kapcsolatban arról beszélni, hogy döntésével „kinyilvánította preferenciáját" az újabb terv mellett, mert ugyanez a választási dilemma többé nem merül fel. Legközelebb 1957-ben hagytak jóvá távlati tervet, de akkor már mások voltak a döntést hozók, mások voltak az alternatívák, mások voltak a történelmi körülmények stb.

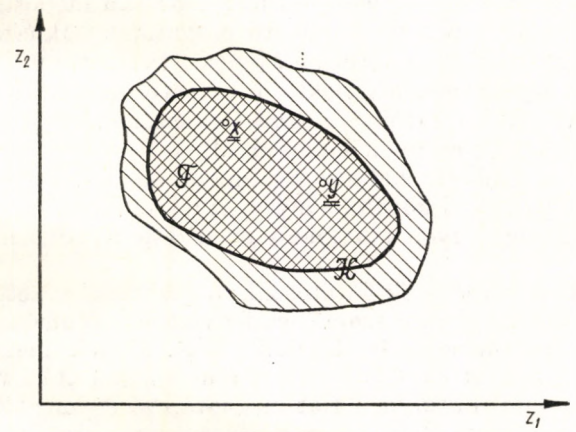
Összefoglalva: *jelenlegi adottságaink között (s feltehetően még jó ideig) a népgazdasági távlati tervdöntéssel kapcsolatban nem érvényesül teljes preferenciarendezés.* Éppen ezért *lehetetlen* a gazdaságpolitika céljait szintetikusan kifejező függvény megszerkesztése.

27.8. Gazdaságpolitikailag elfogadható programok

Miután a 27.7. szakaszban kifejtettem azt a nézetemet, hogy teljes preferenciarendezéssel *nem* modellezhető a gazdasági vezetés magatartása, megkísérlem más formában körvonalazni a döntés kialakulásának matematikai modelljét. Ismét néhány fogalmat kell definiálnunk.

A könyv korábbi részében már definiáltuk a megengedett programok halmazának fogalmát, amelyet $\mathcal{F}$-fel jelöltünk. Ide tartozik minden, a döntési probléma matematikai modelljének feltételeit kielégítő program. Ha a modell pontosan tükrözi a valóságot, akkor ide tartozik minden reálisan megvalósítható program. Egy-egy program megengedett voltának tisztázása rendszerint részletes számításokat, tervezést igényel. A fogyasztó esetében ez nyilván egyszerűbb; aránylag könnyen megállapítható a családi költségvetés tervezése közben, hogy milyen kiadásokra telik a rendelkezésre álló anyagi eszközökből. Összehasonlíthatatlanul bonyolultabb ez a népgazdasági tervezésnél; általában csak a tervezés közben, sok részletes számítás elvégzése után tudjuk megállapítani, hogy egy-egy program megengedett-e. Nevezzük a *számításba vehető programok* halmazának és jelöljük $\mathcal{K}$-val az $\mathcal{F}$ halmaz előrebecslését. Eleme minden, nem kirívóan, nem nyilvánvalóan irreális program, amelyről nem állapítható meg eleve, még a részletszámítások előtt, hogy nem megengedett. Az $\mathcal{F}$ halmaz tipikus esetben részhalmaza $\mathcal{K}$-nak, vagy legalábbis van számottevő közös részük.

A 27.8. ábrán szemléltetjük az elmondottakat. Az ábrán (s a további fejtegetések során) a kétdimenziós szemléltetés érdekében feltételezzük, hogy



27.8. ábra

az egyéni fogyasztónak csak két jószágcsoport különböző kombinációi között kell választania, illetve a gazdasági vezetés két gazdaságpolitikai követelményt akar figyelembe venni (z_1, z_2). Az ábrán a harántcsíkozott terület a számításba vehető programok halmaza, ezen belül a sűrűn csíkozott terület a megengedett programok halmaza.

A távlati terv kidolgozása folyamatos, 2—3 évig tartó munka. Nevezzük 0 időpontnak a tervezés megkezdése előtti utolsó időpontot, T időpontnak pedig a terv végleges jóváhagyásának időpontját.

Jelöljük $\mathcal{H}^{(t)}$-vel ($t=0, 1, \ldots, T$) a gazdaságpolitikailag elfogadható programok halmazát a t időpontban. Ide tartozik minden olyan program, amelyről a részlettervek kidolgozói — a továbbiakban röviden: a tervezők — feltételezik, hogy a gazdasági vezetés hajlandó elfogadni, jóváhagyni.

Természetesen a legfelsőbb politikai-gazdasági testületek sohasem határolják körül pontosan, számszerűen, hogy milyen programot hajlandók elfogadni. A tervezők azonban számos, közvetlen és közvetett információval rendelkeznek. Az információk egy része tapasztalat a 0 időpontot megelőző időszakból: hogyan foglalt állást a gazdasági vezetés az előző terv kidolgozásakor, hogyan értékelik a terv végrehajtását stb. Információkat nyújtanak az általános gazdaságpolitikát összefoglaló, esetleg számszerű előirányzatokat is tartalmazó egyes alapvető párt- és kormányhatározatok. További információkat meríthetnek a tervezők a tervmunka közben a legfelsőbb vezetés elé terjesztett dokumentumok vitáiban elhangzó állásfoglalásokból, helyeslő vagy bíráló észrevételekből. Végül számos közvetlen munkakapcsolat is van a vezető politikai, gazdaságpolitikai intézmények (Központi Bizottság, Minisztertanács) és a tervezők (Tervhivatal, minisztériumok) között, sőt egyes gazdasági vezetők, tervezők a döntést hozó gazdasági, politikai testületeknek is tagjai. A $\mathcal{H}^{(t)}$ halmazra vonatkozó információk egy része írásos anyagokon alapul, más része szóbeli közléseken, személyes megbeszéléseken. Márcsak emiatt sem lehet pontosan tudni, vajon a tervezők *feltételezése* a $\mathcal{H}^{(t)}$ halmazról pontosan megegyezik-e azzal, amit a gazdasági vezetés ténylegesen elfogadható programoknak tart.

A t index a halmaz szimbóluma mellett arra utal, hogy $\mathcal{H}$ nem állandó, hanem a tervezőmunka előrehaladtával folyamatosan módosul.

Jelöljük $\mathcal{K}^{(t)}$-vel a számításba vehető programok halmazát. A fogalmat már az előző szakaszban definiáltuk; a t index itt is folyamatos módosulására utal. A tervezők igyekeznek kiszelektálni a tervezőmunka közben felmerült nem megengedett előirányzatokat, s arra törekszenek, hogy $\mathcal{K}^{(t)}$ egybeessék $\mathcal{F}$-fel, a megengedett programok halmazával.

Ábrázoljuk az említett halmazokat grafikusan is. Ismét feltételezzük, hogy két gazdaságpolitikai követelmény van: a személyes fogyasztás és a termelési alap volumene legyen maximális az utolsó tervévben. (Lásd a 27.9. ábrát.)

A t_1 időpontban a tervezők feltételezik: a gazdasági vezetés csupán olyan tervet fogadna el, amelyben a személyes fogyasztás volumene legalább $H_1^{(t_1)}$, a termelési alap volumene pedig legalább $H_2^{(t_1)}$. Ennek megfelelően a $\mathcal{H}^{(t_1)}$ halmaz egy kúp, amelyet baloldalt, illetve alul a fogyasztási volumen, illetve a termelésialap-volumen alsó korlátját meghatározó egyenesek határolnak.

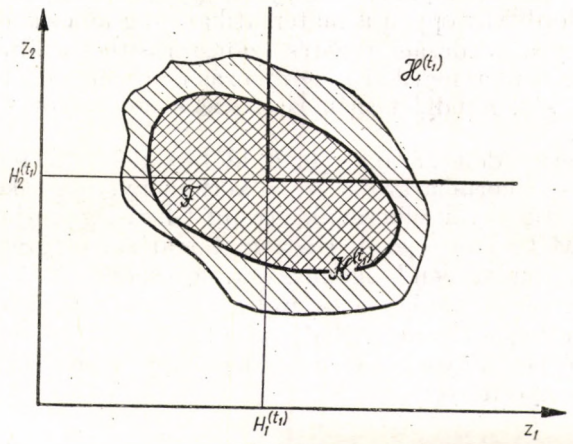
A tervezők törekvése: találni egy $\mathbf{x}$ programot, amely *megengedett* (azaz reális, végrehajtható) és ugyanakkor *gazdaságpolitikailag elfogadható*. Ha ilyen programot találtak, a tervezés munkáját befejezik. (Ez a T időpont.)

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{x}^{(T)} \in \mathcal{H}^{(T)} \cap \mathcal{F} \tag{27.14}$$

A terv kidolgozása, azaz a haladás az első, vázlatos $\mathbf{x}^{(1)}$-től $\mathbf{x}^{(T)}$-ig sajátos *megismerési* folyamat, több szempontból is.

Először. A tervezők egyre többet tudnak az $\mathcal{F}$ halmazról: fokozatosan kiszelektálják a $\mathcal{K}^{(t)}$ halmaz nem megengedett elemeit. Más szóval: mind konkrétebb összefüggések feltárásával igyekeznek biztosítani a terv realitását.

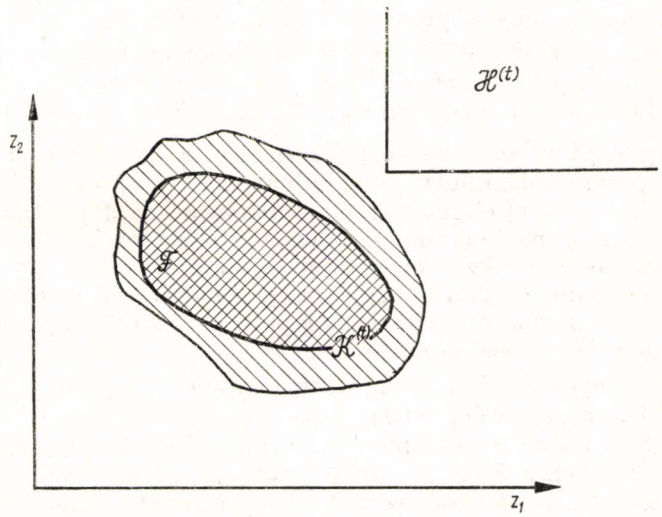
Másodszor. A gazdasági vezetés a tervezőmunka közben tudja meg, mind konkrétebben, hogy mit *lehet* tenni — és ennek megfelelően tudatosodik benne, hogy *mit is akarjon.* Mint ahogy azt a 27.7. szakaszban hangsúlyoztam: nincs a priori, a tervezés *előtt* már létező teljes preferenciarendezése. Ehelyett a tervezés *közben,* a kapott konkrét információk alapján tisztázza mind ponto-



27.9. ábra

sabban, milyen gazdaságpolitikai feladatokat írjon elő. Ez a megismerési folyamat nem egyenletes. Lehet, hogy az egyik időpontban túl magas feladatokat állít fel (lásd a 27.10. ábrát); egy másik időpontban a követelmények esetleg egyoldalúak és így tovább.

Harmadszor. Ahogy a gazdasági vezetésben fokozatosan tudatosodik, hogy milyen feladatokat tűzzön ki, úgy jutnak a tervezők is mind pontosabb információkhoz a $\mathcal{H}^{(t)}$ halmazra vonatkozóan.



27.10. ábra

A háromféle megismerési folyamat a legszorosabban összekapcsolódik, erős kölcsönhatásban van.

Most még arra a kérdésre kell felelni: mit jelentenek az elmondottak a matematikai programozás szempontjából?

Nem vagyunk abban a kényelmes helyzetben, hogy a matematikai modellünkhöz készen, „előregyártva" kapjunk egy gazdaságpolitikai preferenciarendezést. Megfordítva: éppen a matematikai programozás eszközeivel segíthetjük elő, hogy a gazdasági vezetés számszerűsíthesse általános gazdaságpolitikai céljait. A matematikai programozás eredményeként ugyanis számos tervvariánst — sőt, mindjárt számos efficiens programot — terjeszthetünk elő választásra.

A távlati terv kidolgozásának $[0, T]$ időtartamát — a tervezés módszerétől függetlenül — körülhatárolja az a körülmény, hogy kellő információk híján nem lehet túl korán elkezdeni, viszont lehetőség szerint a tervperiódus megkezdése előtt be kell fejezni. Ha a matematikai programozással végzett tervezést már „üzemszerűen" alkalmazzuk, úgy azonos $[0, T]$ időtartam alatt jóval több információt kaphat a tervről a gazdasági vezetés, jóval több variánst, programot ismerhet meg. Módja van tehát pontosabban meghatározni, hogy tulajdonképpen milyen programot akar, milyen gazdaságpolitikai feladatokat kíván érvényesíttetni.

27.9. A célfüggvény, mint a többleteredmény alakítója

Az eddig elmondottakból kitűnt, hogy a gazdaságpolitika követelményei messzemenően kifejezésre jutnak a matematikai modell feltételrendszerében. A célfüggvény a gazdaságpolitikai feladatok teljesítése *feletti* „surplus", programozási többlet volumenének növelésére mozgósít, továbbá súlyrendszere révén, befolyásolja a többlet összetételét, konkrét struktúráját is.

Ha már így redukáltuk a célfüggvény szerepét — milyen igényekkel lépjünk fel a célfüggvény súlyrendszerével szemben?

a) A programozási többlet legyen társadalmilag hasznos: szolgálja legalább egy gazdaságpolitikai követelmény jobb kielégítését.

b) A többlet legyen lehetőség szerint sokoldalúan hasznosítható.

A célfüggvényt akkor választottuk meg helyesen, ha a programozás után, az optimális programhoz eljutva, elmondhatjuk: a program teljesíti a korlátozó feltételeket, s ezzel eleget tesz az alapvető gazdaságpolitikai feladatoknak. Amit ezen felül még eredményez, az „tiszta haszon".

Fokozottan érvényes ez jelenleg, amikor matematikai népgazdasági programozási modelljeink csupán a hagyományos módszerek eredményeinek kiegészítésére, felülvizsgálatára (s nem azok pótlására) szolgálnak. Jelenleg tehát kiindulhatunk a következő gondolatmenetből:

A hagyományos módon kialakított hivatalos program meghatározott szinten elégíti ki a gazdaságpolitikai követelményeket; azaz — az előző szakasz jelöléseit használva — egy meghatározott $\mathbf{z}^{\text{hiv}}$ eredményvektort ad. Feltehetjük — ismervén a jelenlegi gyakorlatot, az 1. fejezetben leírt tervkoordináció nehézségeit, kezdetlegességét —, hogy a hivatalos program nem efficiens. *A gazdasági vezetésnek tehát érdemes a hivatalos programmal szemben*

előnyben részesíteni a matematikai programozók által ajánlott tervet, ha az dominálja a hivatalos programot. Jelöljük az általunk ajánlott program eredményvektorát $\mathbf{z}^{mat}$-tal. Érdemes ez utóbbit választani, ha

$$\begin{array}{c} z_1^{mat} \geqq z_1^{hiv} \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ z_k^{mat} \geqq z_k^{hiv} \end{array} \tag{27.15}$$

s legalább egy z_i-re

$$z_i^{mat} > z_i^{hiv}. \tag{27.16}$$

Vagyis, ha a matematikai programozással nyert program egyik gazdaságpolitikai követelmény szempontjából sem rosszabb a hivatalosnál, s legalább egy követelmény szempontjából határozottan jobb.

Elérésének módja, hogy ezt a követelményt előre kijelöljük és maximalizálását célfüggvényként írjuk elő, a többi komponenst pedig feltételi korlátként szerepeltetjük a modellben. Legyen ez a célfüggvényként előírt komponens az r-edik. Eszerint $z_r^{mat} - z_r^{hiv} =$ a programozási többlet.

Igényeinket így korlátozva, nincs szükség — és nincs is lehetőség — egyetlen alkalmas célfüggvénytípus ajánlására. Többféle jól használható, a munkához alkalmas célfüggvénytípus javasolható; ezek közül itt csak hármat ismertetek. Nem kívánok állást foglalni egyik mellett sem, a felsorolás sorrendje sem jelent rangsorolást.

Mindenekelőtt visszatérek a 24. fejezetben csak illusztrációként használt célfüggvényhez: a devizamérleg optimalizálásához. Az elmondottak fényében ezt most már megismételhetem, mint reális javaslatot.

Alkalmazásának fő előnye az, hogy a programozás eredményeképpen kapott többlet a „legmozgékonyabb", sokféle célra fordítható:

a) Esetleges külföldi adósságok törlesztésére. Ez kamatmegtakarítást és a fizetési mérleg feszültségeinek csökkenését eredményezi.

b) Külföldi hitelek nyújtására. Ez kamatbevétellel, valamint gazdaságpolitikai, külkereskedelempolitikai előnyökkel jár.

c) Devizatartalékok képzésére. Ez megkönnyítheti, rugalmasabbá teheti importügyleteinket.

d) Fogyasztási cikkek importjára. Ez közvetlenül szolgálja az életszínvonal emelését.

e) Nyers- és félkész termékek importjára, a termelői készletek növelése, összetételének javítása érdekében. Ez folyamatosabbá, biztonságosabbá teheti a termelést.

f) Beruházási javak többletimportjára.

Az *a)—e)* felhasználások nem kívánják a program módosítását. A gazdasági vezetés szabadon választhat az *a)—e)* felhasználások között, anélkül, hogy bármit változtatna a program egyéb részletein.

Az *f)* felhasználás, a többlet beruházási javak importja esetén azonban rendszerint számos egyéb előirányzatot is módosítani kell, mivel az új kapacitások létesítése munkaerőt, az üzemeltetés nyersanyagot kíván stb., amit esetleg a programban már szereplő tevékenységekből kell elvonni. Ez eset-

ben tehát értelemszerűen módosítani kell egyes eredeti gazdaságpolitikai feladatokat, s a programozást újra elvégezni.

E célfüggvénytípus előnye, hogy módot ad az aktuális árrendszer radikális megkerülésére. Ugyanakkor árnyoldala mindaz a nehézség, amely a külkereskedelmi árakkal kapcsolatban felmerül. (Lásd erről a 19. fejezetet.)

A nettó devizahozam maximalizálása kevésbé indokolt olyan országokban, amelyeknek külkereskedelme nem különösebben jelentős, vagy amelyekben a huzamos időn át aktív mérlegegyenleg további növelése népgazdaságilag nem kívánatos. Magyarországon azonban — mint már más összefüggésben hangsúlyoztam —, igen nagy a külkereskedelem súlya, s komoly erőfeszítéseket igényel külkereskedelmi mérlegünk javítása. Körülményeink között tehát indokolt e célfüggvénytípus alkalmazása.

Egy másik lehetséges célfüggvénytípus: az extern fogyasztás maximalizálása. Előre megszabjuk, rögzítjük az extern fogyasztás összetételét egy-egy időszakra, s utána az extern fogyasztás összvolumenét maximalizáljuk. Ezt a célfüggvénytípust alkalmazza művében *Kantorovics*.[19]

E célfüggvénytípus nagy előnye az, hogy a gazdaságpolitika egyes legalapvetőbb céljait helyezi közvetlenül előtérbe: a személyes fogyasztás növelését és ezzel együtt a kollektív fogyasztását is, ideértve a kulturális szolgáltatásokat, a honvédelem fejlesztését stb. Egyik problematikus vonása viszont a keresleti függvények kezelésének jelentős leegyszerűsítése.

Egy harmadik lehetséges célfüggvénytípus: a társadalom összmunkaráfordításának minimalizálása. Ez az elgondolás felmerült a lengyel szakirodalomban.[20]

A célfüggvénytípus alkalmazása teljes foglalkoztatottság esetén indokolt, ha társadalompolitikai, kulturális stb. megfontolásokból a termelésbe nem kívánunk bevonni további rétegeket (pl. háztartásban élő nőket), s napirendre került a törvényes munkaidő csökkentése. Az összmunkaráfordítás minimalizálása sokféle módon történhet: a munkaidő csökkentése általánosan vagy egyes szakmákban; a fizetett szabadságidők növelése; az iskolakötelezettség határának felemelése; a nyugdíjkorhatár leszállítása stb.

A célfüggvénynek ez a típusa azt fejezi ki: a gazdaságpolitika a programozási többletet nem többletfogyasztásra, ill. a külkereskedelmi pozíciók javítására kívánja felhasználni, hanem a szabadidő növelését helyezi előtérbe.

Esetleges munkaerőhiány nem ok a fenti célfüggvénytípus alkalmazására. Helyette a rendelkezésre álló munkaerőkereteket — lehetőség szerint munkaerő-kategóriák szerint tagolva — a feltételi rendszerbe kell beiktatni, hogy biztosítsuk a munkaerő-gazdálkodás szempontjából biztosan végrehajtható programok kialakítását.

A munkaráfordítást minimalizáló célfüggvényhez megfelelő mértékegységet kell találni. Ez lehet fő, munkaóra vagy — a különböző szakképzettségű munkák összegezésének érdekében — munkabérre kiadott Ft.

A fentiekben felsorolt háromféle célfüggvény mellett elképzelhetők mások is. A felsoroltak közös tulajdonsága: többé-kevésbé megkerülik az aktuális árrendszert. Az 1. típus külkereskedelmi árakat, a 3. típus naturális mutatókat vagy bérre kiadott forintot használ mértékegységként. A 2. típus esetén

[19] Lásd [62]. *Kantorovics, L. V.* nyomán ezt a célfüggvénytípust javasolták Magyarországon [158] és [159] műveikben *Simon Gy.* és *Kondor Gy.*

[20] Lásd *Trzeciakowski, W.* [168] dolgozatát.

is arra korlátozódik az aktuális árak szerepe, hogy egy-egy szektoron belül segítségükkel aggregáljuk termékcsoporttá a konkrét termékeket.

Fel kell hívni a figyelmet arra, hogy a feltételi rendszernek összhangban kell lennie a választott célfüggvénytípussal. Ha az extern fogyasztás maximalizálását írjuk elő célfüggvényként, akkor a feltételi rendszerben szerepeljenek munkaerőmérlegek, egyes külkereskedelmi relációkra vonatkozó külön devizamérlegek; s hasonlóképpen, más célfüggvénytípusok választása esetén is a feltételek közé kell sorolni a célfüggvényben *nem* szereplő (vagy csak összevontan szereplő) gazdaságpolitikai követelményeket.

27.10. Érdemes-e programozni?

Könyvem végére érve fel kell tenni a témám szempontjából alapvető jelentőségű kérdést: érdemes-e programozni? Érdemes-e matematikai tervezéssel alátámasztani a gazdaság fő döntéseit?

A leggyakoribb — Nyugaton és Keleten, a szocialista és kapitalista országokban egyaránt elhangzó — ellenérv az, hogy a kiinduló adatok rendkívül bizonytalanok. Nem érdemes tehát „köveket tenni kávédarálóba", azaz aprólékosan pontos, egzakt matematikai formulákkal, eljárásokkal feldolgozni.

Az ellenérvekhez számos illusztrációt ad könyvem is. III. része a műszaki és költséginformációk bizonytalanságát tárgyalta; IV. része kimutatta, milyen sok a bizonytalanság a számításban használt árakban, értékelésekben. Az I. és V. részből kitűnt, mennyi bizonytalanság van a számításainkban adottnak vett tervdirektívákban; az utolsó fejezet pedig a választás mércéjeként szolgáló optimum-kritérium számszerűsítésének nehézségeit tárgyalta.

Ugyanakkor remélni szeretném, hogy mindent egybevetve azt sugalmazta: *mégis érdemes* matematikai programozást alkalmazni a tervdöntések előkészítésére. Noha itt most már korábban érintett gondolatokat ismétlek, szükségesnek érzem befejezésül összefoglalni véleményemet.

Mindenekelőtt: országunkban, matematikai programozástól függetlenül is, folyik kvantitatív tervezés. Óriási munkával, nagy nehézségekkel jár a tervszámok hatalmas tömegének egyeztetése. A matematikai módszerek — természetesen majd széles körű alkalmazásuk idején — *megkönnyítik* a kvantitatív tervezést. Számos műveletet mechanizálnak, automatizálnak, a sorozatos egyeztetéseket az elektronikus számológépre bízzák s ezáltal a tervező emberek az érdemlegesebb elemző munkával foglalkozhatnak.

Matematikai programozás nélkül, hagyományos módon is születnek tervek. Tegyük fel, hogy a matematikai modellbe kizárólag *ugyanazokat* az adatokat tápláljuk be, mint a hagyományos tervezés gépezetébe. Ez a technika képes ugyanazokból az adatokból, ugyanabból a „nyersanyagból" jobb tervet kihozni. Képes kiküszöbölni a hagyományos módon készített terv egyes belső ellentmondásait, potenciális egyensúlyzavarait, s képes többleteredményeket, megtakarításokat biztosítani.

A terv a számok rendkívül bonyolult, ezerféle módon összefonódó szövevénye. A matematikai programozás egyik fontos szerepe abban áll, hogy képes, legalábbis megközelítően, érzékeltetni egy-egy döntési probléma *logikai szerkezetét*. Modelljeink megmutatják, szimbolikus formában, de — ha kell — számszerűen is: hogyan függnek össze egymással az egyes előirányzatok, hogyan hat egyik vagy másik előirányzat növekedése az egész rendszerre.

A problémák logikai szerkezetének bemutatásával szorosan összefüggő feladat: a döntési problémák szintetizálása; *a részdöntések visszavezetése alapvető döntésekre; a választás felemelése magasabb színvonalra.* A könyv számos példával illusztrálta, hogyan lehet ágazati részdöntéseket visszavezetni fő erőforrások aggregált elosztására; a beruházási akciók közötti konkrét választást a bizonytalanság, a kockázat vállalásával kapcsolatos alapvető állásfoglalásra. Vagy még magasabb szintű döntéseknél: a különböző, komplett népgazdasági programvariánsok közötti választást a legáltalánosabb gazdaságpolitikai követelmények megszabására. A matematikai modellek módot adnak arra, hogy azok, akiknek dönteniök kell, „lássák a fától az erdőt" — a részletek kuszának tűnő szövevényétől az igazi nagy problémákat.

Az utóbbi két feladatot — a döntés logikai szerkezetének bemutatását s a részletválasztás visszavezetését alapvető választásokra — tekinthetjük úgy is, mint a matematikai tervezés *pedagógiai, nevelő szerepét. Racionalitásra nevel.* A gazdasági döntések, a tervezés matematikai modellezésének az a végső jelentősége, hogy igyekszik kiterjeszteni azt a szférát, amelyben az emberi értelem uralkodik a gazdaság folyamatain.*

* *Megjegyzés a 27. fejezethez.* Az „optimum-kritériumról" szóló fejezet végére érve szükségesnek érzem felvetni azt a kérdést, vajon összhangban vannak-e az 1964-ben megfogalmazott gondolatok az újabb, 1971. évi munkámmal, az *Anti-Equilibrium*-ban ([226], [227]) a hasznossági függvényekről kifejtett álláspontal?

Az *Anti-Equilibrium* gondolati anyagából már megjelent egy és más a korábbi könyvben, itt a 27. fejezetben is. A legfontosabbnak azt érzem, hogy abból a nézőpontból vizsgáltam a tervezést, amit az *Anti-Equilibrium* szóhasználata *rendszerelméleti megközelítésnek* nevez. Eszerint a tervezést elemezve nem elég csupán a tervdöntés racionális kritériumairól beszélni. A tervezés a gazdasági rendszer egyik szabályozási folyamata. Megismerési folyamat, amelyben a gazdaságpolitikusok és a tervezők tisztázzák a lehetőségeket, saját elhatározásaikat, az egymással versenyző gazdaságpolitikai célok megvalósításának következményeit. A tervezésben érdekek ütköznek össze, s az adott politikai erőviszonyoknak megfelelő kompromisszumok születnek.

Ugyanakkor nem akarnám tagadni, hogy igenis vannak ellentmondások korábbi és újabb könyvem között. Amikor 1964-ben a matematikai tervezésről írtam, még nem vágtam el saját gondolkodásomban azokat a szálakat, amelyek a matematikai programozással végzett tervezés és a *Walras*-féle általános egyensúlyelmélet között húzódnak.

Apró áruló jelei voltak ennek a „walrasiánus" terminológia felbukkanásai a szövegben. Ahol egyszerűen csak terminológiáról van szó, ott ezeket a jelen második kiadásban kijavítottam, és összhangba hoztam a mai álláspontomnak megfelelő szóhasználattal. Ahol azonban *érdemleges tartalmi problémáról* van szó, ott meghagytam az eredeti, ma már általam is kétségbevont fogalmazást. Ezekre a helyekre, korábbi nézeteimmel vitatkozva, most térek vissza.

A 27. fejezetben elvetettem azoknak a közgazdászoknak az álláspontját, akik szerint egy ország kormányzatának magatartása leírható a szokásos neoklasszikus sémával: a kormánynak teljes preferencia-rendezése van a népgazdasági terv alternatíváinak halmaza felett. Nem jogosult beszélni a „tervezők preferenciájáról". Nem értelmezhető az olyan „jóléti függvény", amely az össztársadalmi érdeket fejezi ki. *Ennyiben* tehát már akkor elszakadtam a *Walras*-iskola gondolatmenetétől.

Miközben azonban e gondolatokat kifejtettem, továbbra is „elfogadható munkahipotézisnek" minősítettem a *fogyasztó* teljes preferencia-rendezésének modelljét. (Lásd a 27.1. és 27.7. szakaszt.) Ma már nem ez a véleményem. Ma már nem tekintem a teljes preferencia-rendezést sem a háztartás, sem a vállalat, sem más kollektív intézmény döntési magatartása általános modelljének.

VI. RÉSZ

Utóirat: Újabb tapasztalatok a matematikai tervezésben

A most következő rész — amint azt a második kiadáshoz írott Előszó jelezte — nyolc évvel később született, mint az eddigi 27 fejezet. Röviden beszámol arról, mi történt Magyarországon az ötéves tervezéshez kapcsolódó matematikai programozásban az 1964—1972-es időszakban. Ismerteti a legfontosabb modelleket, a módszertan továbbfejlesztését. Emellett, ha csak nagyon röviden is, utal azokra a változásokra, amelyek a magyar gazdaságirányítási módszerekben s ezzel együtt a tervezés gyakorlatában végbementek.

Az Utóirat utolsó fejezete általánosabb formában tárgyalja a többszintű tervezés kérdéseit. Folytatja — és bizonyos fokig revideálja — azt a gondolatsort, amelyet az első kiadás 24—26. fejezete kezdett meg. Kísérletet teszek fogalmi tisztázásra, a korábbi, esetleg félreérthető megállapítások pontosabb megfogalmazására. Vitatkozom a modellrendszerek felhasználásával kapcsolatos, nézetem szerint téves véleményekkel, s végül röviden körvonalazom saját javaslataimat a többszintű matematikai modellrendszerek gyakorlati alkalmazására.

28. Az első kísérleti többszintű népgazdasági programozás

28.1. Bevezetés

Könyvem első kiadásának írásakor, 1964-ben már hozzáfogtunk a többszintű népgazdasági programozás alkalmazásához.[1] A következő években a munka egyre szélesebbé vált, s a vártnál sokkal nagyobb erőfeszítéseket és több időt igényelt. Sok tekintetben eltértünk az eredeti elgondolásoktól, mind a modell szerkezetében, mind pedig a feladat számítástechnikai megoldásában. Az eltérés vagy azért vált szükségessé, mert az eredeti elképzelés egyikmásik vonása hibás volt, vagy pedig — noha elméletileg helyesen gondoltuk el a feladatot — a gyakorlat nehézségei engedményekre kényszerítettek bennünket.

A munka méreteit leginkább a résztvevők száma szemlélteti. A munkálatok tetőzésekor, 1966—67-ben 6—10 főállású közgazdász kutató, 4—5 főállású számítástechnikus, matematikus, 12—15 mellékfoglalkozású közgazdász, 4—5 laboráns vett részt a kutatásban, s rajtuk kívül még mintegy 150—200 alkalmi közreműködő: adatszolgáltatók, tanácsadók, egy-egy részfeladat elvégzői.[2] E nagy csoport vagy harmincféle intézmény — tudományos intézet, számolóközpont, felső- vagy középszintű gazdasági intézmény, vállalat — dolgozóiból tevődött össze.

A kollektíva kizárólag *önkéntes* közreműködőkből állt. Személyesen kértünk fel minden részvevőt, elsőként azt tisztázva, van-e kedve bekapcsolódni a munkába. Ezután került csak sor a „legalizálásra", a közreműködő személy feletteseinek megkeresésére, az intézmény közreműködésének hivatalos engedélyeztetésére.

Ezzel az önkéntesekből toborzott, alkalmi együttessel sikerült messzemenő centralizáltságot elérni. A metodika egységét sokkal szigorúbban biztosítottuk, mint amilyennel az állami fegyelemmel érvényesített, de logikailag kevésbé következetes hagyományos mutatószámrendszer rendelkezik — noha a kutatás központi irányítóinak nem volt semmiféle „jogkörük" a módszertan végrehajtásának megkövetelésére.

A munka 1968-ban fejeződött be. Részletes tájékoztatókban — összesen

[1] Az első kiadás eredeti 25.3. szakaszában röviden beszámoltam a többszintű népgazdasági programozás alkalmazásának *megindulásáról*. A második kiadásból elhagytam az eredeti 25.3. szakaszt. A jelen 28. fejezet lép a helyébe, amely a kutatás *befejezése* után sokkal teljesebb képet ad a munkáról.

[2] A kutatócsoportot a szerző vezette. Lehetetlen volna felsorolni valamennyi résztvevőt s ezért csak a legaktívabb közreműködőket említem meg, anélkül, hogy a többiek szerepét kisebbíteném: *Báger G., Bod P., Dancs I., Deák A., Filep Gy., Jónás A., Martos B., Nagy A., Pongrácz T., Rimler J., Sivák J., Szabó L., Szatmári G., Tardos M.* és *Vidos T.*

29 kötetben, sok ezer oldalon — ismertettük a kutatásban felhasznált adatokat, a számítások módszertanát és eredményeit.[3]

A most következőkben röviden beszámolok a kutatásról. Elkerülhetetlen lesz némi ismétlés a könyv korábbi fejezeteihez s különösen a népgazdasági programozásról szóló részekhez képest. A tárgyalás sorrendje a következő:

A 28.2—28.5. szakaszok a *modell leírását* adják meg. Először, a 28.2—28.4. szakaszokban még nem térek ki a modell „többszintű" szerkezetére. Első megközelítésben *egyetlen* nagy lineáris programozási feladatnak tekintjük a népgazdasági modellt, s így ismertetjük annak változóit, korlátozó feltételeit és célfüggvényeit.

Ezt követően a 28.5. szakasz magyarázza el a modell „többszintű struktúráját, majd a 28.6—28.7. szakasz a részmodellek egyesítését és összekapcsolását, a modellrendszer kiépítését ismerteti.

A 28.8—28.11. szakaszok a számítások *eredményeiből* adnak ízelítőt. Az utolsó szakaszok az árnyékárakkal foglalkoznak. Ezekhez kapcsolódik a 28.12. szakasz, amely — kiegészítésképpen — egy másik modell árnyékárait tárgyalja.

28.2. Változók

Modellünk 491 *termék* termelését, elosztását és külkereskedelmét programozta. Egy-egy termék rendszerint nem egy-egy konkrét, minden tekintetben specifikált gyártmányt jelentett, hanem azok egy csoportját, aggregátumát. (Például „kőszén és antracit", „alumínium tömb", „fúrógép", „tégla", „pamut típusú fonal", „húskonzerv" stb.) A termékek meghatározásánál igyekeztünk idomulni az Országos Tervhivatal és a minisztériumok tervezésében használt „kiemelt termékek" nomenklatúrájához.

Egy-egy terméknek a tervperiódus utolsó évében (esetünkben: 1970-ben) történő termelését és külkereskedelmét általában hét „szabványos" változó reprezentálta.[4] Ezek a következők voltak:

1. A termék *termelése* az utolsó tervévben, mégpedig olyan állóalapon, amely már a tervperiódus kezdetén is működött, s a tervperiódus alatt nem változik. Ez tehát a tervperiódus alatt csupán a régi állóalap fenntartását igényli.

2. A termék *termelése* az utolsó tervévben, mégpedig olyan állóalapon, amely már a tervperiódus kezdetén is működött, de technológiája — rekonstrukció révén — a tervperiódus alatt megváltozik. Ez tehát a tervperiódus alatt nem csupán a régi állóalap fenntartását, hanem technikai rekonstrukcióját is igényli.

[3] A [277] tájékoztatók egyrészt a kutatás közreműködőinek folyamatos irányítását és informálását szolgálták, másrészt a gyakorlati felhasználókkal, az Országos Tervhivatal és a minisztériumok munkatársaival ismertették az eredményeket. A [277] tájékoztatósorozatot nem publikáltuk.

A kutatásról néhány cikket és rövidebb tanulmányt tettem közzé, így többek között a [221], [222] és [224] munkákat.

[4] A változók közgazdasági tartalma rokon az 5. és 6. fejezetben leírt pamutipari és műszálipari ágazati modell változóival. Ez is jelzi, hogy az 1966—1970. évi népgazdasági programozás a könyvben leírt korábbi ágazati modellezés szerves folytatásaképpen keletkezett.

Az 1. és 2. változó értékének meghatározásával megszabtuk a régi állóalapok sorsát. Ha az 1. változó pozitív értéket kap, úgy a régi állóalap megfelelő részét változatlanul fenn kell tartani, ha a 2. változó pozitív, úgy rekonstrukciót kell végrehajtani. Ha pedig mindkét változó értéke nulla, úgy a régi állóalapot le kell szerelni.

3. A termék *termelése* az utolsó tervévben, mégpedig a tervperiódus alatt létesített új állóalapon. Ez tehát a tervperiódus alatt beruházást igényel.

Sok terméknél nem egyetlen, hanem több — például 3.1, 3.2 stb. — változó szerepelt, az új üzemek különböző technológiai variánsainak reprezentálására.

Az 1., 2. és 3. változók kiszámítása megadta az utolsó tervév *termelésének* szerkezetét. Egyúttal azonban meghatározta a tervperiódus alatti *bruttó beruházás* (fenntartás, rekonstrukció, új beruházás) szerkezetét is. Ez pedig magában foglalta a *műszaki fejlesztés* néhány alapvető előirányzatának kijelölését is: az 1., 2. és 3. változó (esetleg a technológiai variánsokat reprezentáló 3.1., 3.2. stb. változók) aránya nagymértékben determinálja a termelés technológiai szerkezetét.

4. A termék *importja* szocialista piacról.
5. A termék *importja* kapitalista piacról.
6. A termék *exportja* szocialista piacra.
7. A termék *exportja* kapitalista piacra.

Mint látjuk, a program nem csupán a külkereskedelem volumeneit, hanem a fő piacok szerinti megoszlásukat is kiszámította.

Összefoglalva: *a népgazdasági program 491 kiemelt termékre adott komplex termelési, beruházási, műszaki fejlesztési és külkereskedelmi tervet.*

A volumen mérésére lehetőleg a tervezésben szokásos természetes mértékegységet használtuk. (A 491 termék közül 406-nál.) Csupán azoknál a termékeknél, amelyeknek volumene ily módon nem mérhető, alkalmaztunk értékben, változatlan termelői árakon alapuló mérést.

Nem mind a 491 terméknél található meg mind a hétféle szabványos változó. Némely termék régi állóalapján nem hajtható végre technikai rekonstrukció. Másoknál nem valósítható meg mind a négyféle külkereskedelmi tevékenység.

A 491 termék nem fogta át a teljes társadalmi termelést. A modellben a változókkal nem reprezentált k ü l s ő s z f é r a két fő részre oszlik. Az egyik kimaradt terület: a modellünkben nem szereplő ágazatok. Így például hiányzik a kohászat és a közlekedés. A KSH 1965. évi ágazati kapcsolati mérlege 74 ágazatra bontotta a népgazdaságot.[5] Ebből 52 ágazat kiemelt termékei jelennek meg modellünkben.

A külső szféra másik része: a modellben képviselt ágazatok is csupán *kiemelt* termékeikkel szerepelnek, holott rendszerint van nem kiemelt, egyéb termelőtevékenységük is.

[5] Egyes ágazatok *teljes* kimaradásának kizárólag gyakorlati szervezési okai voltak: nem sikerült megalakítani azokat a kutatócsoportokat, amelyek elvállalták volna a modell megfelelő részének kidolgozását. Nem is törekedtünk minden ágazat átfogására az első kísérleti számításban, hiszen a metodika kipróbálásához erre nem is volt szükség. Még így is jóval nagyobb és átfogóbb lett a modell, mint ahogy azt eredetileg terveztük.

Az összehasonlításhoz figyelembe vett 74 ágazat közé nem számítottuk bele a három magánszektort, a három reziduális „egyéb" jellegű szektort, valamint a kézműipari szektort.

A modell változóinak definiálásánál feltételeztük: egy-egy termék ugyanazon homogén tulajdonságokkal rendelkezik, akár itthon termeljük, akár importáljuk; akár hazai, akár külföldi felhasználásra szánjuk. E feltevést alkalmazza minden modell s minden tervezési metodika, amely termékmérlegekkel operál, így a hagyományos szocialista tervezés is.

A modell változóinak definiálásánál kizárólag olyan beruházási akciókat vettünk figyelembe, amelyek nem nyúlnak át a tervperiódus utáni időre. Az ún. „átmenő beruházások" céljaira szolgáló erőforrásokat levontuk a modell által eloszthatő keretekből.

A *modell összes változójának száma 2424 volt.* Ez a szám nem tartalmazza a segédváltozókat (a maradék-, felesleg- és mesterséges változókat).

28.3. A korlátozó feltételek közgazdasági tartalma

A feltételi rendszert először közgazdasági tartalma alapján csoportosítjuk. A 28.1. táblázat adja meg, hogy egy-egy feltételcsoporthoz hány feltétel tartozik; a használt mértékegységet, s az időszakot (hogy az utolsó tervévre vonatkozik-e, vagy pedig az egész tervperiódusra).

1. Belső termékmérlegek. Összehangolják a modellben a változókkal reprezentált forrásokat (termelés, import) a változókkal reprezentált felhasználásokkal (termelő felhasználás, export, többletfogyasztás) és a konstansként megadott felhasználásokkal („kötelező" lakossági és közületi fogyasztás, a külső szféra termelő felhasználása, az utolsó tervévben végrehajtandó beruházás és felújítás igénye, készletváltozás).

A legtöbb termékhez egy-egy belső termékmérleg tartozik. Néhány esetben némileg más formában fejezzük ki az input és output egyensúlyát; például olyankor, amikor a kibocsátók másképpen tagolják outputjukat, mint a felhasználók az inputjukat. Ez magyarázza a termékek és a belső termékmérlegek számának eltérését.

2. Külső anyagmérlegek. Korlátozzák a modell termelési változóit a külső szféra által előállított külső anyagok igénybevételében. Ezek olyan termékek, illetve szolgáltatások, amelyeket a modell termelési változói nem állítanak elő, hanem az összes felhasználható mennyiséget konstansként adjuk meg. (A külső anyagok egy részénél változóként szerepeltettük az anyag importját egyik vagy másik piacról, s csupán a többi importból és a hazai termelésből rendelkezésre álló keretet szabtuk meg konstansként.)

3. Élőmunkakorlátok. Korlátozzák az összes béralap és az összes létszám felhasználását. Ezenkívül külön is korlátoztuk a férfi munkaerő igénybevételét, valamint a mezőgazdasági és nem mezőgazdasági szféra közti munkaerő-áramlást.

4. A föld korlátai. A mezőgazdaság szocialista üzemei modellünkben hatféle minőségű földet vehetnek igénybe: laza, középkötött és kötött talajt, mindhármat vagy száraz, vagy öntözéses technológiával megművelve. E hatféle agronómiai korláton kívül szerepel még egy hetedik — társadalmi-gazdasági jellegű — földkorlát is: a háztáji földterület.

Itt jegyezzük meg: a geológiai kincsek korlátozottságát nem kellett külön feltételekkel kifejeznünk, hanem ezt a bányászati jellegű termelési változók kapacitáskorlátainak meghatározásával vettük számításba.

28.1. táblázat

A korlátozó feltételek áttekintése

Sorszám	Megnevezés	Mértékegység	Vonatkozási időszak	Hány darab feltétel?			
				központi	minisztériumi	ágazati	összesen
1.	Belső termékmérleg	természetes mértékegység vagy forint	utolsó tervév	43	56	405	504
2.	Külső termékmérleg	természetes mértékegység vagy forint	utolsó tervév	10	15	50	75
3.1.	Béralapkorlát	Ft	utolsó tervév	3	—	—	3
3.2.	Létszámkorlát	fő	utolsó tervév	4	—	15	19
4.	Földkorlátok	kat. hold	utolsó tervév	—	7	3	10
5.	Kapacitáskorlátok	azonos az 1. feltételcsoportéval	utolsó tervév	—	10	719	729
6.	Speciális technológiai arányosságok	azonos az 1. feltételcsoportéval	utolsó tervév	—	—	45	45
7.1.—7.3.	Bruttó beruházási keretek; összesített; építés; hazai gép	Ft	egész tervperiódus	3	—	—	3
7.4.—7.5.	Bruttó beruházási keretek: importgépek	rubel, dollár	egész tervperiódus	2	—	—	2
8.1.	Termékenkénti export- és importkorlátok	azonos az 1. feltételcsoportéval	utolsó tervév	—	—	661	661
8.2.	Gépipari export korlátja	rubel, dollár	utolsó tervév	—	2	—	2
9.	Devizamérlegek	rubel, dollár	utolsó tervév	2	—	—	2
		Összesen:		67	90	1898	2055

5. Kapacitáskorlátok. Korlátozott a változatlan technológiával folytatott termelés: határt szab a rendelkezésre álló régi kapacitás. Általában korlátozottak a rekonstrukció, illetve az üzembővítés lehetőségei is. Néhány esetben, speciális adottságok miatt, ugyancsak felső korlátja van az új üzem létesítésének is.

A négy növénytermelő szektorban külön korlátoztuk az 1970-ben rendelkezésre álló 10 legfontosabb gépfajta állományát.

6. Speciális technológiai arányosságok. Rendszerint egy-egy szűkebb termelési szférán belül a különböző termelési változók közötti technológiai arányosságokat írják elő. (Például keverési feltételek a vegyiparban.)

7. A beruházási erőforrások korlátai. Korlátozzák az egész tervperiódus alatt a bruttó beruházás — fenntartás, rekonstrukció és új üzem létesítése — céljaira rendelkezésre álló összegeket. E kereteket megadtuk összesítve, továbbá kiemelten az építés, a hazai gépek, a szocialista importgépek és a kapitalista importgépek igénybevételének korlátozására.

8. Külkereskedelmi korlátok. Minden termékre külön-külön korlátoztuk valamennyi exportváltozót, a külföldi vevők által tanúsított vételkészség határainak kifejezésére. Hasonlóképpen termékenként adtunk egyedi korlátot minden szocialista importváltozóhoz, az eladók által tanúsított eladási készség határainak reprezentálására. Viszont nem rendeltünk egyedi korlátokat a kapitalista importváltozókhoz, mivel itt az eladó értékesítési készségének gyakorlatilag nincs felső határa, a korlátot a mi vásárlóerőnk jelenti. (Utóbbit a devizamérlegek fejezik ki.)

Ezenkívül felső korlátot szabtunk a gépipari export összegének is, az értékesítés bővítésénél felmerülő nehézségek reprezentálására.

9. Devizamérlegek. Külön-külön devizamérleget adtunk meg a szocialista és a kapitalista piacon folyó külkereskedelemre. A mérlegben pozitív tétel az exportból eredő bevétel. Negatív tételek: a modell importváltozóival kapcsolatos kiadás és a modell termelési változóinak a nem kiemelt, a modell 491 terméke között nem szereplő termékek felhasználásával kapcsolatos importköltségek.

A modellben összesen 2055 korlátozó feltétel szerepelt.

Akárcsak a változók definiálásánál és a termékjegyzék meghatározásánál, a feltételi rendszer kialakításánál is igyekeztünk az Országos Tervhivatal és a minisztériumok mutatószámrendszeréhez igazodni. Az 1. fejezetben bevezetett elnevezéssel: egész sor dokumentált tervegyenlet megjelenik a modellben. Ez a helyzet az 1. és 2. feltételcsoport esetében, amely közel áll a hagyományos termékmérlegrendszerhez; a 3. feltételcsoport tartalmazza a hagyományos munkaerő-mérlegrendszer egy részét; a 7. csoport a beruházási keretek szokásos bontását követi. A 9. feltételcsoport szerkezete — modellünk sajátosságai következtében — eléggé eltér a fizetési, illetve a külkereskedelmi mérlegek hagyományos felépítésétől. Egyszerű kiegészítő számításokkal azonban könnyen „közlekedhetünk" a modellben szereplő devizamérlegek és a hagyományos tervezés fizetési, illetve külkereskedelmi mérlegei között.

A 4., 5., 6. és 8. feltételcsoport nem jelenik meg közvetlenül a hagyományos tervezés mutatószámrendszerében, bár persze a tervezők gyakorlatilag igyekeznek számításba venni a földterület, a régi kapacitások, valamint a külföldi értékesítési és beszerzési lehetőségek korlátait. Ismét felhasználva az 1. fejezetben bevezetett elnevezést: sok száz nem dokumentált kisegítő terv-

egyenletet építettünk a modellbe. A korábban csupán hallgatólagosan figyelembe vett, csak a tervezők fejében élő, legjobb esetben saját használatra készített, és később az íróasztalfiók mélyére dugott feljegyzésekben található összefüggések a nagy modell révén napvilágra kerültek. Ezekből az összefüggésekből egyértelműen dokumentált, jól ellenőrizhető feltételi korlátok váltak.

Foglaljuk össze a változók és feltételek számáról mondottakat. Modellünk az ötéves terv összefüggéseit egy lineáris egyenletrendszerben írta le, amelyben 2055 egyenlet és (a segédváltozókat is ideszámítva) 4479 változó szerepel. Több országban — így Franciaországban, Indiában, Csehszlovákiában — használtak már lineáris programozást a népgazdasági tervezés céljaira. Tudomásunk szerint *a maga idejében a magyarországi számítás volt a legnagyobb méretű, legrészletesebb az addig ismert népgazdasági tervmodellek közül.*

28.4. A célfüggvények

Számítássorozatunkban alternatívan többféle célfüggvényt alkalmaztunk:

1. A „kötelező" lakossági fogyasztás feletti többletfogyasztás maximalizálása. A többletfogyasztás összetételét többféle termékstruktúrában adtuk meg.
2. A kapitalista devizamérleg pozitív egyenlegének maximalizálása.
3. A szocialista devizamérleg pozitív egyenlegének maximalizálása.
4. Az összes bruttó beruházás minimalizálása.
5. Az élőmunka-ráfordítás minimalizálása (két variánssal: létszám-minimalizálás és béralap-minimalizálás).[6]
6. Néhány részszámításban: a folyó árakon mért önköltség, valamint a kalkulatív árakon mért költség minimalizálása.

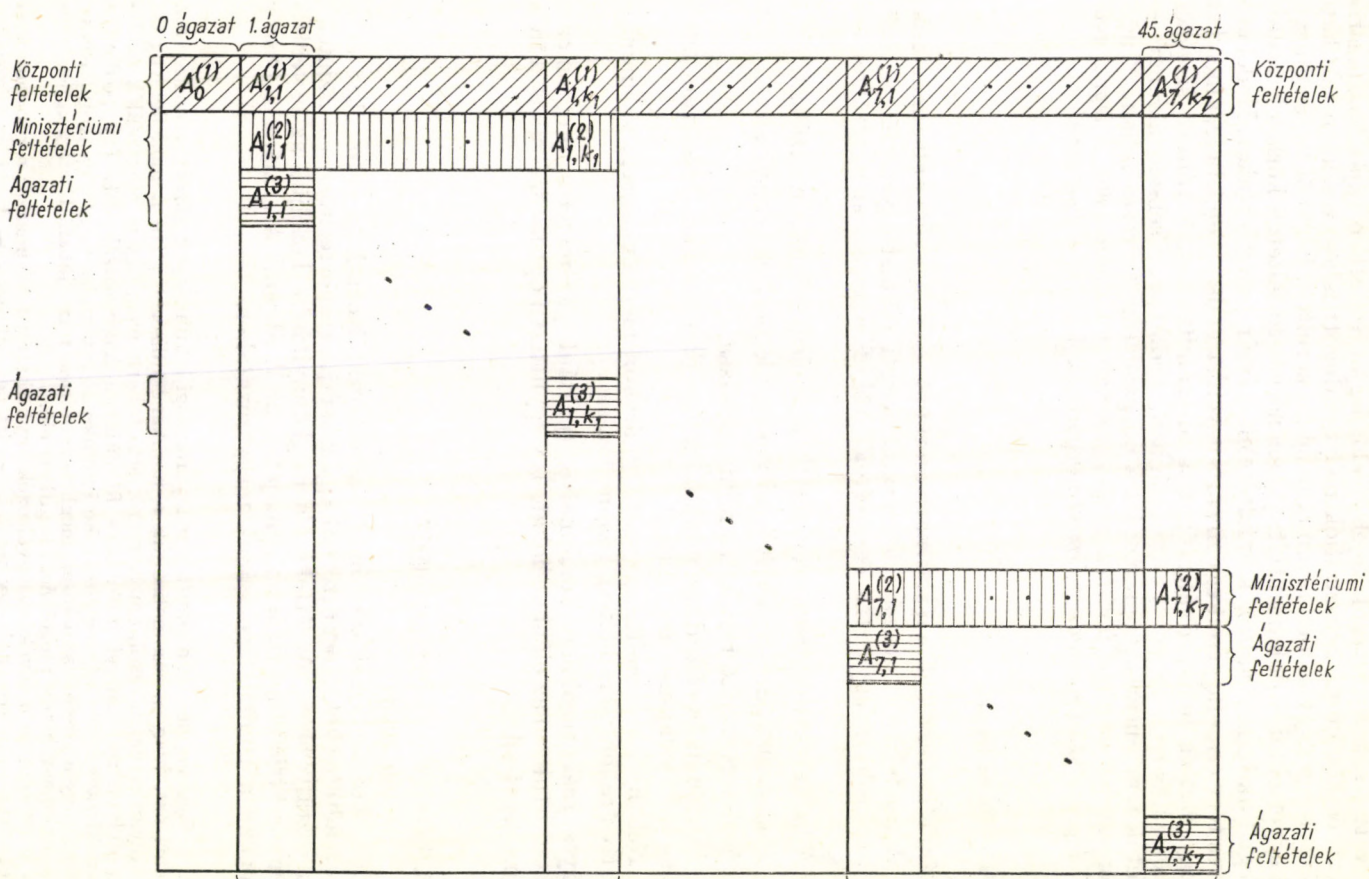
Egyes számításokban kombinálva (például paraméteres programozás keretében) írtuk elő az előbbi célokat. Így együttesen optimalizáltuk a kétféle devizamérleget stb.

28.5. A feltételi rendszer „szintjei"

Eddig közgazdasági tartalmuk szerint osztályoztuk a változókat és a korlátozó feltételeket. Most áttérünk egy másfajta csoportosításra: a „szintek" szerinti osztályozásra. Az áttekintés megkönnyítésére közöljük az egyenletrendszer együtthatómátrixának sémáját a 28.1. ábrán.[7] A sémára többször hivatkozunk a modell tagolásának magyarázatakor.

[6] A célfüggvénynek ez a típusa a magyarországi körülmények között természetesen nem jelenti azt, hogy „maximalizáljuk a munkanélküliséget". Ha a modellel végzett számítás olyan tervet javasol, amely munkaerőt takarít meg, úgy a felhasználók mérlegelhetik, milyen munkaügyi intézkedés formájában hasznosítsák ezt. Így például a munkaerő felszabadítása végbemehet a heti munkaidő rövidítése vagy a nyugdíjkorhatár leszállítása, vagy a fizetett szabadság meghosszabbítása formájában. Esetleg egyes területeken a munkaerőhiány megoldását segítheti elő.

[7] A séma csupán a tevékenységváltozók együtthatóit tartalmazza; a programozási feladat együttható-mátrixának egy további — itt nem ábrázolt — blokkját alkotják a segédváltozókhoz tartozó, azok együtthatóit tartalmazó egységvektorok.



28.1. ábra

Az együtthatók mátrixának háromszintű elrendezése

Modellünket *46 ágazatra* osztottuk; minden tevékenységváltozót egyértelműen besoroltunk az ágazatok valamelyikébe. A tagolás nem önkényes, hanem reális közgazdasági tartalmat tükröz. Az 1—45. ágazatok egy-egy olyan szférát képviselnek, amelyek a kiemelt termékek egy-egy együttesének termeléséért és külkereskedelméért felelősek. Az ágazat termelési tevékenységei általában egy vagy több adminisztratív egységet, intézményt (iparigazgatóságot, trösztöt, vállalatot) reprezentálnak. Így például a papíripari ágazat a Papíripari Vállalatot, az autó- és traktoripari ágazat az Autó- és Traktoripari Trösztöt és így tovább. A termelő tevékenységek mellé, ugyanazon ágazatba soroltuk a megfelelő export- és importtevékenységeket is. Ez utóbbiakat a gyakorlatban többnyire más intézmény — egy vagy több külkereskedelmi vállalat — bonyolítja. Az „ágazat" tehát nem a termelési statisztika tagolását követi, hanem mintegy egyesíti a hozzá tartozó termékek előállítását és külkereskedelmét végző intézmények tervezését.

A 0 ágazatba soroltuk a többi ágazatban is igényelt külső anyagok importváltozóit. Ez a „külső anyagimport-ágazat" tehát semmilyen tényleges intézményt sem képvisel.

A 46. ágazat függőlegesen 46 keskeny oszlopkötegre tagolja sémánkon az együtthatómátrixot.

A modellt *7 minisztériumra* osztottuk. Az 1—45. ágazatokat egyértelműen besoroltuk egy-egy minisztériumba; a 0 ágazat kívül maradt a minisztériumokon. Akárcsak az ágazati bontás, a minisztériumi sem önkényes, hanem a gazdaság adminisztratív tagolását követi.[8]

A 7 minisztérium függőlegesen 7 széles oszlopkötegre tagolja sémánkon az együtthatómátrixnak a 0 szektor utáni részét.

A függőleges elrendezés után térjünk rá a vízszintesre. A további leíráshoz az ágazatokat kettős indexszel jelöljük. Az első index a minisztérium sorszámára utal: $i=1, \ldots, 7$. A második index megadja az ágazat sorszámát a minisztériumon belül:

$$j=1, \ldots, k_i, \quad \left(\sum_{i=1}^{7} k_i=45\right).$$

A korlátozó feltételeket három fő osztályba soroltuk.

Ágazati feltételek. Kizárólag az ágazaton belül tartalmaznak nullától különböző együtthatókat. Néhány példa:

— változatlan technológiájú, illetve rekonstruált régi üzemekben folyó termelés kapacitáskorlátai;
— a termékenkénti export- és importkorlátok;
— belső termékmérlegek azoknál a termékeknél, amelyeket a modell más ágazata nem használ fel.

Az ágazati feltételek az ágazat „belügyeit", illetve a népgazdasági modellen kívüli „külvilággal" való közvetlen kapcsolatát szabályozzák.

[8] A modellen belül egy-egy „minisztériumi" oszlopköteg vagy ténylegesen egy egész minisztériumot reprezentál (például a könnyűipart vagy az építőipart) vagy egy minisztérium olyan részlegét, amely a valóságban is bizonyos fokig elkülönül a többitől (például a vegyipar az energiatermeléstől és a bányászattól, az élelmiszeripar a mezőgazdaságtól).

A sémán az ágazati feltételek blokkjait vízszintesen csíkoztuk és $A^{(3)}_{1,1}$, ..., $A^{(3)}_{1,k_1}$, ..., $A^{(3)}_{7,1}$, ..., $A^{(3)}_{7,k_7}$ jelöléssel láttuk el.

Modellünk összesen 1898 ágazati feltételt tartalmazott.

Minisztériumi feltételek. Ezek ugyan több ágazatban, de csak ugyanazon minisztériumhoz tartozó ágazatokban tartalmaznak nullától különböző együtthatókat. Néhány példa:

— a mezőgazdaság közös föld-, létszám- és gépkorlátai;
— a gépipar közös exportkorlátja;

— belső termékmérlegek azoknál a termékeknél, amelyeket a minisztérium egyik ágazata bocsát ki, és egy vagy több más ágazata használ fel, de a minisztériumon kívüli ágazatok nem jelentkeznek felhasználóként a modellben (például többféle vegyitermék a vegyiparon belül).

A minisztériumi feltételek a minisztérium ágazatait összekapcsoló „belügyeket", valamint a népgazdasági modellen kívüli „külvilággal" való közvetlen kapcsolatot szabályozzák.

A sémán a minisztériumi feltételek blokkjait függőlegesen csíkoztuk és $A^{(2)}_{1,1}$, ..., $A^{(2)}_{1,k_1}$, ..., $A^{(2)}_{7,1}$, ..., $A^{(2)}_{7,k_7}$ jelöléssel láttuk el.

Modellünk összesen 98 minisztériumi feltételt tartalmazott.

Központi feltételek: Ezek több minisztériumnál tartalmaznak nullától különböző együtthatókat. Néhány példa:

— az élőmunka népgazdasági korlátai;
— a beruházási keretek;
— a devizamérlegek;
— belső termékmérlegek azoknál a termékeknél, amelyeket az egyik minisztérium valamelyik ágazata bocsát ki, de más minisztériumon belül is termelő felhasználásra kerülnek (pl. villamos energia, csomagolópapír).

A központi feltételek a minisztériumok „közös ügyeit" szabályozzák.

A sémán a központi feltételek blokkjait ferdén csíkoztuk és $A^{(1)}_0$, $A^{(1)}_{1,1}$, ..., $A^{(1)}_{1,k_1}$, ..., $A^{(1)}_{7,1}$, ..., $A^{(1)}_{7,k_7}$ jelöléssel láttuk el.

Modellünk összesen 67 központi feltételt tartalmazott.

Az „ágazati", a „minisztériumi" és a „központi" jelző utal metodikánk szóhasználatában a korlátozó feltétel „szintjére". *Népgazdasági modellünk, végleges alakjában, háromszintű volt.*

A korlátozó feltételeket áttekintő 28.1. táblázatban megadjuk, hogy a feltételek közgazdasági tartalma szerint osztályozott csoportjaiban hány feltétel sorolható a különböző szintekhez.

Modellünknek különlegesen fontos jellegzetessége volt a többszintű struktúra. Éppen ez a tulajdonsága különböztette meg legélesebben azoktól a matematikai programozási modellektől, amelyeket korábban akár hazánkban, akár külföldön tervezési célokra használtak.

28.6. A többszintű szerkezet kedvező vonásai

Modellünk sajátos többszintű szerkezete lehetővé tette, hogy ne csak egyetlen nagy népgazdasági modellként használhassuk, hanem külön-külön számításokat végezhessünk megfelelően elkülönített *blokkjaival* is.

Háromféle *modelltípust* alakítottunk ki.

Ágazati modell. Kizárólag egyetlen ágazatnak — az i-edik minisztérium j-edik ágazatának — tevékenységeit programozza. A programozási feladat a következő:[9]

$$(28.1)\qquad \begin{cases} \mathbf{A}_{ij}^{(1)}\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{b}_{ij}^{(1)} \\ \mathbf{A}_{ij}^{(2)}\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{b}_{ij}^{(2)} \\ \mathbf{A}_{ij}^{(3)}\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{b}_{ij}^{(3)} \\ \mathbf{x}_{ij} \geqq 0 \\ \mathbf{c}'_{ij}\mathbf{x}_{ij} \to \max! , \end{cases}$$

ahol

$\mathbf{x}_{ij}$ = a programvektor;

$[\mathbf{b}_{ij}^{(1)}, \mathbf{b}_{ij}^{(2)}, \mathbf{b}_{ij}^{(3)}]$ = az ágazat korlátvektora, a központi, minisztériumi és ágazati feltételeknek megfelelően particionálva;

$\mathbf{c}_{ij}$ = a célfüggvény-együtthatók vektora.

A (28.1) ágazati modell felállításánál kiszakítjuk az ágazatot a népgazdaság egészéből. A népgazdaság többi részéhez, s ezen belül a többi modellezett szektorhoz is kizárólag a $\mathbf{b}_{ij}^{(1)}$ és $\mathbf{b}_{ij}^{(2)}$ vektorok, a központi és a minisztériumi feltételekhez tartozó korlátok alkalmas megadásával kapcsoljuk.

Az ágazati modellek átlagos mérete: 30—80 korlátozó feltétel, 60—100 tevékenységváltozó.

Minisztériumi modell. Egyesíti az i-edik minisztérium valamennyi, k_i darab ágazatát. A programozási feladat a következő:

$$(28.2)\qquad \begin{cases} \sum_{j=1}^{k_i} \mathbf{A}_{ij}^{(1)}\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{b}_i^{(1)} \\ \sum_{j=1}^{k_i} \mathbf{A}_{ij}^{(2)}\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{b}_i^{(2)} \\ \mathbf{A}_{ij}^{(3)}\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{b}_{ij}^{(3)} \qquad j = 1, \ldots, k_i \\ \mathbf{x}_{ij} \geqq \mathbf{0} \qquad j = 1, \ldots, k_i \\ \sum_{j=1}^{k_i} \mathbf{c}'_{ij}\mathbf{x}_{ij} \to \max! , \end{cases}$$

ahol

$[\mathbf{b}_i^{(1)}, \mathbf{b}_i^{(2)}]$ = a minisztérium korlátvektora, a központi és minisztériumi feltételeknek megfelelően particionálva.

A (28.2) minisztériumi modell felállításával összekapcsoljuk egymással a minisztérium valamennyi ágazatát, de a minisztérium összességét kiszakítjuk a népgazdaság egészéből. A népgazdaság többi részéhez, s ezen belül a többi modellezett minisztériumhoz is kizárólag a $\mathbf{b}_i^{(1)}$ vektor, a központi feltételekhez tartozó korlátok alkalmas megadásával kapcsoljuk.

A minisztériumi modellek átlagos mérete: 150—300 korlátozó feltétel, 300—500 tevékenységváltozó.

[9] A (28.1)—(28.3) képletekben egyenlőség formájában írjuk fel a lineáris programozási feladatok feltételi rendszerét. Az 5.7. szakaszban megvilágítottuk, hogyan alakíthatjuk át az eredetileg egyenlőtlenség formájában megadott feltételeket egyenlőséggé.

Népgazdasági modell. Egyesíti valamennyi ágazati modellt. A programozási feladat a következő:

$$
(28.3)\qquad
\begin{cases}
\mathbf{A}_0^{(1)}\mathbf{x}_0+\sum\limits_{i=1}^{7}\sum\limits_{j=1}^{k_i}\mathbf{A}_{ij}^{(1)}\mathbf{x}_{ij}=\mathbf{b}^{(1)} & \\
\sum\limits_{j=1}^{k_i}\mathbf{A}_{ij}^{(2)}\mathbf{x}_{ij}=\mathbf{b}_i^{(2)} & i=1,\ \ldots,\ 7 \\
\mathbf{A}_{ij}^{(3)}\mathbf{x}_{ij}=\mathbf{b}_{ij}^{(3)} & i=1,\ \ldots,\ 7;\ j=1,\ \ldots,\ k_i \\
\mathbf{x}_{ij}\geqq\mathbf{0} & i=1,\ \ldots,\ 7;\ j=1,\ \ldots,\ k_i \\
\sum\limits_{i=1}^{7}\sum\limits_{j=1}^{k_i}\mathbf{c}_{ij}'\mathbf{x}_{ij}\to\max!, &
\end{cases}
$$

ahol

$\mathbf{b}^{(1)}$ = a népgazdaságnak a központi feltételekhez rendelt korlátvektora.

A (28.3) népgazdasági modell mérete, mint már említettük, 2055 korlátozó feltétel és 2424 tevékenységváltozó.

Számítássorozatunk keretében nemcsak a nagy — körülbelül 2000× ×2500-as méretű — modellel számoltunk, hanem az alsóbb szintű blokkokkal is. E számítások rendeltetése kettős volt.

Mindenekelőtt ,,ki akartuk szolgálni'' az alsóbb szintű számítások megrendelőit, az ágazatok, illetve a minisztériumok tervezőit. Például a műtrágyaipari, a gyógyszeripari ágazati modellekkel egész sor érzékenységi vizsgálatot végeztünk, hogy segítsük a Vegyipari, illetve a Gyógyszeripari Tröszt tervének kialakítását. Hasonlóképpen például a könnyűipari minisztériumi modellel 18-féle programot határoztunk meg, hogy ezzel feleljünk a Könnyűipari Minisztérium problémáira. Ilyenkor néhány számításnál — a szokásos módon — a ,,hivatalos programból'' vettük át a $\mathbf{b}_{ij}^{(1)}$ és a $\mathbf{b}_{ij}^{(2)}$, illetve a $\mathbf{b}_i^{(1)}$ és a $\mathbf{b}_i^{(2)}$ korlátvektorokat. Más számításokhoz viszont — az ágazati, illetve a minisztériumi tervezők kívánságainak megfelelően — hipotetikus korlátvektorokat használtunk fel. Egyik vagy másik korlátot vagy esetleg többet egyszerre módosítottunk a hivatalos programbeli értékéhez képest, hogy e módosítás hatását elemezhessük. Az ágazati és minisztériumi szintű számításoknál külön részletes tájékoztatókat készítettünk a felhasználók számára.

Mindez azt jelentette, hogy modellünk nem csupán a népgazdaság egészét tervező Országos Tervhivatal segédeszköze volt, hanem az egyes blokkokat sajátjuknak érezhették az alsóbb szintű tervező intézmények is.

Ezen túlmenően gyakorlati előnye is volt annak, hogy a gigantikus méretű nagy modell kézbevétele előtt külön-külön is számoltunk előbb a kis, majd a közepes méretű blokkokkal. Aki már dolgozott számszerű matematikai modellekkel, az jól tudja: a modell szerkezetébe óhatatlanul becsúsznak logikai hibák és az adatok közé bekerülhetnek tévesek is. Emellett sok hiba eshet az adatok átmásolása, lyukasztása, géprevitele közben is. A hibák egy részének kiszűrésére különböző eljárásokat, ,,trükköket'' szoktak alkalmazni; némelyiket beépítik a gépi programba is. Csakhogy többnyire a szűrés után is maradnak még hibák, amelyekre gyakorlatilag csak a kész számítási eredményből következtethetünk. Ha a kiszámított program közgazdaságilag értelmezhetetlen vagy legalábbis gyanús, élesen ellentmond annak, amit a tervező várna, akkor rendszerint vagy a modellel, vagy az adatokkal van valami baj. Minél nagyobb és bonyolultabb modellel dolgozunk, annál nehezebb — a gyanús eredmények láttán — a baj lokalizálása. A kis és közepes blokkokkal

végzett számítás ezt a hibakeresést segíti elő. Ráadásul mozgósíthatjuk ehhez a munkához az ágazat, a minisztérium gyakorlati szakértőit, akik rutinjuk alapján rendszerint hamar érzékelik a számítási eredmények gyanús elemeit. Kutatócsoportunk csak azt az ágazati blokkot fogadta el a további magasabb szintű számításokhoz, amely ágazati szinten „jól viselkedett", s az ágazati szakértők számára elfogadható, közgazdaságilag értelmes programot szolgáltatott. (Ami persze nem jelenti azt, hogy okvetlenül egyezzék az ágazat eredeti tervével.) Ugyanígy jártunk el később a középszintű számításoknál. Csak a „jól viselkedő" minisztériumi blokkokat építettük be a népgazdasági modellbe. Mindez elősegítette a nagy modell „bejáratását".

Eddig a többszintű szerkezet egyik kedvező vonásáról szóltunk: *milyen haszonnal jár, hogy külön-külön is számolhatunk a kisebb és közepes blokkokkal.* Most viszont a többszintű szerkezet egy másik előnyéről lesz szó: lehetségessé vált *dekompoziciós eljárás* alkalmazása a feladat numerikus megoldásában.

Mindjárt előrebocsátom, hogy a gyakorlati alkalmazás során végül is *nem* a jelen könyv 24. fejezetében leírt eljárást használtuk fel. Ez az eljárás ugyanis az akkori magyar számítástechnikai adottságok mellett túlságosan lassúnak bizonyult. Ugyancsak lassúnak találtuk a legismertebb dekompoziciós módszert, a *Dantzig—Wolfe*-eljárást is. Helyettük egy közelítő módszert, ún. tervjavítási eljárást használtunk fel, amelyet az I. függelékben ismertetünk.[10] Az eljárás matematikai alapgondolatát tekintve a *Dantzig—Wolfe*-algoritmus egy variánsának, „naiv" változatának tekinthető. Nem garantálja az eredeti, felbontás nélküli nagy lineáris programozási feladat egzakt megoldását. Teljesítménye szerényebb: csupán egy — a számítás előtt már ismert — megengedett induló megoldás fokozatos javítását, az optimális megoldáshoz való közeledést biztosítja. Felváltva alkalmaz formalizált, *algoritmikus* és nem formalizált, *heurisztikus* jellegű lépéseket. Az előbbieket automatikusan végzi a *számítógép;* utóbbiakat, újra és újra átgondolva a problémát, a tervező *emberek* teszik meg. Ezért neveztük el egyes publikációkban „ember—gép"-tervezésnek (az „ember—gép"-szimuláció elnevezés mintájára).

A közelítő, tervjavítási eljárás alkalmazására számítástechnikai nehézségek kényszerítettek bennünket. Nem szeretném a kényszerhelyzetet érdemként feltüntetni. Mégsem érzem, hogy okunk lenne restelkedni, amiért egzakt megoldás helyett megelégedtünk a csupán közelítő megoldással. A gyakorlati tervező a kiinduló adatok sok bizonytalansága láttán amúgy sem tulajdonít túl nagy jelentőséget a matematikailag „egzakt" optimumnak. Ezért a leírt eljárás vagy más hasonló (lehetőleg a miénknél ügyesebb) közelítő módszer elfogadható számítási eszköznek tűnik a jövőben is. Erre a kérdésre a következő fejezetben még visszatérünk.

28.7. Modellrendszer

Ezek után szeretném összefoglalóan is áttekinteni az előző szakaszokban mondottakat. A leglényegesebb ebből a szempontból az, hogy az 1966—1970. évi népgazdasági programozás keretében egy modellrendszert építettünk ki. A *rendszer* kifejezést (rendszerelméleti, kibernetikai értelemben)

[10] Itt most értékelés nélkül szögezzük le ezt a tényt. A 30. fejezet tér vissza az eredeti elgondolások és a gyakorlati tapasztalat szembesítésére.

akkor indokolt használni, ha egymással *összekapcsolt* elemek szervezetéről, hálózatáról van szó. Ebben az értelemben metodikánk egy *modellrendszert* alakított ki, amelynek elemei: különböző modellek.

Kétféle értelemben beszélhetünk ezeknek az elemeknek a kapcsolatáról. Az egyik aspektusról a 28.6. szakasz első felében volt szó: a részmodelleket *egyesíthetjük*. Részmodellek egyesítésével „modellépületeket" alakíthatunk ki. Így például „kétemeletes" épületet: egy-egy ágazati modellegyüttes egyesítésével minisztériumi modellt, vagy mind a 46 ágazati modell közvetlen egyesítésével népgazdasági modellt. Vagy „háromemeletes" épületet: a 7 minisztériumi modell (valamint a 0 ágazati modell) egyesítésével egy népgazdasági modellt.

A másik aspektust a 28.6. szakasz második felében érintettük: dekompozíciós eljárások alkalmazása esetén nem egyesítünk, hanem *információáramlással összekapcsolunk* részmodelleket, mégpedig a dekompozíciós eljárás konkrét felbontási elveinek megfelelően kialakított alsó- és felsőszintű egyenletrendszereket.

Mind a részmodellek egyesítését, mind pedig információáramlással való összekapcsolásukat egyebek között az tette lehetővé, hogy *valamennyi modell egységes mutatószámrendszerre épült*. Valamennyit szigorúan azonos nomenklatúrák, statisztikai definíciók, osztályozások alapján számszerűsítettük.

Modellrendszerünk egyik lényeges tulajdonsága volt, hogy *egyértelmű „közlekedés", kommunikáció van a magasabb szintű és az alacsonyabb szintű modellek, illetve számítások között*. A magasabb szintű számításokban egyebek között aggregált gazdasági mutatókat nyerhetünk, de ezeknek mindig egyértelműen megfeleltethetünk részletes termelési, beruházási és külkereskedelmi programokat. S megfordítva: a termelés, beruházás és külkereskedelem részletes programjaiból egyértelműen levezethetünk ágazati, minisztériumi és népgazdasági szinten összesített aggregátumokat.

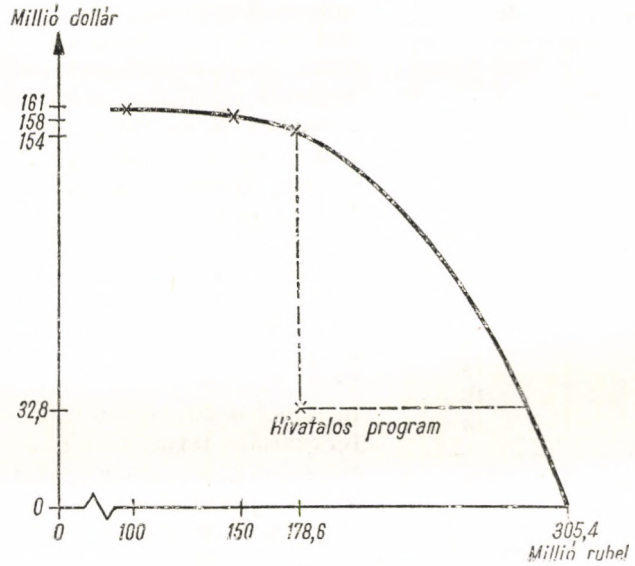
Itt ismét eljutottunk metodikánk egy vonásához, amely megkülönbözteti a tervezési célokra korábban alkalmazott matematikai programozási modellektől. Számításaink idején mind a hazai, mind a külföldi irodalomból csupán olyan kutatások voltak ismeretesek, amelyek egy-egy különálló modellt dolgoztak ki a tervezés céljaira. Most *első ízben sikerült kialakítani a tervmodellek összefüggő rendszerét, aggregált és dezaggregált modellek hálózatát, felső- és alsószintű modellek összekapcsolt hierarchikus struktúráját.*

28.8. A számítási eredményekről

A korábban említett ágazati és minisztériumi szintű érzékenységi vizsgálatok után népgazdasági szinten 22 tervvariánst számítottunk ki, 22-féle elképzelhető gazdaságpolitika reprezentációjaképpen. Az eredményekről részletesen tájékoztattuk a gyakorlati tervezőket. Ezen a helyen inkább csak mutatóba közlünk néhány gazdaságpolitikai tanulságot.[11]

[11] A népgazdasági programozás, a többszintű matematikai tervezés első kísérleti alkalmazása a vártnál jóval nagyobb szervezési, adatgyűjtési és számítástechnikai nehézségekkel járt. Ezért csupán az ágazati és minisztériumi számítások egy része készült el idejében, a terv elfogadása előtt. A többi részszámítás, valamint a népgazdasági szintű számítás elkésett. Utóbbiak természetesen nem gyakorolhattak közvetlen befolyást a tervdöntésre. A tervezők azonban így is figyelemre méltónak találták a gazdaságpolitikai tanulságokat, amelyeket érdemes szem előtt tartani a terv végrehajtása, esetleges módosítása és későbbi tervek elkészítése során.

Külkereskedelmi mérlegek. Vizsgálatunk előterében a külkereskedelem elemzése állott. Így például számítást végeztünk a szocialista és a kapitalista piacokkal folytatott kivitel és behozatal arányainak eltolódásáról. A szocialista piaccal folytatott kereskedelem mérlegének aktívuma növelhető a kapitalista kereskedelmi mérleg romlása árán, s megfordítva.[12] Számítássorozatunk eredményeképpen a 28.2. ábrán bemutatott görbét kaptuk, amely feltünteti, hogy mennyit fizetünk az egyik mutatószám romlásával a másik mutatószám javulásáért. (Angolul ezt *„trade-off"* görbének nevezik.) Azt is mondhatnánk: az egyik mérleg romlása az az *„opportunity cost"*, amelyet a másik mérleg



28.2. ábra
A dollár- és rubelmérleg összefüggése

javulásáért fizetünk. A tőkés fizetési mérleget optimalizáló gazdaságpolitika „árát" kifejezhetjük a rubelmérleg pozitív egyenlegének csökkentésével.

Tulajdonképpen mi csupán a görbe néhány pontját határoztuk meg, s ezeket kötöttük össze. Itt csupán a jobb szemléltetés kedvéért közlünk folytonos és sima görbét. A görbéről leolvasható, hogy a rubelmérleg aktívumának csökkentése kezdetben elég meredeken javítja a dollármérleget, de később már mindinkább csökken az átcsoportosítás differenciális hatékonysága.

Nem kívántunk egyértelmű javaslatot tenni, hogy a terv pontosan milyen rubelaktívum—dolláraktívum-arányt fogadjon el. Már csak azért sem tehettük ezt, mert modellünk elvonatkoztat számos olyan gazdaságpolitikai és politikai problémától, amely e kérdés eldöntésében fontos szerepet játszik. Csupán a következők megállapítására szorítkoztunk:

— Nem érdemes az eredeti hivatalos programot megvalósítani, amikor számos olyan program van, amely dominálja azt. A 28.2. ábrán a hivatalos

[12] Itt nem az ország teljes külkereskedelmi mérlegéről van szó, hanem annak csupán azokról a tételeiről, amelyek a népgazdasági modell programozási szférájában változóként szerepelnek.

programot reprezentáló pont felett egy mező van, amelyet egy függőleges és egy vízszintes egyenes, továbbá a „*trade-off*" görbe határol. E mező bármely pontja dominálja a hivatalos tervet a kereskedelmi mérlegek szempontjából.

— Lehetőleg a *trade-off* görbe valamely pontját érdemes választani, mert ezek (megközelítőleg) efficiens terveket jelentenek.[13] A *trade-off* görbe felett nincsen megengedett program. A *trade-off* görbe alatti programokat viszont dominálják a *trade-off* görbén szereplő pontok.

28.2. táblázat

A dollároptimális termelés szóródása a hivatalos program körül

Összehasonlítható termékek

Eltérés mértéke %	Termékek száma darab
0 — 2	140
2,1— 5	18
5,1— 10	29
10,1— 20	23
20,1—	45
— 0,1— — 2	71
— 2,1— — 5	11
— 5,1— —10	15
—10,1— —20	12
—20,1—	46
Összesen:	410

Nem összehasonlítható termékek

Termékcsoport jellemzője	Termékek száma darab
A termelés a hivatalos programban pozitív, a dollároptimális programban nulla	10
A termelés a hivatalos programban nulla, a dollároptimális programban pozitív	71
Összesen:	81

A külkereskedelem volumene és szerkezete. Sok vita folyik Magyarországon arról, milyen módszerekkel kell elérni a külkereskedelmi mérleg javulását. Sokan a legdrasztikusabb módszert, az import csökkentését ajánlják. Számításunk azok véleményét támasztotta alá, akik szerint kedvezőbb az export erőteljes növelése, az import némi növekedésétől kísérve. Ezzel együtt azonban javítani kell az export és import ágazati, illetve termékek szerinti struktúráját is.

A javítás igazi eszköze nem az ágazati szerkezet látványos, drámai átcsoportosítása, hanem finomabb eltolódások. A 28.2. táblázatban áttekintjük a dollármérleget optimalizáló („dollároptimális") tervvariáns termelési előirányzatainak eltérését a hivatalos programtól. A termelés eltérése jelentős mértékben a külkereskedelmi terv eltéréseivel függ össze.

A táblázat felső része azokat a termékeket tünteti fel, amelyek mind a két tervben pozitív értékkel szerepelnek, tehát a számítások százalékos formában összehasonlíthatók.

A táblázatból kiderül, hogy a termelési előirányzatok jelentős része stabil. Összesen 230 terméknél az eltérés nem volt több 5%-nál. Viszont elég sok az olyan termék is, amelyeknél az eltérés igen számottevő. Már a táblázatból is leolvasható, hogy sok terméknél az eltérés 20%-nál több.

Emellett sok termék nem hasonlítható össze százalékos formában, mert a hivatalos tervben a termelési előirányzat pozitív volt, a dollármérleget optimalizáló tervben 0 vagy megfordítva. Ezek szerepelnek a táblázat alsó részében. A 20%-nál nagyobb eltérést mutató, valamint a nem összehasonlítható termékek száma összesen 172. Ezeknél tehát számottevő tervmódosítást javasoltunk. Az ilyesfajta eltérések elsikkadnának egy olyan tervmodellben, amely a miénknél sokkal aggregáltabb egységekkel számol.

[13] Az efficiencia fogalmát a 27.6. szakaszban magyaráztuk meg.

Életszínvonal. Számításaink egy részénél a lakossági fogyasztást maximalizáltuk. Ha erre összpontosítjuk a gazdaságpolitikát, úgy a terv záróévében 5,2%-kal magasabb fogyasztást érhetünk el, mint amennyit a hivatalos terv előír.

Számításokat végeztünk arra is, hogyan függ össze az ország fizetési mérlege és az életszínvonal. Középtávú tervezésnél ezek *egymással versenyző* célok. A programok árnyékárrendszerét tanulmányozva megállapítottuk: a maximális többletfogyasztás 1000 forintjáért a dollármérleg 21 dolláros javulásáról kell lemondani. Ha az importtermékek elszámolásához használt 60 Ft-os devizaárfolyammal kalkulálunk, akkor a 21 dollár 1260 Ft-ot jelent. Más szóval: 1000 Ft többletfogyasztás *„opportunity cost"*-ja 1260 Ft-nyi devizaegyenleg.

Technológia. Amint azt a 28.2. szakasz leírta, termékenként rendszerint háromféle termelési technológiát vettünk figyelembe: termelés régi, rekonstruált vagy új üzemben. A 28.3. táblázat összehasonlítja a hivatalos programot négy másik, matematikai programozással kiszámított tervvel. Utóbbiak korlátvektorai megegyeznek a hivatalos program előirányzataival, s egymástól csupán a célfüggvényekben különböznek.

28.3. táblázat

Régi üzem, rekonstrukció és új üzem aránya*

Program neve	Régi üzem %	Rekonstrukció %	Új üzem %
Hivatalos	66,6	14,7	18,7
Beruházás-minimális	64,1	15,7	20,2
Létszámminimális	64,6	13,9	21,5
Rubeloptimális	65,5	12,5	22,0
Dollároptimális	66,6	13,3	20,1

* A táblázatban a programozási szféra által előállított dollár importáron számított halmozott termelési érték összesen = 100%; ennek megoszlását vizsgáljuk.
A program elnevezése a célfüggvényre utal.

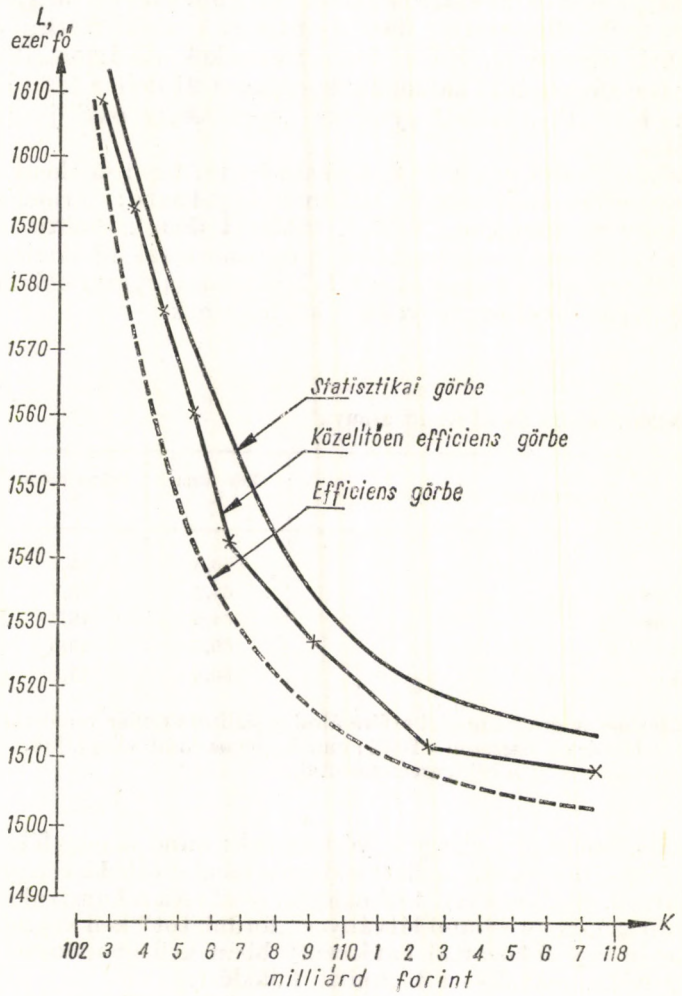
A táblázat tanulságai eléggé egyértelműek: mind a négyféle itt vizsgált gazdaságpolitikai irányvonal mellett érdemes némi eltolódást végrehajtani az új üzemek javára, részben a régi technológia, részben a rekonstrukció rovására. Nem arról van szó, hogy valami látványos „fordulatot" kell végrehajtani ezen a téren, csupán egy fokozattal határozottabban kell gyorsítani — új technológiákkal, új üzemekkel — a technikai fejlődést.

A termelési alap és a létszám kombinációi. A termeléshez a termelési alap („tőke") és a létszám („munka") meghatározott kombinációit használjuk fel. A tervezés stádiumában módunk van — legalábbis határok között — választani, milyen arányban kombináljuk e tényezőket. E választási probléma elemzésére számításssorozatot végeztünk. A sorozat valamennyi számításában a következő kérdést tettük fel.

Megköveteljük a programozási szférától, hogy biztosítson meghatározott extern kibocsátást az 1970. évi fogyasztás és felhalmozás céljaira, továbbá meghatározott rubel- és dolláregyenlegeket. Viszont nem tekintjük adottnak

a létszámkeretet, hanem azt lépésről-lépésre csökkentjük, célul tűzve ki a beruházás minimalizálását. Így tehát az egy-egy létszámkerethez tartozó optimális „tőke—munka-kombinációt" számítjuk ki. A számítás eredményeit a 28.4. táblázat, valamint a 28.3. ábra mutatja be.

A számok plasztikusabb érzékelésére speciális megtérülési mutatót is számoltunk. Egy fő évi bruttó bérköltsége (nominálbér, plusz illetményadó



28.3. ábra
Efficiens, közelítően efficiens és statisztikai izokvantumgörbe

és közteher) az 1970-re várható szinten kb. 28 000 Ft. Így tehát a beruházástöbblet adatait 28 000-rel osztva jutottunk el a táblázat utolsó oszlopában közölt megtérülési adatokhoz. Mint látjuk, a viszonylag legmagasabb létszámkeret és legalacsonyabb beruházási keret mellett még igen gyors a megtérülés: alig több két évnél, feltéve, hogy a beruházásokat a program által ajánlott hatékonysággal használják fel.

A táblázatból két tanulság adódik.

Az ötéves tervezés stádiumában nem helyes adott tőke—termelés-hányadossal és adott termelés/létszám termelékenységi mutatóval számolni, makroökonómiai síkon. Ezek a mutatók nem mereven adottak, hanem — bizonyos határok között — szabadon választhatunk a termelési alap és a létszám különböző kombinációi között.

28.4. táblázat

A termelési alap és a létszám kombinációi

Létszám ezer főben	Bruttó beruházás millió forintban	1 fő megtakarításához szükséges beruházástöbblet (ezer Ft/fő)	1 fő megtakarításához szükséges beruházástöbblet megtérülése (év)
1608,2	102 625,6		
		59,46	2,1
1592,2	103 581,9		
		76,43	2,7
1576,1	104 811,1		
		80,77	2,9
1560,0	106 110,0		
		83,62	3,0
1543,9	107 454,8		
		128,58	4,6
1527,8	109 522,6		
		195,26	7,0
1511,8	112 663,0		
		1202,55	42,9
1507,4	117 865,3		

A termelési alap és a létszám közötti helyettesítés aránya *nem* konstans, hanem attól függ, milyen ponton, mekkora termelési alap és létszám „környékén" vizsgáljuk. Aránylag magasabb létszámkeret mellett 1 fő pótlásához 60 000 Ft bruttó beruházás szükséges, a létszámot kb. 10%-kal csökkentve, 1 fő helyettesítéséhez 128 000 Ft bruttó beruházást kell adnunk.

Vessünk még egy pillantást a 28.3. ábrára. Itt a termelési függvények elméletéből ismert (és a 18. fejezetben is tárgyalt) izokvantumgörbéket látunk. A középső görbe a 28.4. táblázat grafikus ábrázolása, azaz a népgazdasági programozási modellel számított izokvantumgörbe. Az alatta és felette húzódó görbéket a *J* függelékben magyarázzuk meg. Ugyanott közlünk néhány gondolatot a népgazdasági programozás keretében végzett „tőke—munka" helyettesítési vizsgálatoknak és a termelési függvények elméletének a kapcsolatáról.

28.9. Árnyékárak és növekményhányadosok

Számítássorozatunk keretében kétféle differenciális mutatót számítottunk ki. Egyrészt egy-egy programozási feladat duális megoldásaként megkaptuk a feladat korlátainak árnyékárait. A Φ_j árnyékár közgazdasági tartalma, amint azt már a korábbi fejezetekben megvilágítottuk: a j-edik korlát egységnyi módosításának hatása a célfüggvényre.

Másrészt kiszámítottuk egyes feltételi korlátok növekményhányadosait. Ezt diszkrét paraméteres programozással állítjuk elő. Adva van a következő paraméteres programozási feladat:

$$(28.4)\qquad \begin{cases} \mathbf{a}_i'\mathbf{x} \leqq b_i & i=1,\ \ldots,\ j-1,\ j+1,\ \ldots,\ m \\ \mathbf{a}_j'\mathbf{x} \leqq b_j\lambda & 1 \leqq j \leqq m \\ \mathbf{x} \geqq \mathbf{0} & \lambda=\lambda_1,\ \lambda_2,\ \ldots \\ C(\mathbf{x}) \to \max! & \end{cases}$$

ahol a korlátvektor j-edik komponensét b_j-nek a λ paraméterrel való szorzata adja meg.[14]

Jelöljük $\mathbf{x}(\lambda_1)$-gyel az optimális program értékét a $\lambda=\lambda_1$ paraméterállás mellett és $\mathbf{x}(\lambda_2)$-vel az optimális program értékét $\lambda=\lambda_2$ paraméterállás mellett. Legyen $b_j\lambda$ felső korlát. (A probléma analóg alsó korlát esetén; a tárgyalás rövidítése végett erre nem térünk ki.) Ebben az esetben

$$(28.5)\qquad C(\mathbf{x}(\lambda_2)) \geqq C(\mathbf{x}(\lambda_1)), \quad \text{ha} \quad b_j\lambda_2 > b_j\lambda_1.$$

E számítás alapján képezhető a következő növekményhányados:

$$(28.6)\qquad \Psi_j = \frac{C(\mathbf{x}(\lambda_2)) - C(\mathbf{x}(\lambda_1))}{(\lambda_2-\lambda_1)b_j}.$$

Mint látjuk, a Ψ_j növekményhányados tartalma hasonló az árnyékár közgazdasági tartalmához. Azt fejezi ki: mi a j-edik korlát egységnyi módosításának hatása a célfüggvényre.

Az eltérés a Φ_j árnyékár és a Ψ_j növekményhányados között a következő:

Az árnyékár azt adja meg, mennyi a célfüggvény változása, ha a j-edik korlátot eredeti értéke közvetlen környékén változtatjuk; szigorúan véve: ha végtelen kis mennyiséggel növeljük. Ezzel szemben a növekményhányados arra felel, mennyit változik a célfüggvény értéke, ha a j-edik korlátot jelentősebb mértékben elmozdítjuk eredeti nagyságától, azaz $b_j\lambda_1$ helyett a $b_j\lambda_2$ korlátot írjuk elő.

Az árnyékár a differenciálhányados, a növekményhányados pedig a differenciahányados fogalmával analóg.

Az elmondottakból kitűnt: az árnyékár előállítása kényelmesebb, nem igényel külön műveletet: a primális programmal együtt „automatikusan" kiszámításra kerül a duális is. Ezzel szemben a növekményhányados képzéséhez ismételt programozásokat, diszkrét paraméteres programozási feladatot kell megoldani.

Ennek ellenére, tapasztalatunk szerint, *közgazdasági elemzések céljaira szolídabb alapot nyújtanak a növekményhányadosok.* Különösen, ha a növekményhányados több értékét figyeljük meg, egy szélesebb $[\underline{\lambda}, \overline{\lambda}]$ intervallumon végigfuttatva a λ paramétert. Ezt könnyű belátni, ha a következőkre gondolunk:

[14] *Nem* a programozási feladat változói, nem az $\mathbf{x}$ vektor komponensei diszkrétek. Itt folytonos változójú programozási feladattal foglalkozunk. A „diszkrét" szó a paraméter jelzője. Ellentétben a 10. fejezetben leírt problémával, amelyben a paraméteres programozás λ paramétere folytonos változó volt, itt a λ paraméter csak a $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$ diszkrét értékeket veheti fel.

A λ paraméternek a $[\underline{\lambda}, \overline{\lambda}]$ intervallumban több karakterisztikus értéke lehet.[15] Mint ismeretes, e karakterisztikus értékeknél megy végbe báziscsere az optimális programban, azaz megváltozik a program struktúrája. Mármost ilyen paraméteres programozás elvégzése előtt, a priori nem tudhatjuk, hogy a karakterisztikus értékek hol vannak.

Jelöljük valamely megadott lineáris programozási feladathoz tartozó korlát rögzített értékét b_{j0}-val. Az ehhez tartozó árnyékár: Φ_{j0}.

E feladatot felfoghatjuk úgy is, mintha egy paraméteres programozási feladatot oldanánk meg, mégpedig a paraméter egy bizonyos állása mellett: $b_{j0} = b_j \lambda_0$.

Ha mármost elkezdenénk paraméterezni λ-val, kitűnhet, λ_0-hoz igen közel karakterisztikus értéke van a λ paraméternek. Azaz: igaz ugyan, hogy b_{j0}-t végtelen kis mennyiséggel növelve még érvényes a Φ_{j0} árnyékár. De ha egy kicsit még tovább növeljük (akár a közgazdaságilag szinte jelentéktelen pontatlansági határon belül, mondjuk 1—2%-kal), a programban már „ugrás", struktúraváltozás következik be, s ezzel együtt új árnyékárhoz jutunk.

Szolidabban megalapozhatjuk tehát következtetéseinket, ha b_{j0}-t nem „végtelen kicsiny mennyiséggel" növeljük, s árnyékárat számolunk, hanem szükség szerint, mondjuk 5—10%-kal, s növekményhányadost állapítunk meg. Az így kapott számok kevésbé lesznek „szeszélyesek", mint az árnyékárak; világosabban jelzik a szóbanforgó korlát változásának tényleges hatását.[16]

28.5. táblázat

A létszám differenciális mutatói

Létszám ezer főben	1 fő létszám növelésével nyert beruházás-megtakarítás ezer Ft-ban	
	Árnyékár	Növekmény-hányados*
1507,4	6555	
		1202,55
1511,8	202	
		195,26
1527,8	192	
		128,58
1543,9	84	
		83,62
1560,0	84	
		80,77
1576,1	78	
		76,43
1592,2	70	
		59,46
1608,2	0	

* Ez az oszlop megismétli, fordított sorrendben, a 28.4. táblázat 3. oszlopát.

[15] A paraméteres programozás karakterisztikus értékeiről lásd a 10. fejezetet.

[16] Az eddig elmondottakból is következik, hogy a két mutató a következő esetben esik teljesen egybe.

Végezzünk $b_j \lambda$-val *folytonos* paraméteres programozást. Legyen λ' és λ'' a paraméter két karakterisztikus értéke. Ez esetben a b_j korlát árnyékára a két karakterisztikus érték közötti intervallumon egyenlő a $[b_j \lambda', b_j \lambda'']$ korlát-intervallumra számított növekményhányadossal.

Hangsúlyozni szeretném, hogy az árnyékárakról és a növekményhányadosokról szólva ezen a helyen „szolidságról", illetve „szeszélyességről" beszéltem. E problémától el kell választani egy másik kérdést: a mutatók *érzékenységét* a korlátok és a célfüggvények megválasztására. Erről majd még később szó lesz, itt csak annyit jegyzek meg: mindkét mutatótípus lehet érzékeny vagy kevésbé érzékeny különböző tényezők változásaira.

Az elmondottakat egy példán illusztrálom: a létszámkorláttal kapcsolatos differenciális mutatókkal. Emlékeztetek a 28.4. táblázatban leírt számítássorozatra: a létszámot lépésről-lépésre csökkentettük, ceteris paribus, minden egyéb feltételt változatlanul hagyva. A célfüggvény a beruházások minimalizálása volt. A kétféle differenciális mutatót a 28.5. táblázatban (359. old.) mutatjuk be. A táblázat jól jelzi, hogy e két mutató közel áll egymáshoz; végeredményben azonos közgazdasági kategória különböző technikával előállított megközelítései. Egyúttal szemléltetik előbbi állításomat: a növekményhányados „szolidabb" jellegét. A táblázat utolsó sorában a létszám árnyékára nulla, mert ha egyetlenegy fővel növelnénk a létszámot, ez nem vezetne beruházásmegtakarításhoz. Viszont a növekményhányadosból kitűnik: egyetlen főnél nagyobb, de még mindig igen kicsiny, 16 000 fős létszámtöbblet elég ahhoz, hogy már számottevő beruházást takarítsunk meg. A másik végleten, a táblázat tetején meghökkentően magas az árnyékár; sokkal több, mint a legközelebbi növekményhányados.

28.10. A differenciális mutatók érzékenysége (a rubel/dollár-mutató példáján)

Számításaink azt mutatják, hogy *a differenciális mutatók sokszor igen érzékenyek az általános gazdaságpolitikai irány megválasztására.*

Állításomat először a rubelegyenleg és a dolláregyenleg differenciális mutatóival szemléltetem. E két differenciális mutató arányát R/D-mutatónak nevezzük. Ez nem más, mint a *rubelegyenleg és a dolláregyenleg közötti helyettesítés differenciális aránya.* Közgazdasági tartalma a következő: a dolláregyenleg 1 dollárnyi javulásáért hány rubellel fizetünk, a rubelegyenleg romlásában? Vagy megfordítva: a dolláregyenleg 1 dollárnyi romlása hány rubelnyi javulást eredményez a rubelegyenlegben? Láthatjuk: itt nem vásárlóerőparitásról van szó, hanem a kétféle fizetési mérleg egyenlege közötti speciális „helyettesítési" kapcsolatról a magyar gazdaság adottságai mellett.

Az R/D-mutatót számítássorozatunkban többféleképpen állítottuk elő.

1. A dolláregyenleg árnyékárának és a rubelegyenleg árnyékárának hányadosa, azokban a számításokban, amelyekben a célfüggvény *nem* a dollár- vagy a rubelegyenleg optimalizálását írta elő, hanem valami más optimumkritériumot.

2. A dolláregyenleg árnyékára, a rubeloptimális programokban.

3. A rubelegyenleg árnyékárának reciprokja, a dollároptimális programokban.

4. Növekményhányados: az előírt rubelegyenleggel paraméterezünk, miközben célfüggvényként a dolláregyenleget optimalizáljuk.

A 28.6. táblázatban csökkenő sorrendben közlünk néhány R/D-mutatót, amelyet számítássorozatunkban előállítottunk.

A táblázat jelzi a differenciális mutatók rendkívüli érzékenységét a következő tényezőkre:

A) Mindenekelőtt a célfüggvényre. Ez egyértelműen leolvasható a táblázatról. Érthető módon akkor a „legolcsóbb" a rubel a dollárhoz képest, amikor a dollármérleg javítását tekintjük fő célnak. Érdekes viszont, hogy az R/D-mutató nem rubeloptimalizálás esetén a legalacsonyabb, hanem a hazai ráfordítások (beruházások és még inkább az élőmunka) minimalizálása

28.6. táblázat

Rubel/dollár differenciális mutatók

Sorszám	Az R/D mutató értéke	Célfüggvény	A mutató előállításának módja
1.	20	Dollároptimalizálás	Rubelegyenleg árnyékárának reciprokja
2.	15,62	Dollároptimalizálás	Növekményhányados, rubelegyenleg 150 millióról 100 millióra csökkentve
3.	6,09	Dollároptimalizálás	Növekményhányados, rubelegyenleg 178,6 millióról 150 millióra csökkentve
4.	5,88	Rubeloptimalizálás	Dolláregyenleg árnyékára
5.	2,89	Beruházásminimalizálás	Dollárárnyékár per rubelárnyékár
6.	2,70		
7.	1,97		
8.	1,73		
9.	1,73	Beruházásminimalizálás	Dollárárnyékár per rubelárnyékár. Létszámkeret a 7 programban fokozatosan csökken
10.	1,37		
11.	1,36		
12.	1,33		
13.	1,33	Létszám-minimalizálás	Dollárárnyékár per rubelárnyékár

esetén. Utóbbi feladatok előtérbe állítása fokozottan „rivalizál" nemcsak a dolláregyenleg, hanem erőteljesebb mértékben a rubelegyenleg javításával is; ez teszi a rubelt viszonylag „drágábbá" a dollárhoz képest.

B) Az R/D-hányados érzékeny a kötelező fizetési mérlegegyenlegekre. Minél alacsonyabb az előírt rubelegyenleg, annál „olcsóbb" a rubel a dollárhoz képest.

C) A táblázat 5—12. sorából kitűnik: az R/D-hányados érzékeny a létszámkeretre is. Minél inkább akarunk takarékoskodni az élőmunkával, annál drágábbá válik a rubel a dollárhoz képest.

A beruházások minimalizálása és némileg megszorított létszámkeret esetén (azaz a táblázat 8—10. sora körül) kerül az R/D arány közel a hivatalos devizaárfolyamok 1:1,5-ös arányhoz.

Nem szeretném ezen a helyen előbbi megállapításainkat elemezni sem az árelmélet, sem az árképzési gyakorlat szempontjából. Megelégszem csupán tapasztalataink konstatálásával: annak hangsúlyozásával, hogy *a differenciális mutatók érzékenyen reagálnak a gazdaságpolitika irányvonalára, a terv „kívülről", exogén módon megadott fő előirányzataira. (Akár célfüggvény, akár korlát formájában adják is meg ezeket az irányszámokat.)*

28.11. Az eszközlekötési tényezőről

A népgazdasági programozás fényében szeretnék röviden visszatérni azokra a gondolatokra, amelyeket a könyv első kiadásában a 18. fejezetben az eszközlekötési tényezőről elmondottunk. Kiindulópontunk egyfelől a 18.2. elméleti megállapítás (lásd a 195. oldalt), illetve mindazon feltevések, amelyeket e megállapítások bizonyításához felhasználtunk. Másfelől, a számszerűsítés céljaira a népgazdasági modellel végzett, a 28.4. pontban már ismertetett számítássorozatot vettük igénybe. Itt a célfüggvény a beruházási erőforrások felhasználásának minimalizálása volt. A korlátvektort általában a hivatalos tervből vettük át. Diszkrét paraméteres programozást végeztünk a létszámkerettel.

A 18. fejezet menetének megfelelően, itt most egy pillanatra feltételezzük, hogy „kétcsatornás" árrendszert képzünk. Az eszközlekötési tényező és a bruttó bértarifa aránya legyen egyenlő a K és L közötti helyettesítés differenciális arányával. Jelöljük az így kapott kalkulatív eszközlekötési tényezőt γ-val, a kalkulatív bértarifát pedig ω-val. Utóbbi magában foglalja a nominálbéreken kívül a bérrel arányos illetményadót és közterhet is. Képletben:

$$\frac{\gamma}{\omega} = \left.\frac{\frac{dY}{dK}}{\frac{dY}{dL}}\right|_{Y=\text{const.}} = \frac{1}{r} \tag{28.7}$$

Tekintsük ω-t adottnak és ismertnek. Az 1970. évi terv szerint becslése: 28 000 Ft/fő/év.

A (28.7) összefüggést γ-ra megoldva:

$$\gamma = \frac{\omega}{r} = \frac{28\,000}{r} . \tag{28.8}$$

Az r helyettesítési differenciális arányra két adatsor áll rendelkezésre: az árnyékárak és a növekményhányadosok. Mindkettő a 28.5. táblázatban található. Az ott közölt számokat felhasználva, s a (28.8) képletbe helyettesítve, kaptuk meg a 28.7. táblázatban közölt kalkulatív eszközlekötési tényezőket.

Gondolatmenetünk nagyon sok erős absztrakción alapul. Ezért óvakodnunk kell attól, hogy messzemenő következtetéseket vonjunk le az előbbi számításokból. A táblázatból azonban, ha csak igen nagy fenntartásokkal is, levonhatók a következő tanulságok.

Az aránylag legmagasabb létszámkeret mellett, azaz a táblázat első soraiban meghökkentően magas az eszközlekötési tényező. Ez arra vall, hogy a létszámhoz viszonyítva relatíve igen szűkös a beruházási keret.

A létszámkeret kb. 5%-os csökkentése és a beruházási keret kb. 10%-os emelése esetén csökken az eszközlekötési tényező valamilyen „normális" szintre: az 5—6. sorban éri el a 15—20%-os nagyságot. Ez azt a gazdaságpolitikai következtetést sugallja, hogy a hivatalos program létszámkeret—beruházási keret kombinációja nem szerencsés. Ha csak ennyi a beruházás, akkor a létszám túl sok; *a rendelkezésre álló munkaerőt nem foglalkoztatjuk kellő hatékonysággal.* A hatékonyabb foglalkoztatáshoz, ami „normálisabb"

arányhoz, reálisabb eszközlekötési tényezőhöz vezetne, kellő strukturális átalakításokat biztosító beruházások kellenek.

Figyelemre méltó, hogy a helyettesítési differenciális arány nagyon érzékenyen reagál a foglalkoztatottság és felhalmozás arányaira. Ez most, az eszközlekötési tényező kapcsán, újra alátámasztja a már korábban is kiemelt

28.7. táblázat

Eszközlekötési tényezők becslése

Sorszám	Létszám		Eszközlekötési tényező %-ban	
	ezer főben	%-ban hivatalos program= =100	növekményhányados alapján	árnyékárak alapján
1.	1592,2	90,5	47,1	40,0
2.	1576,1	89,5	36,6	35,9
3.	1560,0	88,6	34,7	33,3
4.	1543,9	87,7	33,5	33,3
5.	1527,8	86,8	21,8	14,6
6.	1511,8	85,9	14,3	13,9
7.	1507,4	85,6	2,3	0,43

gondolatot: mind a primális tevékenységi program, mind a duális árnyékárrendszer szorosan függ az általános gazdaságpolitikai irányvonaltól, s nincsenek attól független, stabil „belső" arányai.

28.12. Az árnyékárak az összevont programozási modellben

A 28.9—28.11. szakaszokban az 1966—1970. évekre vonatkozó nagy népgazdasági programozási modell árnyékárairól volt szó. Az elmondottak kiegészítésére röviden ismertetem egy másik, ezzel egyidejűleg végzett kutatásnak az árnyékárakkal kapcsolatos néhány tapasztalatát.[17]

Ebben az esetben egy aránylag összevont, 18 ágazatra tagolt lineáris programozási modellel számoltunk. A kis, 74 korlátozó feltételből és 78 tevékenységváltozóból álló modell az előbbiekben leírt kétezer egyenletes nagy modell kiegészítésére szolgált. Éppen kis méretei tették lehetővé, hogy gyors, könnyen áttekinthető számítássorozatot végezzünk a tervezők számára. Eltekintek a modell ismertetésétől, annál is inkább, mert továbbfejlesztett, többperiódusos változatáról a 29.5. szakaszban lesz szó. Itt kizárólag a modellel számított árnyékárakkal foglalkozom.

A számítássorozat keretében 43 tervvariánst határoztunk meg. Ezek közül kiemeltünk nyolcat, amelyeket „tiszta variánsoknak" neveztünk. Ezek ugyanis éles profillal reprezentálnak egy-egy általános gazdaságpolitikai alternatívát. Eltérésüket részben más-más célfüggvény előírásával, részben pedig

[17] A kutatást a szerző és *Dániel Zs.* (korábbi nevén *Újlaki Zs.*) végezte. Az eredményeket a [233], [234] és [272] tanulmányokban publikáltuk.

egyik-másik gazdaságpolitikailag kiemelkedően fontos feltételi korlát nagyságának erőteljes módosításával értük el. Noha a 8 tiszta variáns határozottan különbözik egymástól, mindegyik józan, gyakorlatilag megvalósítható politikát fejez ki. Elemzésünk céljaira kiszámítottuk a 8 tiszta variáns optimális relatív árnyékárainak átlagát és az átlag körüli relatív szórást (azaz a szórás

28.8. táblázat

Az árnyékárak relatív szórása az összevont modellben

Az árnyékár tartalma	Relatív szórás %-ban
A végső felhasználásra adott ágazati kibocsátás alsó korlátjának árnyékára	
Az ágazat neve: Szénbányászat	39,93
Egyéb bányászat	46,31
Villamosenergia-ipar	54,83
Kőolajipar	48,21
Alumíniumipar	39,02
Kohászat	36,11
Vegyipar	21,43
Gyógyszeripar	30,07
Gépipar	12,78
Textilipar	33,47
Egyéb könnyűipar	36,85
Építőanyag-ipar	36,59
Élelmiszeripar	0
Egyéb ipar	42,99
Építőipar	30,59
Mezőgazdaság	35,86
Szállítás és hírközlés	46,43
Belkereskedelem	45,82
A fő erőforrások árnyékárai	
Az erőforrás neve: Állóalap	29,12
Tőkés importgép	13,34
Nem mezőgazdasági összes létszám	57,45
Mezőgazdasági férfilétszám	74,17

és az átlag hányadosát, a variációs együtthatót). Az eredményeket a 28.8. táblázat közli. A táblázat a rövidség kedvéért nem tartalmazza valamennyi árnyékárat, így pl. nem szerepelnek benne a külkereskedelmi, piaci korlátok árnyékárai.

Önkényes osztályközökbe sorolás alapján tekintsük a 20%-osnál kisebb relatív szórással rendelkező árnyékárakat „viszonylag nem érzékenyeknek", a 20—50%-osakat „közepesen érzékenyeknek", az 50%-osnál nagyobbakat pedig „nagyon érzékenyeknek".

Mindössze egyetlen végső felhasználási árnyékár — a gépiparé — tekinthető viszonylag nem érzékenynek, elég stabilan alacsonynak. Még stabilabb a gépipari szocialista exportkorlát árnyékára.

A legtöbb végső felhasználási árnyékár közepesen érzékenynek, a legtöbb külkereskedelmi korlát árnyékára pedig nagyon érzékenynek bizonyult.

Figyelemre méltóak az erőforrások árnyékárai: csupán a tőkés importgép árnyékára mutatkozott viszonylag nem érzékenynek. Az állóalap árnyékára közepesen, a létszámkereteké pedig nagyon érzékeny volt.

Összefoglalóan elmondható: *az árnyékárrendszer relatív arányai érzékenyek mind a célfüggvény megválasztására, mind a gazdaságpolitikailag fontos feltételi korlátok módosításaira.*

29. Az ötéves tervezés matematikai programozása — Áttekintés az 1969—1971. évekről

29.1. Az áttekintés felépítése

Az előző fejezetben részletesen leírtam az 1966—1970. évekre vonatkozó, a III. ötéves terv kidolgozásához kapcsolódó első kísérleti népgazdasági programozást. Ez magában foglalt mind ágazati, mind pedig népgazdasági szintű számításokat. A most következő fejezet áttekintést ad azokról a modellekről és számításokról, amelyek az előbbi kísérlet folytatásának tekinthetők.

A „folytatás" szót eléggé lazán értelmezem. Az előző fejezetekben leírt kutatást a szerző közvetlenül irányította, míg a jelen fejezetben ismertetésre kerülő vizsgálatokat mások irányították, és a szerző legfeljebb tanácsadóként működött közre egyikben-másikban. Egyetlen esetben sem került sor a korábbi ágazati vagy népgazdasági modell egyszerű megismétlésére. Az új modellek igyekeztek kijavítani a régiek gyengéit, alkalmazkodni az új körülményekhez. Mindegyik magán viseli a modellek építőinek egyéni kézjegyeit. Ennek ellenére talán jogosult a „folytatás" kifejezés használata, több okból.

Egyrészt: az újabb modellek szerkesztőinek nagy része a korábbi fejezetekben leírt kutatások „gárdájából", legaktívabb közreműködői közül került ki. Munkáját azokra a pozitív és negatív tapasztalatokra építette, amelyeket az első kísérleti népgazdasági programozás és a korábbi ágazati programozások közben szerzett.

Másrészt: az eltérések ellenére az újabb modellek sok alapvető vonásban (pl. az idő kezelésében, a beruházás és a termelés kapcsolatának kezelésében, a technológiai alternatívák figyelembevételében, a külkereskedelem modellezésében stb.) hasonlítanak a régiekhez.

A következőkben kizárólag a *középtávú* ötéves tervezéshez, az 1971—1975. évi IV. ötéves terv kidolgozásához kapcsolódó modellek megvilágítására szorítkozom. Az elmúlt években megkezdődött az 1971—1985. évekre vonatkozó *hosszú távú* terv előkészítése, s ennek keretében sokféle matematikai módszert használnak fel. E munkák még nem fejeződtek be. Érdemleges tárgyalásuk olyan problémákhoz vezetne, amelyet a könyv korábbi fejezetei nem érintettek. Ezért célszerűbbnek látszik, ha a jelen áttekintésben nem térek ki a tizenötéves terv matematikai modellezésére.

Kizárólag matematikai programozási modellekről lesz szó. Más matematikai módszerekkel, jelentőségük elismerése mellett, nem foglalkozunk.

A 29.2. szakasz tárgya az új ágazati programozások.

A 29.3—4. szakasz az Országos Tervhivatal „nagy", igen részletesen bontott egyperiódusos modelljével, a 29.5. szakasz pedig egy aránylag összevontabb, többperiódusos modellel foglalkozik.

A 29.6. szakasz egy újfajta elemzési technikát tárgyal: a programozás számszerű eredményei alapján matematikai-statisztikai módszerekkel becsültük különböző makrofüggvények paramétereit.

29.2. Ágazati programozások[1]

Az 1966—1970-es kísérleti népgazdasági és ágazati programozások befejezése után több területen ismét hozzáláttak ágazati modellek összeállításához. Főként a kohó- és gépiparban, az építő- és építőanyag-iparban és a könnyűiparban végeztek figyelemre méltó munkát. E kutatások fő jellegzetességeit a 29.1. táblázat tekinti át a következő oldalon.

Amint az a táblázatból is kiderül, a számítások joggal tekinthetők a könyv 5., 6. és 28. fejezetében leírt ágazati modellek folytatásának. Az új modellek szerkezete (a változók, a korlátozó feltételek és a célfüggvények közgazdasági tartalma, az idő kezelése, az alkalmazott mértékegység stb.) többnyire rokon az „elődökével". Néhány fontos vonatkozásban a modellek továbbfejlődtek a korábbi ágazati számításokhoz képest.

— Egyik-másik modellbe beépítették a termelést, a beruházást, az exportot és az importot reprezentáló reálváltozók mellé pénzügyi változókat is. (Ezekről majd később, az új nagy népgazdasági modell ismertetésekor részletesen lesz szó.) Egyes modellekben megjelent egyik célfüggvényként a vállalati nyereség maximalizálása.

— Ellentétben a korábbi modellekkel, amelyek egy-egy ágazatnak csupán meghatározott hányadát képviselték, ezek most teljes körűek, átfogják az egész ágazatot.

— Több modellben a naturális mérés mellett megjelent az értékbeni mérés is.

— Különösen figyelemre méltó az építőipari modell adatainak megalapozása. (A táblázat nem tér ki erre.) A szakértők az építőiparban a nem matematikai tervezés céljaira évek óta részletes naturális és költségvetési normatívákat dolgoznak ki. A modell szerkesztői a sok tízezer normatívát számítógépi „adatbankban" helyezték el s megfelelő kiegészítő gépi számításokkal ezekből képezték a modellben szereplő technológiai alternatívák együtthatóit.

Miközben egyes vonatkozásokban előrehaladt, más szempontból megrekedt, sőt kifejezetten visszafelé lépett az új ágazati programozások módszertana.

Könyvemben beszámoltam arról, hogy — ha népgazdasági szinten nem is, de legalább ágazati szinten — sikerült előbbrejutni a legegyszerűbb determinisztikus lineáris programozási modellekhez képest. Így például a műszálipari modellben nem lineáris célfüggvényt s a bizonytalansággal kapcsolatos problémák reprezentálására „biztonsági programozást" alkalmaztunk. (Lásd a 6. és 14. fejezetet.) Ezen a téren az újabb ágazati számítások nem mutatnak semmi fejlődést, hiszen mindegyik szokványos lineáris programozás.

Különösen lehangoló, hogy tökéletesen megszűnt az ágazati programozások kapcsolata a központi modellekkel. Noha mind az ágazati modellekben, mind pedig a 29.3—4. szakaszokban ismertetésre kerülő központi nagy modell-

[1] E szakasz anyagának összeállításában *Farkas K.* volt segítségemre.

29.1. táblázat

Az újabb ágazati programozások áttekintése

Ismérvek \ Ágazat	Kohó- és gépipar	Építő- és építőanyag-ipar	Könnyűipar
1. Milyen iparágakra terjedt ki	Három különálló modell: 1. Vaskohászat 2. Járműipar 3. Gépipar A modell teljeskörűen fogja át az ágazatot	Egy modell az egész ágazatra A modell teljeskörűen fogja át az ágazatot	10 iparági modell a könnyűipar minden iparágára A modell teljeskörűen fogja át az ágazatot
2. A modell típusa	Szokványos lineáris programozás	Szokványos lineáris programozás	Szokványos lineáris programozás
3. Lényeges változások a könyv 5., 6. és 28. fejezetében ismertetett ágazati modellek szerkezetéhez képest	Beruházások korlátozása pénzügyi források szerint is, a célfüggvények között szerepel nyereségmaximalizálás is	Hitelváltozások és hitelfeltételek. Mérés nemcsak természetes mértékegységben, hanem értékben is	Pénzügyi változók és feltételek a finanszírozás, a nyereségfelhasználás és a jövedelemszabályozás leírására
4. Megjelennek-e a modellben a „többszintűség" elemei?	Igen. Felső szint: iparág Alsó szint: vállalat A vállalati modellek alkotják az ágazati modellek egyik adatforrását	Igen	Igen. Felső szint: minisztérium Alsó szint: iparág
5. Volt-e kapcsolat az OT új nagy modelljével? (Ismertetését l. a 29.3—4. szakaszban)	Az OT-modellhez felhasználták az ágazati modellek egyes adatait	Nem	Nem

6. Honnan vették az ágazatok a népgazdaság többi részével összefüggő feltételi korlátokat?	A minisztériumtól (az Országos Tervhivatallal nem tisztázták)	Főképpen a minisztériumtól, a beruházási kereteket megbeszélték az Országos Tervhivatallal is	A minisztériumtól
7. Végeztek-e numerikus számításokat?	Igen. Több variáns készült	Igen. Több variáns készült	Csak az első kísérleti számításokat végezték el. A modell nincs bejáratva
8. Megvitatták-e a zárójelentést a gyakorlati tervezőkkel?	Igen	Nem	Igen
9. Volt-e a számításnak hatása a tényleges tervek kialakítására?	Igen	Nem	Nem
10. Instuticionális háttér	A Kohó- és Gépipari Minisztérium Távlati Fejlesztési Főosztálya rendelte meg a Kohó- és Gépipari Minisztérium Iparági Szervezési és Számítástechnikai Intézettől	Az Építésügyi és Városfejlesztési Minisztérium rendelte meg az Építőipari Számítástechnikai és Ügyvitelgépesítési Vállalattól	A Könnyűipari Minisztérium Iparfejlesztési Főosztálya rendelte meg a Könnyűipari Szervezési Intézettől
11. A kutatás irányítói	Induláskor: *Filep Gy.* Később: *Varga J.* és *Weér B.*	*Filep Gy.* és *Dicker M.*	*Szabó L.*
12. Publikációk	[273]	[209], [210]	[260]

ben aktív szerepet játszottak az 1966—70-es kísérleti többszintű tervezés egykori munkatársai, most mégis egymástól elszakadva végezték munkájukat. Itt csak megemlítem a tényt; elemzésére majd a későbbiekben térünk vissza.

A Kohó- és Gépipari Minisztériumban érdekes kísérletet folytattak, hogy legalább a minisztériumon belül építsenek ki egy speciális kétszintű modellrendszert. A 28. fejezetben leírt minisztériumi modellhez hasonló (ebben az esetben: kohó- és gépipari) modell szerkesztésére ugyan nem törekedtek, de a három iparági modell „alá" még egy szintet próbáltak kiépíteni. Minisztériumi kezdeményezésre 51 vállalati ötéves tervmodell készült. Ezek adatanyagát felhasználták a három iparági modellhez. Ez azonban nem vált igazán kétszintű tervezéssé: nem volt kétirányú információáramlás a felsőszintű három iparági modell és az alsószintű 51 vállalati modell között.

A könnyűiparban eredetileg az volt az elképzelés, hogy egy kétszintű modellrendszert dolgoznak ki, mégpedig teljes összhangban a 28. fejezetben leírt szerkezettel. Az alsó szintet 10 iparági modell alkotná, a felső szintet pedig a 10 iparágat összefogó minisztérium, azaz gyakorlatilag a Könnyűipari Minisztérium. Sajnos azonban az elképzelést nem sikerült teljesen megvalósítani.

A legsúlyosabb negatívum: noha mindhárom területen a minisztériumok anyagilag messzemenően támogatták a kutatást, a számítások igazi gyakorlati felhasználására két minisztériumban nem került sor. A kohó- és gépiparban legalább alaposan megvitatták az eredményeket, s talán többé-kevésbé felhasználták a későbbi tervdöntésekben is. A másik két ágazatban ezt nem szervezték meg.

Az említett példákon túlmenően, általánosabb érvénnyel elmondhatjuk: a matematikai tervmodellek nagy részét ma is még tudományos kutatók kezdeményezésére állítják össze Magyarországon. Igaz, a hivatalos intézmények hajlandók nagyvonalúan finanszírozni a kutatásokat. A munka zöme azonban a hivatalos apparátuson kívül folyik. Egy saját presztizsére adó hatóság státusszimbólumai közé tartozik, hogy legyen elektronikus számítógépe és matematikai modellje. A matematikai tervezés igazi szerves beépüléséről azonban még nem beszélhetünk.

Néha, kivételesen, kedvezőbb a helyzet. Első látásra azt mondhatnánk: a kulcskérdés az, hogy akad-e olyan magas állású tervező funkcionárius, aki nemcsak állami pénzzel hajlandó támogatni a matematikai tervezést, hanem őszintén érdeklik, izgatják a számítási eredmények is, s azokat valóban fel akarja használni saját munkájában. Ha egy-egy miniszterhelyettes, főosztályvezető személyében igazi munkatársat találunk, akkor az ő segítségével sikerül egy-egy modell erejéig „betörni" a hatóság kapuján. Ez a behatolás azonban ma még nagyon erősen kötődik személyekhez, nem pedig a gazdasági apparátus munkastílusához.

29.3. Az ötéves terv természetbeni, értékbeni és pénzügyi folyamatainak programozási modellje — A „nagy modell"

Az Országos Tervhivatalban az 1971—1975-re vonatkozó ötéves terv kidolgozásához kapcsolódva, nagyszabású lineáris programozási modellt szerkesztettek. A munka méretét jelzi, hogy a modell összesen 3025 korlátozó feltételt és 2979 tevékenységváltozót tartalmazott, tehát még nagyobb méretű

volt, mint a 28. fejezetben leírt modell. A továbbiakban röviden nagy modellnek nevezzük, illetve elődjével összehasonlítva *új* nagy modellnek. A korábbi, az 1966—1970-es tervhez kapcsolódó kísérleti népgazdasági programozást *régi* nagy modellként említjük majd.

Az új nagy modell összeállítását irányító kutatócsoport részben a terv összeállításáért felelős tervhivatali részleg, az ún. közgazdasági főosztály munkatársaiból, részben pedig a Tervgazdasági Intézet tudományos kutatóiból tevődött össze.[2] A munka minden fázisában aktívan közreműködött az OT apparátusa, az adatok szolgáltatásától kezdve az eredmények értékeléséig; bár ugyanakkor a modell szerkesztése és a számítási munka zöme a kutatókra hárult. Ez komoly előrehaladást jelentett a régi modellhez képest, amikor a munka jó részét a Tervhivatalon kívül végeztük.

Az új modell számos lényeges vonásában hasonlított a régihez.

— Most is az ötéves terv záróévének termelési struktúráját határozta meg a program. Az ötéves tervperiódus során végrehajtandó beruházási akciókat indirekt módon írja elő, a záróévi termelőkapacitások programjának meghatározásával. Az ötéves perióduson belüli beruházási akciók időbeni ütemezését ez a modell sem számította ki.

— Az új modell a régihez hasonlóan kezeli a külkereskedelmet.

— Mindazok a gazdasági összefüggések, amelyek korlátozó feltételek és célfüggvények formájában a régi modellben megjelentek, általában szerepelnek az újban is, többé-kevésbé hasonló szerkezettel.

— Az új modell szerkesztői is követték azt a korábbi számítási gyakorlatot, hogy nem kötötték magukat sem egyetlen kitüntetett célfüggvényhez, sem a feltételi korlátok egyetlen rögzített értékéhez. Számításssorozatot kívántak lebonyolítani alternatív tervvariánsok kiszámítására.

Az új modell összeállításánál sikerült néhány nagyon lényeges kérdésben előrehaladni a régihez képest. Csupán a három legfontosabb vívmányt említem a változtatások közül.

1. Természetes mértékegységben és értékben mért mutatószámok. A régi modell a termelés nagy részét természetes mértékegységekkel mérte. Csak azoknál a termékeknél alkalmazott értékbeni mérést, amelyekre a természetes mértékegység gyakorlatilag nem alkalmazható. A modellben összesen 491 termék szerepelt; mindegyiket külön-külön termékmérleg allokálta. A modell azonban nem *összesítette* a 491 termék termelését értékbeni mutatókkal. Ennek megfelelően nem is szerepeltek a számításban olyan aggregált mutatószámok, mint a nemzeti jövedelem vagy a bruttó termelési érték stb.

A régi nagy modellel egy időben készült a Tervhivatalban egy másik közepesen aggregált programozási modell, amely viszont kizárólag értékben számolt, és természetes mértékegységben nem. (Erről volt szó a 28.12. szakaszban.)

Az új nagy modell szerkesztői azt a célt tűzték maguk elé, hogy most egyetlen számításban egyesítsék a kétféle mérést. A modellben jelenjenek meg mind a legfontosabb termékek természetes mértékegységű előirányzatai, mind pedig aggregáltabb, értékben mért mutatószámok. A modellen belül formalizált, endogén kapcsolatot teremtettek az előirányzatok e két csoportja között.

[2] A kutatást *Báger G., Morva T.* és *Szabó L.* irányították. A számítás modelljét és eredményeit a [201], [202] és [214] munkákban publikálták. Az élelmiszer-gazdasági ágazati számításról lásd még *Jónás A.— Vágó J.* [219] cikkét.

A modell a termelést háromféle aggregációs fokozatban írja le.

13 koordinációs ágazat.[3] Ez a termelésnek egy-egy szélesebb szférája. A termelés volumenét értékben mérjük. Az i-edik koordinációs ágazat termelését v_i-vel jelöljük.

63 szakágazat. Ez mélyebb tagolású bontás, amely — az ipar területén — a szokásos iparági bontást követi. A termelés volumenét itt is értékben mérjük. A szakágazatok egy-egy csoportjának termelését egyszerűen összegezve, megkapjuk a koordinációs ágazat termelését. Az i-edik koordinációs ágazat j-edik szakágazatának termelését jelöljük v_{ij}-vel:

$$v_i = \sum_{j=1}^{n_i} v_{ij}, \qquad i = 1, \ldots, 13, \tag{29.1}$$

ahol

n_i = az i-edik koordinációs ágazat szakágazatainak száma.

A modell későbbiekben ismertetésre kerülő pénzügyi változói a szakágazati termelési változókhoz kapcsolódnak.

207 kiemelt termék. Ezek a legfontosabb termékek, amelyeket — a hagyományos tervmérlegrendszert követve — 207 természetes mértékegységben mért termékmérleg allokál. A kapcsolatot a szakágazati termelési változókkal a következő aggregáló egyenlet biztosítja:[4]

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{m_{ij}} \alpha_{ijk} s_{ijk} v_{ijk} + r_{ij}, \qquad \begin{matrix} i = 1, \ldots, 13; \\ j = 1, \ldots, n_i, \end{matrix} \tag{29.2}$$

ahol v_{ijk} = az i-edik koordinációs ágazat j-edik szakágazata k-adik kiemelt termékéből előállított termelési volumen, természetes mértékegységben mérve. Az ún. „teljes keresztmetszetű termelést" adja meg. Azt mondja meg tehát, hogy a szakágazat összesen mennyit termel a szóbanforgó termékből, tekintet nélkül arra, hogy a terméket az előállító vállalaton belül vagy kívül használták-e fel.

α_{ijk} = az értékesítési hányad. Megadja, hogy a k-adik termék teljes keresztmetszetű termelésének hányadrésze kerül vállalaton kívül értékesítésre. A vállalaton belül felhasznált rész ugyanis nem adódik hozzá a szektor összes x_{ij} termelési *értékéhez*. Csupán a vállalaton kívül felhasznált, értékesített rész számít bele az x_{ij} képzésébe.

s_{ijk} = a k-adik termék átlagára. A „termék" fogalma általában egy sokféle konkrét gyártmányból összetett termékcsoportot takar. Így tehát az s_{ijk} rendszerint nem egyetlen gyártmány egységára, hanem az egységáraknak a termelés szerint súlyozott átlaga.

m_{ij} = az i-edik koordinációs ágazat j-edik szakágazatába tartozó kiemelt termékek száma.

[3] A „koordinációs ágazat" és a „szakágazat" elnevezések az Országos Tervhivatalban használatosak. Az aggregációs fokozatok tagolása az OT-ban szokásos bontást követi.

[4] A (29.2) egyenlet leírásakor — az ismertetés egyszerűsítése kedvéért — eltekintettünk attól, hogy a tényleges modell a termelési érték kiszámításakor speciális módon vette számításba az exportkibocsátást.

r_{ij} =az i-edik koordinációs ágazat j-edik szakágazatának reziduális termelése (az ún. „egyéb termelés"), értékben mérve. Ez mindazokat a tevékenységeket összegezi, amelyeket a szakágazat a m_{ij} számú kiemelt termék előállításán kívül folytat.

A modell változói között szereplő egyedi beruházási akciók általában a természetes mértékegységben számba vett kiemelt termékek előállításához kapcsolódnak.

Az α_{ijk} értékesítési hányad és az s_{ijk} átlagár becslése nehéz feladat volt, hiszen nagyságuk sok területen eléggé ingatag. A nehézségek ellenére is az összekapcsolásnak a (29.2) egyenletben leírt módszere eredményesnek bizonyult.

2. Teljeskörűség. A régi nagy modell nem volt teljeskörű. Egyrészt egyes ágazatok teljesen hiányoztak a modellből. Másrészt a változókkal képviselt ágazatokban is csupán a kiemelt termékek szerepeltek. E kétféle hiányt — megfelelő konstansokkal — az ún. külső szféra képviselte.

Ezzel szemben az új nagy modellt sikerült teljeskörűvé tenni. Egyrészt: a magyar termelés valamennyi koordinációs ágazata, illetve szakágazata képviselve van. Másrészt: egy-egy szakágazaton belül — amint az a (29.2) egyenletből is kitűnik — reziduális változó fejezi ki a kiemelt termékek által nem reprezentált tevékenységeket. A modell speciális korlátozó feltételekkel védekezett az ellen, hogy a tulajdonképpen nehezen „megfogható", input-output koefficiensekkel csak bizonytalanul jellemezhető reziduális változók irreálisan nagy vagy kicsi értéket vegyenek fel, s aránytalan nagyságuk „optimalizálja" a programot. A reziduális változók vagy konstans, vagy a szakágazat aggregált termelésével arányosan változó korlátot kaptak.

3. Pénzügyi változók és összefüggések. Az új nagy modellnek talán leglényegesebb, legérdekesebb újítása a régivel szemben az volt, hogy nagyszámú pénzügyi változót vettek figyelembe, s megfelelő egyenletekkel írták le e változók kapcsolatait egymással és a fizikai folyamatokkal, a termeléssel, a fogyasztással és a forgalommal. A pénzügyi változókat — mint már említettem — a 63 szakágazat szerint tagolták. A teljesség igénye nélkül felsoroljuk a legfontosabbakat:

költségváltozók

anyagköltség,
bérköltség,
közteher (adó),
amortizáció,
állóeszköz-járulék,
forgóeszköz-járulék,
egyéb költség,
nyereség;

a finanszírozással kapcsolatos változók

vállalati pénzügyi forrásból fedezett beruházási kiadások,
bankhitelből fedezett beruházási kiadások,
állami költségvetésből fedezett beruházási kiadások,
forgóalaphitel,
külföldi hitel,
vállalati tartós betét (megtakarítás);

jövedelemszabályozási változók[5]

vállalatfejlesztési alap (fő forrása a vállalati nyereségnek a vállalatnál beruházási célokra visszamaradó része),
részesedési alap (a vállalati nyereségnek egyéni jövedelemként kioszthatő része),
állami támogatás (az állami költségvetés terhére történő hozzájárulás a vállalat költségeihez).

Az említett változók és a modell más változói szerepelnek a pénzügyi összefüggéseket leíró egyenletekben. Néhány példát említünk.

— A költségvetés terhére folytatott ún. állami beruházások pénzügyi felső korlátja.

— A vállalati beruházások finanszírozási igényeinek és pénzügyi forrásainak mérlege.

— A vállalati nyereség definíciós egyenlete, azaz a termelésből eredő bevétel és a költségek különbségének levezetése.

— A vállalatfejlesztési alap és a vállalati nyereség összefüggése.

— A vállalati nyereség felosztása adóra, vállalatfejlesztési alapra és részesedési alapra, azaz személyi jövedelemre.

— A lakosság pénzbevételeinek és pénzkiadásainak mérlege. Ezzel kapcsolatban a programtól függő, változó tételek a bevételi oldalon: a bérjövedelem és a részesedési alap. A változó tétel a kiadási oldalon: a termékmérlegek jobb oldalán szereplő, a fogyasztásnak alsó korlátot szabó „kötelező fogyasztáson" felüli többletfogyasztás. Ez utóbbi maximalizálása szerepel célfüggvényként a számítások egy részében.

— Az állami költségvetés mérlege. Itt nem az egész költségvetés, csupán annak a programtól függő tételei szerepelnek változóként. A bevételi oldalon: a vállalatok adóbefizetései és eszközlekötési járulékai. A kiadási oldalon: a költségvetés terhére finanszírozott beruházások.

A modell pénzügyi egyenleteinek egyes paraméterei (mind az együtthatók, mind pedig az egyenlet jobb oldalán szereplő feltételi korlátok) a vállalati tevékenységek és a jövedelemelosztás ún. s z a b á l y o z ó i t fejezik ki. Ide sorolhatók az adókulcsok, részesedési kulcsok, eszközlekötési tarifák, a vállalati betétekért kapott kamat és a beruházási hitelekért adott kamat kamatlába, különböző pénzügyi keretek és így tovább.[6]

A modellel végzett számítások során összesen négyféle célfüggvényt alkalmaztak:

a) a „kötelező" színvonalon felüli többletfogyasztás maximalizálása. A többletfogyasztás struktúráját, termékek, illetve szakágazatok szerinti összetételét előre rögzítették;

b) a tőkés külkereskedelmi mérleg pozitív egyenlegének maximalizálása;

[5] A költségváltozók között már említett bérköltség egyúttal lakossági bérjövedelmet jelent. Ezért itt a jövedelemszabályozási változók között nem szükséges említenünk.

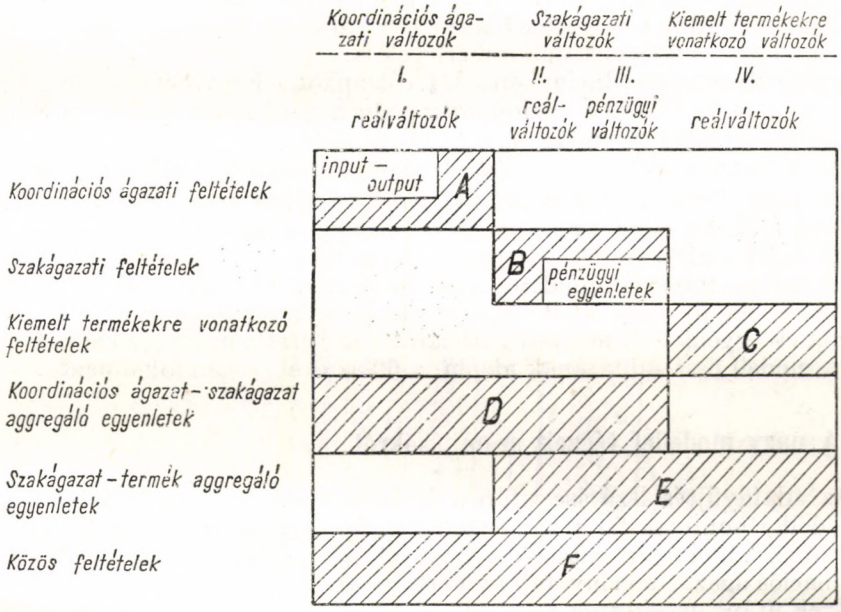
[6] A „szabályozó" elnevezés az 1968. évi magyar gazdaságvezetési reform előkészítése során terjedt el. A reform előtt a kormány főképp utasításokkal szabályozta a vállalat tevékenységét. A reform után is a vállalati tevékenység befolyásolására törekszik, de most főként pénzügyi jellegű eszközöket használ fel erre a célra. Ez utóbbiakat nevezik pénzügyi „szabályozóknak". Számottevő részük megjelenik a modell pénzügyi egyenleteinek paraméterei között.
A magyar gazdaságvezetési reformról még szó lesz a fejezetben.

c) a szocialista külkereskedelmi mérleg pozitív egyenlegének maximalizálása;

d) a vállalati nyereségek összegének maximalizálása.

A modell szerkezetének megértését kívánja elősegíteni a 29.1. ábra, a modell együtthatómátrixának sémája. Itt most nem a koordinációs ágazatok vagy szakágazatok szerint rendezzük a változókat és feltételeket, ahogy azt például a 28.1. ábrán tettük, hanem ettől eltérő módon tagoljuk.

Vegyük előbb az oszlopok elrendezését. Négy oszlopköteget látunk az aggregáció fokozatának, illetve a változók tartalmának megfelelően. Az I. kötegben a koordinációs ágazati bontású reálváltozók (azaz termelési, beru-



29.1. ábra
Az új nagy modell sémája

házási és külkereskedelmi változók), a II. és III. kötegben a szakágazati bontású változók szerepelnek. Ezen belül a II. kötegben találhatók a reálváltozók, a III. kötegben a pénzügyi változók. Végül, a IV. kötegbe soroltuk a kiemelt termékekre vonatkozó reálváltozókat.

A sorok megfelelő elrendezésével hat blokkot alakítottunk ki. Az ábrán ezeket betűkkel jelöltük és keresztbe csíkoztuk. E blokkokon kívül a mátrix minden eleme 0.

A-blokk. Itt találhatók azok a mérlegegyenletek, amelyekben kizárólag koordinációs ágazati bontású változók szerepelnek. Ennek egyik alblokkja, amelyet az ábrán külön kiemeltünk, egy 13×13-as termelési input-output tábla. Ennek segítségével végzi el a modell a termelés ún. „értékbeni koordinációját". (Lásd erről a könyv 1. fejezetét.)

B-blokk. Itt találhatók azok az egyenletek, amelyekben kizárólag szakágazati bontású változók szerepelnek. Ennek egyik alblokkja, amelyet az

ábrán külön kiemeltünk, a pénzügyi változók közötti belső összefüggéseket leíró pénzügyi egyenletek.

C-blokk. Itt találhatók azok az egyenletek, amelyekben kizárólag a kiemelt termékekre vonatkozó változók szerepelnek. Ide sorolhatók például a termékbontású külkereskedelmi korlátok, a kapacitáskorlátok.

D-blokk. A (29.1) aggregáló egyenletek együttese, amelyek a koordinációs ágazati és szakágazati változókat kapcsolják össze.

E-blokk. A (29.2) aggregáló egyenletek együttese, amelyek a szakágazati és a kiemelt termékekre vonatkozó változókat kapcsolják össze.

F-blokk. Ide sorolható minden olyan egyenlet, amelyben mindhárom aggregációs fokozatú változó szerepel. Például ide tartoznak a természetes mértékegységben mért termékmérlegek, amelyekben felhasználóként szakágazati, illetve koordinációs ágazati termelési változók is szerepelnek. E blokk részét alkotják a külkereskedelmi mérlegek is.

A modellben végeredményben a III. oszlopköteg képviseli a pénzügyi szférát, az I., II. és IV. oszlopköteg pedig a reálszférát. A B-blokk hivatása kapcsolatot teremteni a két szféra között.

Az új nagy modell a szocialista tervezés történetében elsőnek foglalta össze egyetlen nagy formalizált egyenletrendszerbe az ötéves terv egész mutatószámrendszerét, beleértve mind a reál-, mind a pénzügyi szférát.[7]

Itt ismét emlékeztetek a könyv 1. fejezetére, amely leírta a nem matematikai tervmutatószám-rendszer dokumentált és kisegítő változóit és tervegyenleteit. Az új nagy modellben szinte hiánytalanul megjelennek ezek a változók és egyenletek, mégpedig abban a szerkezetben, ahogy azokat a tervezés a modell összeállításának idején, a 60-as évek végén alkalmazta.

29.4. A nagy modellel végzett számításokról

Az adatgyűjtés lezárása után a kutatócsoport 13 koordinációs ágazati részmodellre bontotta fel a nagy modellt. Egy-egy koordinációs ágazati modellel külön-külön is számításokat végeztek. Az eredményeket megvitatták a koordinációs ágazat tervhivatali szakértőivel.[8]

Ezek után egyesítették a koordinációs ágazati blokkokat, és megkezdődtek a népgazdasági szintű számítások. A kutatócsoport elhatározta, hogy ez alkalommal nem elégszik meg közelítő eljárás alkalmazásával, hanem egzakt megoldásra törekszik. Ennek érdekében bizonyos fokig aggregálta a modellt, amely összevontabb alakjában 1626 feltételt és 1783 tevékenységváltozót tartalmazott. Ezt a még mindig igen nagy méretű feladatot dekompozíció nélkül, szimplex algoritmussal oldották meg, igen nagy számítástechnikai nehézségek közepette. Végeredményben sikerült egyetlen rögzített korlátvektorral és mind a négy célfüggvénnyel egy-egy optimális programot kiszámítani.

A koordinációs ágazati számítások idejében, a terv végleges elfogadása előtt készültek el, úgyhogy azokat az Országos Tervhivatal komolyan mérlegelhette a tervek kialakításánál. A népgazdasági szintű négy számítás — a nagy

[7] Némi szűkítéssel: a mutatószámrendszernek az ötéves terv záróévére vonatkozó előirányzatait.

[8] A kutatócsoport 10 koordinációs ágazatra végzett számításokat. Három blokkot előzetes koordinációs ágazati számítások nélkül, közvetlenül építettek be a népgazdasági modellbe.

számítástechnikai nehézségek miatt — már csak a terv hivatalos elfogadása után fejeződött be. Az eredményeket megvitatták az Országos Tervhivatal vezetői, és úgy határoztak, hogy a tanulságokat figyelembe veszik a terv végrehajtása során, az elfogadott eredeti terv esetleges későbbi korrekcióinál, illetve az ötéves tervet évenként részletező évi tervek kidolgozásánál.

A kutatáshoz két nézőpontból — a „többszintűség" és a választott számítási eljárás szemszögéből — szeretnék megjegyzéseket fűzni.

Többszintűség. A modell együtthatómátrixa, a változók és a feltételek tartalmát tekintve, elrendezhető akár két-, akár háromszintű struktúrában. A korlátozó feltételek egy része csupán a szakágazaton belül érvényesül (alsó szint), mások több szakágazatot kapcsolnak össze, de csupán egyetlen koordinációs ágazaton belül (középszint), s végül vannak koordinációs ágazatok közötti feltételek (felső szint).

A számszerű megoldás első fázisában — mint az előbbiekből kiderült — kihasználták a modell kétszintű szerkezetét: külön-külön számoltak a koordinációs ágazati blokkokkal. Ezzel egyrészt időt nyertek, hiszen a koordinációs ágazati számítások eredményeit jóval előbb bocsáthatták a Tervhivatal rendelkezésére, mint a népgazdasági szintű számításokat. Másrészt a koordinációs ágazati szintű számítások kétségkívül elősegítették a nagy modell előzetes „bejáratását" abban a szellemben, ahogy arról a 28.6. szakaszban szó volt. *Ennyiben* tehát a számítás „kétszintű" volt.

Vitatható, mennyiben beszélhetünk itt többszintű tervezésről *institucionális* értelemben. A kutatás irányítója az Országos Tervhivatalon belül az összefoglaló feladatokkal megbízott közgazdasági főosztály volt, de részt vettek a munkában, s különösen a koordinációs ágazati számítások előkészítésében és értékelésében az ún. ágazati főosztályok (pl. a könnyűipari főosztály, a mezőgazdasági és élelmiszeripari főosztály) is. Az Országos Tervhivatalon *belül* dialógus zajlott le a „felsőbb szintű" összefoglaló tervezők és az „alsóbb szintű" ágazati tervezők között. A munkában azonban nem vettek részt az Országos Tervhivatalon kívüli alsóbb szintű intézmények: sem a minisztériumok, sem az egész ágazatokat magukban foglaló nagy trösztök, sem pedig a vállalatok képviselőiből alakított munkacsoportok. Ennyiben tehát inkább csak az OT „belső monológjáról" beszélhetünk, s nem a szélesebb értelemben vett szintek közötti dialógusokról.

Úgy gondolom, hogy ez nem egyszerűen a modell szerkesztőinek szubjektív felfogását tükrözi, hanem szorosan összefügg a számítások idején a magyar gazdasági életben kialakult tényleges helyzettel.

Ismeretes, hogy 1968-ban mélyreható reformot hajtottunk végre a magyar gazdaság irányításában.[9] A leglényegesebb változás a rövid távú szabályozásban következett be. Teljesen megszűnt a rövid távú tervutasítások rendszere. Ez az új gazdasági irányítás legfontosabb új vonása, bár ezzel együtt más változások is történtek. Így többek között nőtt a vállalatok önállósága az árak és bérek megszabásában, a beruházások eldöntésében és így tovább. Ugyanakkor a reform nem vezetett teljes decentralizáláshoz. Számos területen fennmaradt a központi döntés. A jelenlegi magyar rendszer a centralizáció és a decentralizáció, a piac és a tervezés sajátos kombinációja.

A tervezés módszerei az elmúlt években kezdtek átalakulni. Az átalakulás

[9] Lásd *Nyers R.* [248], [249], [250], *Friss I.* (szerk.) [211] és *Gadó O.* (szerk.) [212], [213] munkáit.

még korántsem fejeződött be. Még nem forrt ki a tervezésnek a reformmal összhangban levő, s a tervgazdaság minden előnyét jól kihasználó módszertana. Túlnőne a könyv keretein a jelenlegi magyar tervezés helyzetének és problémáinak átfogó elemzése. Nem különleges fontossága, csupán a többszintű modellrendszerekkel való összefüggése miatt emelek ki egyetlen kérdést: a „középszintű" tervezés ügyét.

A reform nyomán visszaszorult a „középszint" szerepe a tervezésben. A minisztériumok két tűz közé kerültek. Egyfelől a központi tervezők bizalmatlanok iránt uk, mert attól tartanak, hogy egyoldalúan képviselik az ágazati érdekeket. Másfelől a vállalatok a régi mechanizmus letéteményeseit látják a minisztériumokban, ahonnét valamikor a tervutasításokat kapták. Tisztázatlan, hogy egyáltalán legyen-e szerepük a minisztériumoknak a népgazdasági tervezésben. Sok szó esik arról, hogy a vállalatokat be kell vonni az országos terv kialakításába, dehát ez — néhány óriás vállalattól eltekintve — gyakorlatilag megoldhatatlan. Az OT nem tarthat közvetlen kapcsolatot sok ezer vállalattal.

Ilyen körülmények között érthető, hogy — amint azt a 29.2. szakaszban említettem — az ágazati modellek minisztériumi vagy más középszintű institucionális háttér nélkül maradtak. S érthető az is, hogy a központi nagy modell összeállításakor legfeljebb az Országos Tervhivatalon belüli ágazati főosztályokat minősítették „alsó szintnek", s nem szorgalmazták minisztériumi, vagy más, OT-n kívüli középszintű modellek kiépítését.

Ebből a szempontból sajnálatos visszalépés történt a 28. fejezetben ismertetett háromszintű modellrendszerhez képest, amelynek a közép- és az alsó szint esetében is valóságos institucionális háttere volt, s amely szorosan összekapcsolta a tervhivatali és az ágazati modelleket.

Úgy gondolom, hogy ez átmeneti probléma; a reform utáni tervezés gyermekbetegsége. Nem vagyok „minisztériumpárti"; nem szeretnék ezen a helyen állást foglalni abban, mi legyen a minisztériumok szerepe a tervezésben. Abban azonban bizonyos vagyok, hogy „középszintű" tervezésre szükség van; nem hagyatkozhatunk kizárólag egyetlen központ és sok ezer vállalat egymással össze nem kapcsolt tervező munkájára. Erre a kérdésre a 30. fejezetben még visszatérek.

Egzakt vagy közelítő eljárás. Nézetem szerint kár, hogy a számítás irányítói nem használták ki a modell többszintű szerkezetét a közelítő dekompozíciós eljárás alkalmazására. A magyarországi és külföldi számítástechnikai tapasztalatok azt mutatják, hogy nem érdemes sem egzakt, sem közelítő dekompozíciós eljárással vesződni, ha a modell adott méretei és az adott számítástechnikai lehetőségek mellett a feladat biztosan, határidőre megoldható felbontás nélküli, direkt algoritmussal (például szimplex módszerrel). (Erre a 30. fejezetben még visszatérünk.) Más a helyzet akkor, ha a feladat méretei olyan nagyok, hogy az előbbi kikötés teljesítése nem garantálható. Ha az egzakt megoldás határidőre történő kiszámítása bizonytalan, akkor érdemes párhuzamosan két vonalon megszervezni a számítástechnikai előkészületeket. Az egyik vonal: az egzakt számítás előkészítése. Ha ez idejében sikerül, mégpedig úgy, hogy még a terv elfogadása előtt mód van közgazdasági elemzésre alkalmas, gazdag, 20—50 tervvariánsból álló sorozatot kiszámítani, úgy minden rendben van. A másik vonal: közelítő eljárás alkalmazásának előkészítése. (Ezzel kapcsolatban számításba jöhet az I. függelékben leírt módszer, de persze használható más eljárás is.) Ha az első vonal nem járna sikerrel, úgy

legalább tartalékként célhoz vezet a második vonal is. Jobb a terv elfogadása előtt közelítő eljárással meghatározott 20—50 tervvariánst az elemzések rendelkezésére bocsátani, mint az egzakt optimum kedvéért végül is elkésni, és késve is csupán túlságosan kevés számú megoldással megelégedni.

E megjegyzés célja a gyakorlati tanulság levonása más, hasonló feladatokon dolgozó kutatók számára. A matematikai tervezés módszerei most terjednek számos olyan területen (például a fejlődő országokban), ahol a magyarországihoz hasonló számítástechnikai nehézségek várhatók. A szerző tanácsa: nem célszerű ilyen helyzetben a „dupla vagy semmi" taktikáját alkalmazni. Célravezetőbb az előbbiekben körvonalazott két párhuzamos vonal érvényesítése. Egyszerre kell törekedni egzakt számítások és (legalábbis tartalékként) közelítő eljárások alkalmazására. Szükség esetén az utóbbiakra is eléggé megnyugtatóan alapozhatunk közgazdasági következtetéseket.

Az eset kapcsán további általános érvényű megfontolásokra is érdemes felhívni a figyelmet. Egy-egy országban meghatározott időpontban adva vannak a matematikai tervezők által igénybe vehető számítástechnikai adottságok. A rendelkezésre álló számítógépek memóriakapacitása és sebessége, a kiszolgáló személyzet tudása, a felhasználható gépidő és költségkeret határokat szab a modell szerkesztőinek. Választhatnak egyszerűbben vagy bonyolultabban kezelhető modelltípusok között. Például: folytonos vagy diszkrét változókat alkalmaznak-e, figyelembe vesznek-e nem lineáris összefüggéseket. Ha pedig eldöntötték a modell típusát: a számítástechnikai adottságok határt szabnak a modell méreteinek. A modellszerkesztő dilemmája: minél nehezebben kezelhető modelltípust alkalmaz, annál szűkebb méretekre van kényszerítve, ha egzakt megoldásokhoz ragaszkodik. Ha viszont hajlandó engedményt tenni a választott modelltípus megoldásának egzaktságában, s megelégszik közelítéssel, úgy használhat bonyolultabb modellt vagy pedig egyszerűbb modellt, de nagyobb méretben.

Mindkét esetben engedményt teszünk a pontosság rovására. Az utóbbi esetben, azaz közelítő eljárás alkalmazásakor ez nyilvánvaló. Ismeretes olyan szűk látókörű szemlélet, amely csak ezt a fajta pontatlanságot hajlandó számbavenni, s egyoldalúan elítélni. Pedig nem lenne helyes elfeledkezni a másik összefüggésről sem. Maga a modellalkotás is „közelítő eljárás". Minden modell a valóság pontatlan, leegyszerűsített mása. Minél több tényezőt hagyunk figyelmen kívül, minél inkább szűkítjük a választási lehetőséget, minél inkább aggregálunk (azaz összeadunk közvetlenül össze nem adható dolgokat), minél inkább leegyszerűsítünk bonyolult összefüggéseket, annál pontatlanabb lesz a modell, kétféle értelemben is. Egyrészt: az aggregált, egyszerűsített modell egy megengedett programja esetleg a valóságban nem teljesíthető. Nem elégíti ki a modellben ki nem mondott, esetleg leegyszerűsített formában kezelt, de a valóságban létező vagy másképpen érvényesülő korlátozó feltételek egész sorát. Másrészt: az aggregált modell egy egzaktan optimális programja lehet a valóságban szuboptimális, mert a változók közé fel sem vették azokat a reális alternatívákat, amelyek egy részletesebb modell optimális programjában esetleg megjelenhetnének.

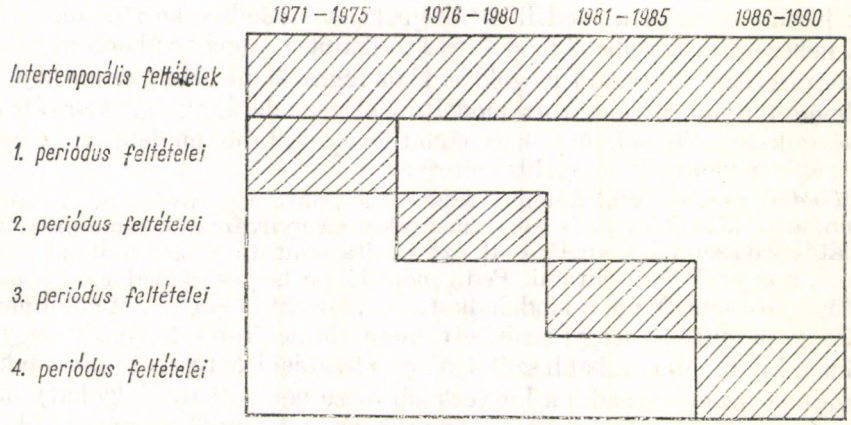
A modellekkel végzett számításnál két processzust hajtunk végre. Először a végtelenül bonyolult valóságot átfogalmazzuk matematikai problémává, majd e matematikai problémát megoldjuk. A modellszerkesztő — adott számítástechnikai lehetőségek mellett — választ: melyik processzusnál legyen pontosabb, a másik processzus pontosságának rovására.

Ez *általános* probléma, s nem kizárólag számítástechnikai nehézségekkel függ össze. Ha holnap tízszer akkora számológépeink lennének is, újra csak felmerülne a kérdés: vajon most megelégedjünk-e azzal, hogy a tegnap még közelítő eljárással megoldott feladatot egzaktan oldjuk meg, vagy pedig haladjunk előre a modellszerkesztésben: nagyobb méretű vagy egyéb szempontból pontosabb, bonyolultabb modellel tükrözzük gazdagabban a realitást, de azt ismét csak közelítő eljárások segítségével folytassuk.

E dilemmának nincsen egyértelmű és általános érvényű megoldása. Gyakorlatilag legcélszerűbb párhuzamosan járni mindkét úton. Egyrészt: kidolgozni egyszerűbb aggregáltabb modelleket, s azoknál egzakt számítást végezni, s kidolgozni dezaggregáltabb, illetve egyéb szempontból kevésbé egyszerűsített modelleket is, s azoknál közelítő eljárást alkalmazni.

29.5. Többperiódusos programozás

A 29.3—4. szakaszban leírt új nagy modell elsősorban azzal lépett előre a régi nagy modellhez képest, hogy összekapcsolta a természetes mértékegységben és értékben mért változókat, s a reálszféra mellett a pénzügyi szférát is ábrázolta. Ugyanakkor — akárcsak a régi nagy modell — megmaradt egy-



29.2. ábra
A többperiódusos modell sémája

periódusos számításnak. Sem a régi, sem az új nagy modellnek nem volt az ötéves terven túlmutató időhorizontja.

A következőkben ismertetek egy másik modellt, amely viszont éppen ebből a szempontból lépett előbbre. „Többtechnológiás, többperiódusos programozásnak" nevezték el.[10] Ez egyfelől „szegényebb" az új nagy modellnél,

[10] E kutatás előzményének tekinthető az a közepesen aggregált, értékbeni számításokat végző egyperiódusos tervmodell, amelyet a 28.12. szakasz említett.
Az új, „többtechnológiás, többperiódusos modellt" *Dániel Zs.* dolgozta ki. A kutatás első fázisában a szerző is közreműködött tanácsadóként. A modell részletes leírása és a számítások elemzése a [266], [267], [268], [269], [270] és [271] munkákban található.

mert jóval összevontabb, mindössze 23 ágazatra bontja a termelést. Kizárólag a reálszférát ábrázolja, a pénzügyi szférát nem. A reálfolyamatokat kizárólag értékben méri. Másfelől viszont „gazdagabb" az új nagy modellnél. Nem csupán egyetlen ötéves tervet programoz, hanem négy egymást követő ötéves tervet kapcsol össze egyetlen modellbe. Kidolgozása ugyan kezdetben az 1971—1975. évi ötéves terv előkészítéséhez kapcsolódott, de az időhorizontot tekintve túlmutat ezen. Átfogja az egész 1971—1990 éves időszakot. Itt tehát *első ízben jelent meg a magyar tervezésben olyan tervmodell, amely egy ötéves terv problémáit további tizenötéves horizont figyelembevételével elemzi.*[11]

A modell együtthatómátrixának sémáját a 29.2. ábrán mutatjuk be.

A következőkben kizárólag az intertemporális feltételek néhány típusát mutatjuk be, hiszen főként ebben tér el a modell a könyv más helyein ismertetett számításoktól.

Kapacitáskorlátok

A modellben ágazatonként általában háromféle technológia szerepel: *1. technológia:* termelés régi üzemben; *2. technológia:* termelés rekonstruált üzemben és *3. technológia:* termelés új üzemben. (Az ismertetés egyszerűsítésére eltekintünk attól, hogy néhány ágazatban többféle — egymástól műszaki szempontból eltérő — 3-as típusú „új" technológia szerepelt.) Ebből a szempontból a modell felépítése hasonló az 5., 6. és 28. fejezetben leírt modelléhez. A következő jelölésekben a változó második alsó indexe a technológia típusára utal.

A modellben ötféle termelési-beruházási változó van. Akárcsak az 5., 6. és 28. fejezetbeli modelleknél, mindegyik kétféle folyamatot reprezentál: *termelést* az ötéves terv záróévében és *beruházási* jellegű tevékenységet a tervperiódus előző éveiben.

$p_{i3}^{(t)}$ = új üzem *létesítése* a t-edik periódusban és *üzemeltetése* a t-edik periódus záróévében;

$v_{i3}^{(t)}$ = új üzem *fenntartása* a t-edik periódusban és *üzemeltetése* a t-edik periódus záróévében. A $v_{i3}^{(t)}$ változó olyan üzemet tart fenn a t-edik periódusban és üzemeltet a t-edik periódus végén, amelyet valamely korábbi periódus $p_{i3}^{(t-1)}$, $p_{i3}^{(t-2)}$, ... változója létesített;

$p_{i2}^{(t)}$ = régi üzem *rekonstrukciója* a t-edik periódusban és üzemeltetése a t-edik periódus záróévében;

$v_{i2}^{(t)}$ = rekonstruált üzem *fenntartása* a t-edik periódusban és *üzemeltetése* a t-edik periódus záróévében. Akárcsak a 3. technológiánál, most is a $v_{i2}^{(t)}$ változó előzménye egy korábbi tervperiódusban végrehajtott $p_{i2}^{(t-1)}$, $p_{i2}^{(t-2)}$, ... változó;

$v_{i1}^{(t)}$ = régi üzem *fenntartása* a t-edik periódusban és *üzemeltetése* a t-edik periódus záróévében. Ennek előzménye is egy p típusú változó lenne. Ez azonban még a tervidőszak előtt valósult meg. (Ezért is nevezzük „régi" üzemnek.) Éppen ezért ebben az esetben p típusú változó nincsen értelmezve a modellben.

[11] A kutatás később szorosan beépült a *hosszútávú* tervezésbe.

A modellben a következő intertemporális kapacitáskorlátok szerepelnek:

$$v_{ij}^{(t)} \leqq \sum_{\tau=1}^{t-1} p_{ij}^{(\tau)} \qquad i=1, \ldots, n;\ j=2,3;\ t=2, 3, 4. \tag{29.3}$$

A 2. vagy 3. technológiájú üzemek közül a t-edik periódus alatt csupán azt tartjuk fenn és üzemeltetjük a periódus záróévében, amelyet az összes korábbi időszakok létesítő jellegű tevékenysége megteremtett.

Simasági korlátok

Többperiódusos modellben külön problémát okoz, vajon nagy törések, előreugrások, visszaesések mutatkoznak-e a különböző mutatószámok időbeli pályáján, vagy pedig aránylag simán megy végbe a fejlődés. A modell szerkesztésénél arra törekedtek, hogy ha nem is biztosítják a pályák tökéletes simaságát, de a töréseket, ugrásokat korlátok közé szorítsák. Az erre szolgáló feltételeket összefoglalóan s i m a s á g i k o r l á t o knak nevezzük. A simasági korlátoknak kétféle tényező hatását kell kifejezniük.

Az egyik tényező: többnyire lehetetlen túl nagyot előreugrani aránylag rövid idő alatt. Nem lehet például egy szektor termelését vagy exportját egyetlen ötéves terv időszaka alatt többszörösére emelni. Ez még akkor sem valósítható meg, ha netán a szektor rendelkezésére bocsátanánk a szükséges anyagi erőforrásokat. Az ugrást korlátozó tényező nehezen „fogható meg". A bonyolult beruházási akciók irányításához, továbbá az új üzemek vezetéséhez és kiszolgálásához szakértő vezetők, szervezők és beosztott szakemberek (mérnökök, szakmunkások stb.) szükségesek. Számuk ugyan növelhető, de ez *szerves* növekedési folyamat. Némileg gyorsítható, de mindenképpen időt igényel, hiszen a szakértelem és vezetőképesség megszerzése számottevő mértékben gyakorlati tapasztalatokon alapul. Az előreugrásokat lefékező tehetetlenségi erők reprezentálására *felső* simasági korlátokat építettek be a modellbe.

A másik tényező főként gazdaságossági mérlegelések következtében hat. Elméletileg lehetséges például egy bonyolult nagy üzemet öt éven át működtetni, utána újabb öt éven át szüneteltetni, majd megint teljes kapacitással megindítani. Az ideiglenes veszteglés azonban különböző közvetett veszteségekkel járna. A szakértők, a dolgozók egy részét el kell bocsátani, és nem biztos, hogy az újraindítás idején valamennyien visszatérnének. Az ismételt felfutás különböző többletköltségeket okozna. Éppen ezért érdemes az ilyen ideiglenes visszaesést — ha nem is eltiltani —, de legalább korlátozni a modellben. Az ideiglenes leállítás, visszaesés ellen szóló meggondolások reprezentálására *alsó* simasági korlátokat építettek a modellbe.

Először a felső simasági korlátra hozunk példát:[12]

$$\sum_{j=1}^{3} v_{ij}^{(t)} + \sum_{j=2}^{3} p_{ij}^{(t)} \leqq \eta_i \left(\sum_{j=1}^{3} v_{ij}^{(t-1)} + \sum_{j=2}^{3} p_{ij}^{(t-1)} \right) \qquad i = \text{építőipar, gépipar,} \tag{29.4}$$

ahol

η_i = a gépipar, illetve az építőipar f e l f u t á s i p a r a m é t e r e. Számszerű nagysága kb. 1,3—1,5. A feltétel tartalma: a beruházási

[12] A (29.5) feltétel formáját *A. Manne* tanulmányaiból vettük át. Lásd [244] és [245].

tevékenységekben legfontosabb szerepet játszó két ágazatban, az építőiparban és a gépiparban a periódus záróévében folyó termelés nem lehet nagyobb, mint az előző periódus záróévében folytatott termelés η_i-szerese.

Az alsó simasági korlátot a beruházások példáján mutatjuk be:

$$P^{(t)} - P^{(t-1)} \geqq \varepsilon (P^{(t-1)} - P^{(t-2)}), \qquad t = 1, \ldots, 4 \tag{29.5}$$

ahol

$P^{(t)}$ = a t-edik periódus záróévében folytatott összes beruházási tevékenység. Ez a szektorok v és P tevékenységei által a záróévben igényelt beruházási költségek összegezésével kiszámított népgazdasági szintű makrováltozó;

ε = a beruházási simasági paraméter. Számszerű nagysága 1,25.

A feltétel tartalmát először a $t=4$ esetre magyarázzuk meg. Eszerint a beruházások növekménye 1985 és 1990 között nem lehet kisebb, mint az 1980 és 1985 közötti növekmény ε-szorosa. Hasonlóképpen értelmezzük a feltételt a $t=3$ esetben is. Viszont értelemszerűen módosul a feltétel $t=2$ és $t=1$ esetben. A $t=2$ esetben $P^{(t-2)}$ már nem a programtól függő változó, hanem a programon kívül, egzogén módon meghatározott történelmi tényszám: ez a beruházások volumene 1970-ben. Hasonlóképpen a $t=1$ esetben $P^{(t-2)}$, sőt most már $P^{(t-1)}$ is konstans: ezek most az 1965. és 1970. évi beruházási volument jelentik. Ebben a két esetben tehát a változók mellett konstans korlátok is megjelennek a (29.5) típusú feltételben. Ezek biztosítják, hogy a beruházási tevékenység trendvonala a tervidőszak kezdetén se essék túlságosan vissza a tervidőszak előtti trendhez képest.

Hasonló alsó simasági korlát szerepel a modellben a fogyasztási makrováltozó szabályozására is.

A modell végleges alakjában 900 feltételt és 649 tevékenységváltozót tartalmazott. Ebből az intertemporális feltételek száma 212. A periódusfeltételek száma pedig 4×172.

A számítást két fázisban hajtották végre. Az első fázisban — az OT sürgős igényeinek megfelelően — a modellből kiszakítva használták fel az első, 1971—1975-re vonatkozó oszlopköteget. Megfelelő egzogén korlátokkal pótolták azokat a feltételeket, amelyek a négyperiódusos modellben az első blokkot a későbbi periódusokkal kapcsolják össze. A második fázisban azután sor került a teljes négyperiódusos modell felhasználására. Ez a második fázis részben a *tizenötéves*, részben pedig a következő, 1976—1980-ra vonatkozó *ötéves* terv kidolgozásához kapcsolódik.

Az első fázis azért érdemel külön is említést, mert a *magyar tervezés történetében először sikerült időben teljesen szinkronizálni a matematikai és a hagyományos módon végzett számításokat.* A korábbi népgazdasági szintű számítások — amint az a 28. fejezetből, valamint a 29.3—4. szakaszokból kiderült — az adatgyűjtés és a számítástechnikai megoldás nehézségei miatt később készültek el, mint a hagyományos módszerekkel kidolgozott terv. Ezek a kezdet elkerülhetetlen nehézségei voltak. Most viszont sikerült ezt az időhátrányt behozni. Így azután sor kerülhetett párbeszéd megszervezésére a gyakorlati tervezők és a matematikai modell között. A tervezők kérdéseket tettek fel a

A hivatalos döntés és a matematikai modell közötti párbeszéd

29.2. táblázat

Sorszám	A központi apparátus által készített dokumentum		A matematikai modellel számított tervjavaslat		A matematikai programozással megválaszolt kérdések rövid jellemzése	A hagyományos tervezéssel és a matematikai módszerrel készült anyag közötti időeltolódás	
	a dokumentum jellege	elkészültének időpontja	sorszáma	elkészültének időpontja		a kétféle esemény sorszáma a táblázatban	időeltolódás hossza
1.	Írásos dokumentum	1968. XII.					
2.			1—4	1969. II. 17.	A hagyományos módszerrel kidolgozott tervjavaslat megengedett-e? (A válasz: nem)	1—2	2 hónap
3.	Írásos dokumentum	1969. III.					
4.			5—8	1969. IV. 19.	A korlátvektor milyen jellegű változtatása biztosítja, hogy megengedett tervjavaslathoz jussunk?	3—4	1 hónap
5.	Írásos dokumentum	1969. IV. 28.					
6.			9—10	1969. V. 7.	Milyen variációs lehetőségek vannak a külkereskedelem területén?	5—6	9 nap
7.	Dokumentumban nem rögzített kérdések	1969. V. 8.					

8.			11—17	1969. V. 20.	Hogyan változtatható a fogyasztás és a felhalmozás színvonala és aránya?	7—8	12 nap
9.	A tervkoncepciót véglegesen rögzítő írásos dokumentum	1969. VI. 1.					
10.			A matematikai tervszámításokról készült összefoglaló jelentés (Mellékletként csatolva a 9. sorban említett dokumentumhoz)	1969. VI. 1.	Mi a terv lehetséges mozgási sávja? Melyek az alternatív gazdaságpolitikai előirányzatok eredményei és konzekvenciái?	9—10	0

modell számára, és a modell segítségével sikerült újra és újra, gyors és tartalmas választ adni. A modell válaszait komolyan figyelembe vették a Tervhivatal állásfoglalásának kialakításakor.[13] A párbeszéd lezárásakor készült tervhivatali dokumentumban, amelyet a döntést hozó politikai szervek elé terjesztettek, kifejezetten hivatkoztak is a matematikai tervszámításokra. Első ízben történt Magyarországon, hogy egy hivatalos tervezési dokumentum információs forrásként a matematikai programozás eredményeire utalt.

A párbeszédről áttekintést ad a 29.2. táblázat. A gyakorlati tervezők és a modell közti párbeszéd megszervezésének több feltétele van:

1. A modell szerkezetét úgy kell kialakítani, hogy képes legyen közvetlenül feleletet adni a tervezők és a döntést hozók égető problémáira.
2. A modell legyen „bejáratva" akár közelítő, akár egzakt eljárással, de legyünk képesek gyorsan megismételni — módosított paraméterekkel — a számításokat.
3. Végül az egyik legfontosabb feltétel: a gyakorlati tervezők és döntést hozók tanulják meg legalább olyan mértékben a modell „nyelvét", hogy képesek legyenek ezen a nyelven megfogalmazni kérdéseiket. Ha nem is szükséges az összes matematikai és számítástechnikai részletkérdéseket ismerniük, de meg kell érteniük a matematikai tervezés fogalmait, a modell logikáját. Tudniuk kell, mit jelent, ha célfüggvényt cserélünk vagy felemelünk egy korlátot, elhagyunk vagy beiktatunk egy feltételt és így tovább. Fontos vívmány, hogy az „aggregált többtechnológiás modell" első alkalmazása során sikerült a tervezést irányító gyakorlati tervezőket ebben a szellemben bevonni a munkába.[14]

29.6. Terv-makrofüggvények

A gazdasági elemzésben fontos szerepet játszanak a népgazdaság egészét vagy legalábbis nagyon széles szféráját átfogó, erősen aggregált *makrováltozók*, valamint a köztük fennálló összefüggéseket matematikai formában leíró *makrofüggvények*. Példa erre a könyv 18. fejezetében részletesen tárgyalt hagyományos népgazdasági termelési függvény, amely a népgazdasági outputot tekinti függő, a tőke és munka volumenét pedig független változónak. Emellett persze sok másféle makrofüggvény határozható meg a népgazdasági output, a fogyasztás, a fő ráfordítási tényezők, a külkereskedelem, a technikai színvonal mutatói és számos egyéb makrováltozó között.

A makrofüggvények paramétereinek becsléséhez rendszerint *tény*adatokat használ a közgazdász: idősorokat vagy keresztmetszeti adatokat, esetleg mind-

[13] A Tervhivatal két munkaszakaszban dolgozta ki az 1971—1975. évi tervet. Az első munkaszakaszban a legfőbb előirányzatokat tartalmazó ún. „tervkoncepciót" határozták meg, majd a második munkaszakaszban a sokkal részletesebb, parlamenti jóváhagyásra kerülő végleges ötéves tervet. Az a párbeszéd, amelyet itt ismertetünk, csupán az első munkaszakaszt volt hivatva elősegíteni.

Az első munkaszakasz végére készült el az a dokumentum, amelyre a 29.2. táblázat 9. sora hivatkozik.

[14] Ezt szemlélteti az a tény, hogy végül is a tervkoncepció kidolgozását irányító tervhivatali funkcionárius és a modell szerkesztője közös cikkben publikálhatta az eredményeket. Lásd [208].

két adattípust egyszerre. A paraméter becslés hagyományától eltérve, felvetettük a következő gondolatot: vajon nem használhatnánk-e *fiktív* számokat is erre a célra? A fiktív adatok sokféle módon állíthatók elő, például kialakíthatjuk őket nem matematikai tervezési módszerekkel, szimulációs számításokkal vagy pedig — és mi éppen ezzel kezdtünk kísérletezni — *matematikai programozással.*

Először a régi nagy modellt használtuk fel erre a célra.[15] Később jóval szélesebb és alaposabb kísérletsorozattal, az előző szakaszban ismertetett modellre alapoztuk számításainkat.[16] A következőkben ezt a második alkalmazást használom fel a módszertan szemléltetésére.

A kutatók kijelölték a makrováltozók egy csoportját, összesen 22 mutatószámot. A módszer szempontjából közömbös, vajon itt a matematikai programozási modellbe *bemenő* (de a számítássorozat keretében kísérleti paraméterként többször módosított) *adatról*, a matematikai programozással közvetlenül kiszámított *elsődleges eredményről*, azaz a primális vagy a duális megoldás egyik-másik komponenséről vagy pedig a bemenő adatok és elsődleges eredmények felhasználásával kiszámított *másodlagos eredményekről* van-e szó. Utóbbiakra néhány példa: a programozással nyert részletes előirányzatok aggregálásával nyert összevont mutatók, növekedési ütemek, indexszámok, megoszlási viszonyszámok stb. A mi konkrét vizsgálatunkban szereplő 22 mutatószám zöme történetesen másodlagos eredmény volt. A módszertan azonban megengedné elsődleges eredmények vagy kísérleti paraméterként használt (azaz legalább egyik-másik számításban a többi számításoktól eltérően meghatározott) bemenő adatok felhasználását is.

A matematikai programozási modellel 51, egymástól érdemlegesen különböző programot számítottak ki. Ennek alapján összeállíthatták a következő *M mintát:*

$$\begin{bmatrix} u_{11}, & u_{12}, & \ldots, & u_{1,22} \\ u_{21}, & u_{22}, & \ldots, & u_{2,22} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ u_{51,1}, & u_{51,2}, & \ldots, & u_{51,22} \end{bmatrix} \tag{29.6}$$

Összesen 51×22 adatunk van: 22-féle makrováltozó 51-féle r e a l i z á c i ó j a, az 51 különböző matematikai programban. A számítógép, a programozási modell segítségével meghatároztuk a magyar népgazdaság 51-féle hipotetikus állapotát. Ezeket az állapotokat jellemezzük a 22-féle mutató 51 realizációjával.

[15] Az elgondolást első ízben a [277] kiadványsorozat 29. füzetében vetettem fel. Ott egy hagyományos *Cobb—Douglas*-függvényt illesztettünk a modellel végzett számítássorozat, a termelés—tőke—munka adathármasához. Az illesztés eredményeit a jelen könyv egyik függelékében, a J.2. szakaszban ismertetem, a módszertani meggondolások részletezése nélkül.

[16] Az újabb alkalmazást, az eredeti módszertani elgondolásokat továbbfejlesztve, *Rimler J.* és *Dániel Zs.* végezték, a szerző tanácsadóként működött közre. A numerikus számításokban résztvett *Wellisch P.* is. Lásd erről *Rimler J., Dániel Zs.* és a szerző [232], [257] és [258] publikációit.

A makrofüggvények becslését azokra a számításokra alapoztuk, amelyeket az ötéves tervezés sürgős igényeinek megfelelően, a négyperiódusos modell I. oszlopkötegével, az 1971—1975. évi terv blokkjaival végeztek.

Az *M minta* alapján sokféle makrofüggvényt számíthatunk ki aszerint, hogy 1. a 22 makrováltozó közül melyiket tekintjük megmagyarázandó függő változónak; 2. melyiket vagy melyeket tekintjük magyarázó független változónak és 3. milyen matematikai formában írjuk le az összefüggést a függő és a független változók között. A vizsgálat keretében a függő és független változók közgazdasági tartalmát tekintve összesen 21-féle összefüggést vizsgáltak. Erről ad áttekintést a 29.3. táblázat. Mindegyik összefüggést kétféle matematikai formában — lineáris és loglineáris alakban — írták le. Összesen tehát 42 makrofüggvény paramétereit kellett becsülni az *M minta* alapján. A becslést minden egyes függvényre külön-külön, a legkisebb négyzetek módszerével végezték el.[17]

Az előbbiekben leírt módon számszerűsített függvényeket t e r v - m a k r o f ü g g v é n y e knek neveztük el. (Rövidített elnevezésük: TMF.)

A következőkben három példát ismertetek a kutatás keretében meghatározott TMF-ekre:[18]

Teljes termelési érték

$$\log V = \underset{(0,03)}{\log 7{,}62 + 0{,}46 \log L} + \underset{(0,01)}{0{,}11 \log I} + \underset{(0,01)}{0{,}06 \log S^{(E)}} - \underset{(0,01)}{0{,}06 \log S^{(I)}} + \underset{(0,03)}{0{,}07 \log Z}. \tag{29.7}$$

Nemzeti jövedelem

$$\log Y = \underset{(0,05)}{\log 7{,}25 + 0{,}45 \log L} + \underset{(0,02)}{0{,}13 \log I} + \underset{(0,02)}{0{,}04 \log S^{(E)}}. \tag{29.8}$$

Fogyasztás

$$\log C = \underset{(0,06)}{\log 3{,}32 + 0{,}40 \log L} + \underset{(0,07)}{0{,}41 \log K} + \underset{(0,02)}{0{,}10 \log S^{(I)}}. \tag{29.9}$$

Ahol V = a termelés,
Y = a nemzeti jövedelem,

[17] Mivel mindegyik makrofüggvény paraméterét külön-külön becsülték, ezért egy-egy becsléshez az *M* mintának csupán azokat az oszlopait használják fel, amelyek a szóban forgó függő és független változók realizációit tartalmazzák.

[18] A képletekben a paraméter értéke alatt zárójelben közöljük a becslés hibáját (szórását). Mindhárom függvénynél valamennyi paraméter értéke szignifikánsan különbözött nullától, 95%-os valószínűségi szinten.

A becslési eljárás kezdetén több magyarázó változót vettek figyelembe, mint amennyi végül is a (29.7)—(29.9) képletekben szerepel. Első fázisban a becslést valamennyi magyarázó változóra elvégezték. Utána elhagytak egyet a magyarázó változók közül, mégpedig azt, amelynek kihagyása aránylag legkevésbé rontotta a függvény illeszkedését, majd újra elvégezték a becslést. A magyarázó változók kihagyási sorrendje önmagában is érdekes információnak bizonyult.

Az egymást követő becslési fázisok eredményeként végeredményben több makrofüggvény-variánst kaptak, egyre kevesebb magyarázó változóval. Egy-egy ilyen variáns-csoportból azt fogadták „legjobbnak", amelyben a totális korreláció értéke a legmagasabb volt, és minden paraméter értéke szignifikánsan különbözik zérótól, 95%-os valószínűségi szinten. Mind a 29.3. táblázatban, mind pedig a (29.7)—(29.9) formulákban már csak ilyen „legjobbnak" minősített függvények szerepelnek.

29.3. táblázat

Terv-makrofüggvények

Függő változó / TMF sorszáma / Magyarázó változók	Társadalmi termék							Nemzeti jövedelem							Fogyasztás				Összes export		Szocialista export
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Foglalkoztatott létszám	×	×	×	×				×	×	×	×				×	×	×				
Állóalap értéke	×		×							×					×		×				
Beruházás		×		×		×	×		×		×		×								
Fogyasztás						×							×								
Összes import	×	×					×														
Szocialista export					×							×									
Kapitalista export					×							×									
Importstruktúra	×	×						×							×						
Exportstruktúra	×	×							×							×			×		
Társadalmi termék																			×		
Ipari termelés																				×	×
Mezőgazdasági termelés																				×	×
Termelés régi üzemben														×				×			
Termelés rekonstruált üzemben														×				×			
Termelés új üzemben														×				×			

C = a fogyasztás,
L = a foglalkoztatott létszám,
I = a beruházás,
$S^{(E)}$ = az exportstruktúra (az export megoszlása a tőkés és a szocialista piacok között),
$S^{(I)}$ = az importstruktúra (az import megoszlása a tőkés és a szocialista piacok között),
K = az állóalap értéke,
Z = az összes import.

A három számszerűsített makrofüggvényből kiderül, hogy a népgazdasági output háromféle mutatószámának, a bruttó termelésnek, a nemzeti jövedelemnek és a fogyasztásnak a magyarázatában alapvető szerepet játszanak a ráfordított tőke és munka volumenét jelző változók. (Lásd L, I, illetve K.) Emellett azonban érdekes, hogy — ha sokkal kisebb mértékben is — befolyást gyakorol az export és az import piaci struktúrája is.

Az előbbiekben röviden körvonalazott TMF módszertan jelentőségét a következőkben foglalhatjuk össze.

A paraméterbecslésnél mutatkozó előnyök és hátrányok. A fiktív adatokra (ezek közül is: a matematikai programozási számításokra) építő becslést nem a szokásos tényadatokra alapozott becslések *helyett* javasoljuk, hanem azok *kiegészítésére*. A kétféle megközelítést összehasonlítva megállapíthatjuk, hogy mindkettőnek vannak előnyei és hátrányai. Ezzel kapcsolatban néhány szót kell szólnunk a statisztikai adatokra, főként az idősorok matematikai-statisztikai elemzésére épülő becslések nehézségeiről.

a) Az idősorok, a matematikai-statisztikus szempontjából, rendszerint „rosszul viselkednek". Egy gazdasági folyamat valamely mutatójának különböző időpontokban mért értékei között gyakran autokorreláció áll fenn. Több, az időben párhuzamosan végbemenő folyamat mutatói között multikollinearitás érvényesül. Végeredményben a matematikai-statisztikus kevés számú és egymástól nem független megfigyelés alapján kénytelen becslést végezni, ami súlyosan ronthatja a becslés megbízhatóságát. (Ezekről a nehézségekről szó van a 18. fejezetben és az F függelékben.)

b) Tervezési alkalmazás esetén bizonyos fokig mindig önkényes a kizárólag a múlt megfigyelésére alapozott becslésekkel, illetve az ilyesfajta becslésekre alapozott modellekkel jósolni a jövőt. Amennyiben a vizsgált gazdasági jelenséget befolyásoló külső adottságok lényegesen megváltoznának a jövőben, úgy a múlt alapján számszerűsített modellel nem tervezhetünk megbízhatóan.

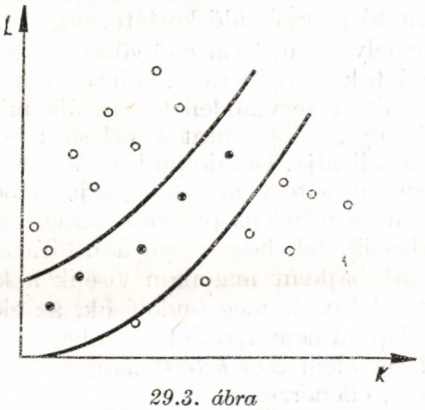
c) Tény-idősorokon alapuló becslés esetén a minta elemeinek száma szükségképpen elég kicsi. Magyarországon a legtöbb jelenségre legfeljebb 15—18 éves sorok állnak rendelkezésre, sőt sokféle folyamatra még ennél is rövidebb az összehasonlítható adatokból álló sor.

Mondanivalónkat a már említett példával, a kétváltozós termelési függvények problémájával illusztráljuk a 29.3. ábrán.

Az ábrán nagy fekete pontok jelképezik a gazdasági növekedés tényleges folyamatában megfigyelhető [K, L] párokat. Amennyiben a népgazdaság növekedése eléggé zavartalan, úgy e pontok egy átlós irányú „folyosóban" helyezkednek el.[19] A történelem nem kísérletezik. A gazdaság tényleges fejlődése nem kombinálja a termelési tényezőket extrém arányokban, pl. nagyon

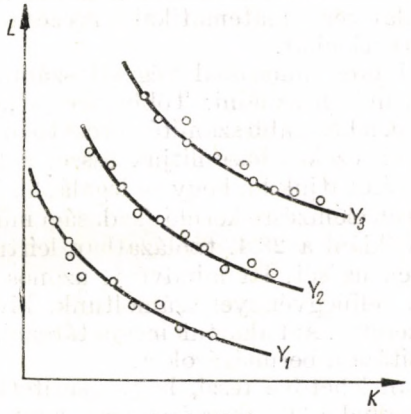
[19] Lásd erről részletesebben *Rimler J.* [256] cikkét.

sok tőkét igen kevés munkával vagy megfordítva. Ehelyett rendszerint azzal az esettel találkozunk, hogy mind az output, mind a tőkeállomány, mind pedig a munkaerő-állomány az időben eléggé szabályosan, közel exponenciálisan nő. Az ábránkon szereplő „folyosón" kívül nemigen találhatunk tényadatot. Az előbbi *a)* pontban említett statisztikai nehézségek éppen ezzel függnek össze.



29.3. ábra
Tényleges és fiktív
tőke—munka-kombinációk

Az előbbiekben leírt módszertan jelentősége abban áll, hogy matematikai programozással tetszés szerint előállíthatunk kissé „extrémebb" kombinációkat is: olyan [Y, K, L] adathármasokat, amelyek a „folyosón" kívül helyezkednek el. Így megbízhatóbbá válik az izokvantumgörbék illesztése, a makro-



29.4. ábra
Izokvantumgörbék illesztése tervszámításon
alapuló mintához (statikus modell)

függvény paramétereinek becslése, amint azt a 29.4. ábrán bemutatjuk. A valóságos történelem nem kísérletezik — de mi a számológép segítségével kísérletezhetünk, előállíthatjuk a hipotétikus helyzeteket is.

De nem csak az előbbiekben említett *a)* nehézség, hanem a *b)* nehézség leküzdéséhez is hozzájárulhat a javasolt TMF metodika. A múltbeli adatokból

nem jósolhatunk, ha a jövőben változnak pl. a nemzetközi külkereskedelmi adottságok, a technika és így tovább. Ezzel szemben a tervmodell adataiban kifejezésre juttathatjuk a külső körülmények változására vonatkozó prognózisunkat.

Ami végül a *c)* nehézséget illeti: a javasolt módszertan alapján tetszés szerinti nagyságú mintát állíthatunk elő. A reprezentációk számát kizárólag a számításokra fordítható pénz és idő korlátozza.

Nem volna persze helyes csupán az előnyökről szólni. Nemcsak nyerünk — veszítünk is. A tényadatok alapján nyert minta szűkös ugyan, de mégiscsak a valóságot tükrözi, míg a tervmodellel generált minta csupán a valóság „mása". Ez a „más" egyszerűbb, mint a valóság; pontatlanul tükrözi azt, sőt sok szempontból idealizálja. Gondoljunk csak arra, hogy a programozási modellel nyert minden egyes tervvariáns — saját modelljének és elsődleges adatainak világán belül — efficiens program, miközben a valóságos gazdálkodásról nem tételezhetjük fel, hogy szigorúan efficiens.[20] Terv-makrofüggvényeink tehát öröklött bajként magukon viselik a kiinduló „anyamodell" minden problémáját; a felsorolt meggondolások, az előnyök és a hátrányok együttes mérlegelése alapján nem ajánljuk a szokásos ökonometriai eljárások, idősoros és keresztmetszeti elemzések *helyett*, hanem csupán ezek *mellett*, egymás kölcsönös kiegészítésére, ellenőrzésére.

A módszer jelentősége a tervezésben. Ezzel kapcsolatban három gondolatot vetek fel.

— Eddig egymástól függetlenül vett részt a tervezésben a matematikai közgazdasági kutatás két ága: az aggregált makrofüggvények, főként a termelési függvények vizsgálata és a matematikai programozás. Noha kivételesen előfordult, hogy ugyanaz a kutató mindkét témával foglalkozott, a két ág többnyire a személyek tekintetében is elvált, szinte két „iskolát" jelentett. A TMF módszertan hidat ver a matematikai tervezés e két ága közé, lehetővé teszi szerves összekapcsolásukat.

— A matematikai programozással végzett számítássorozat elemzésénél sokféle módszert szoktunk használni. Többnyire a „ceteris paribus" elvet alkalmazzuk. Kiemelünk a hosszabb számítássorozatban nyert 20—60 programból néhányat, és csupán ezeket hasonlítjuk össze, a többivel nem törődve. Ezt a néhányat is úgy válogatjuk ki, hogy — legalábbis bemenő adataikban — lehetőleg csupán az éppen elemzésre kerülő gazdasági mutatószámokban különbözzenek egymástól. Például a 28.4. táblázatban leírtuk a tőke és a munka közötti helyettesítése elemzését. Itt mindvégig azonos együtthatómátrixszal, korlátokkal és azonos célfüggvénnyel számoltunk, kivéve egyetlen kísérleti paramétert, a létszámkeretet. Azt akartuk meghatározni, hogyan hat a létszámkeret fokozatos módosítása a beruházásokra.

A TMF módszertan lehetővé teszi, hogy „sűrített formában" egyszerre hasznosítsuk a sorozat mind a 20—60 számítását. Fontos kvantitatív és kvali-

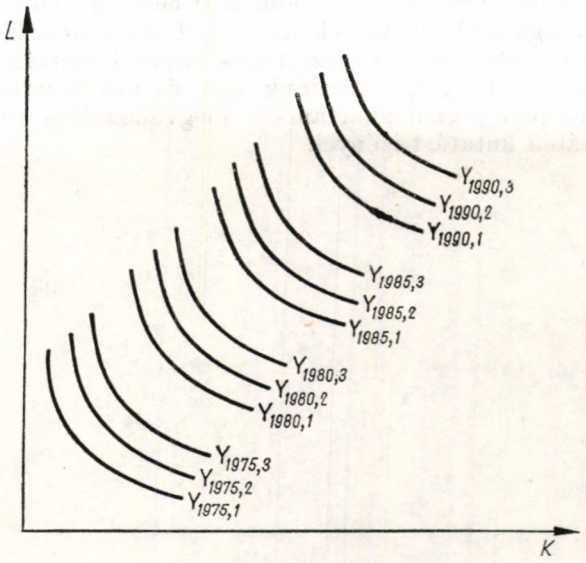
[20] Itt jegyezzük meg: a programozási modellel végzett számítássorozat keretében módosítjuk mind az együttható-mátrixot, mind a korlátvektort, s ennek megfelelően a különböző számításoknál eltérhet egymástól a megengedett programok halmaza. Az a program, amely mondjuk az 1. számítás megengedett programjainak halmazán csúcsponti program volt, a 2. számításban már belső pont, vagy esetleg ellenkezőleg: nem megengedett program lehet. *Ebben az értelemben* nem mondható el a minta alapjául szolgáló valamennyi optimális programról, hogy efficiens, mert mindegyik csak *saját* elsődleges adatai mellett minősül efficiensnek.

tatív megállapításokat tehetünk valamennyi realizáció együttes felhasználásával. Elképzelhető, hogy az egész számítássorozatra alapozott következtetés némileg el is tér azoktól a tanulságoktól, amelyeket a számítássorozat néhány „szomszédos" tagjának egyszerű összehasonlításából, a szokásos módon végzett érzékenységi vizsgálatokból vonhatnánk le.

— Végül a TMF módszertan ismét felveti a tervezés *többszintűségének* kérdését. Eddig olyan többszintű modellrendszerekről szóltunk a 24., 25. és 28. fejezetekben, amelyek felső szintjén egy sokszektoros programozási modell állt. Itt azonban bemutattuk, hogyan lehet e felső szintre, erre a csúcsra még egy „kilátótornyot" építeni a terv-makrofüggvények formájában. *A TMF olyan makromodell, amely — és ez különösen fontos — információs inputját a tervmodellrendszer alsóbb szintjéből, a részletesebb programozási modellből nyeri.*

A TMF módszertant tovább kell fejlesztenünk. Számos kutatási feladat áll előttünk. Közülük csak kettőt említek meg.

A TMF becsléseket tovább javíthatja majd, ha áttérünk az egyperiódusos, statikus matematikai programozási tervmodellekről a többperiódusos dina-



29.5. ábra
Izokvantumgörbék illesztése tervszámításon alapuló mintához (dinamikus modell)

mikus modellek alkalmazására. Ily módon a programozási modellel nem ugyanazon időszakra vonatkozó mintát, hanem „idősorokat" állíthatunk elő: a termelés, a beruházás, a külkereskedelem növekedésének különböző időbeni pályáit.

A dinamikus modelltől várható könnyebbséget — a korábbi példát folytatva — a 29.5. ábrán, a termelési függvény illesztésével illusztráljuk. Itt most nem egyetlen időpontra adunk meg háromféle Y_1, Y_2 és Y_3 értéket, hanem négy időpontra három-három értéket. Ha azután mindegyikhez 10—10-féle

[K, L] kombinációt írunk elő, így végeredményben 120 [Y, K, L] adathalmaz áll majd rendelkezésre. Ezekhez négy izokvantumgörbét illeszthetünk — azaz végeredményben sokkal megbízhatóbban végezhetjük el a termelési függvény paramétereinek becslését.[21]

Ez tulajdonképpen elvezet egy szélesebb kutatási problémához, a TMF paraméterbecslésnél használt minta *tudatos* kialakításához. Eddig a matematikai programozási számítássorozat tartalmát rendszerint a tervezők által felvetett gyakorlati döntési problémák alakították ki. (Lásd erről a „párbeszédet" leíró 29.2. táblázatot.) Esetleg befolyást gyakorolhatott a sorozatra a kutató konkrét elméleti érdeklődése. A TMF paraméterbecsléskor a mintát már készen kapta a matematikai statisztikus. Nincs azonban semmi akadálya annak, hogy a mintát tudatosan tovább bővítsük annak érdekében, hogy a függvény illeszkedését ezáltal javítsuk. Így például létrehozhatók extrémebb eredmény—ráfordítás-kombinációk a programozási modell segítségével. Igaz, e kombinációk megvalósulása tulajdonképpen kevéssé várható. Beiktatásuk azonban növeli a minta szórását, csökkenti az esetleges multikollinearitást és az autokorrelációt.

A kérdés mélyebben fekvő valószínűség-elméleti és általános ismeretelméleti problémákhoz vezet el. Az alkalmazott becslési eljárásokat (a regressziószámítást, a legkisebb négyzetek módszerét stb.) eredetileg *empirikusan megfigyelt véletlen minták* alapján végzett becslésekre dolgozták ki. Mi a helyzet ezek alkalmazásával, ha fiktív mintánk van, és azt tudatosan formáljuk? A kérdést itt csupán jelezni akartam — megválaszolása túlnőne e könyv keretein, és további kutatást igényel.

[21] E sorok írásakor már folyamatban van terv-makrofüggvények illesztése a teljes négyperiódusos modellel végzett számítások alapján kialakított mintához.

30. Még egyszer a többszintű tervezésről

30.1. Fogalmi tisztázás

A 28. és 29. fejezet többször is érintette a többszintű tervezéssel kapcsolatban a könyv első kiadása óta szerzett tapasztalatokat. A most következő fejezetben szeretnék még egyszer visszatérni e kérdésre. A részletesebb tárgyalást nemcsak az indokolja, hogy a szerző személyes szívügyének tekinti, hanem az is, hogy az első kiadás anyagából talán a többszintű tervezésről írottak váltottak ki leginkább visszhangot. Néhány ponton kritikailag felülvizsgálom korábbi álláspontomat. Ezen túlmenően kifejtek néhány olyan gondolatot is, amelyet az első kiadás még nem érintett.

Az elmúlt évek vitáit olykor fogalomzavar is nehezítette. A 30.1—30.3. szakaszok feladata világosabbá tenni, rendszerezni a dekompozíciós eljárásokkal és a többszintű tervezéssel kapcsolatos fogalmakat és értelmezési lehetőségeket.[1]

Tizenkét évvel ezelőtt publikálta új utakat megnyitó tanulmányát *Dantzig és Wolfe*.[2] Azt a módszert, amely lehetővé teszi egy nagyméretű lineáris programozási feladat felbontását és a részfeladatok ismételt elvégzése révén az eredeti, felbontatlan feladat megoldását, dekompozíciós algoritmusnak nevezték el. Azóta egész sor más eljárást dolgoztak ki, hasonló feladatok elvégzésére. A legteljesebb áttekintés és igen részletes bibliográfia *Geoffrion* tanulmányában található, amely kb. hatvanféle eljárásról számol be.[3]

Az algoritmusoknak ezt az együttesét dekompozíciós eljárásoknak nevezzük. Eszerint a *Dantzig—Wolfe-eljárás* (röviden: *D—W*-eljárás), amelytől az elnevezést átvettük, csupán egyik tagja a dekompozíciós eljárások családjának. A fiktív lejátszáson alapuló algoritmus, amelyet *Lipták Tamás*sal együtt dolgoztunk ki (röviden: *K—L*-eljárás), s amelyet a jelen könyv 24. fejezete és *H*. függeléke ismertetett, ugyancsak a dekompozíciós eljáráscsalád tagja.

Tekintsük át mindenekelőtt a dekompozíciós módszerek közös ismérveit.

Adva van egy matematikai programozási feladat. Kiinduló adataink

[1] E fejezetben részletesebb, kidolgozottabb formában visszatérek olyan kérdésekre, amelyeket a könyv első kiadásának 25. fejezete tárgyalt. A felesleges átfedések elkerülésére rövidítettem meg a 25. fejezetet.

A 30.1.—30.3. szakaszok megfogalmazásához átvettem [228], [231] tanulmányom egy részét. A [231] tanulmány egy kötet számára készült, amely a mexikói többszintű tervezéssel foglalkozik. A jelen könyvben nem szerepelnek a mexikóira vonatkozó utalások. Ehelyett mondanivalómat, a könyv többi részéhez hasonlóan, magyarországi tapasztalatokkal támasztom alá.

[2] Lásd *Dantzig, G. B.* és *Wolfe, P.* [28], [29] cikkeit.

[3] Lásd *Geoffrion, A.* [215] cikkét.

halmazát $\mathfrak{D}$-vel, az optimális megoldáshoz tartozó eredmények halmazát (a primális és duális optimális programot) $\mathfrak{X}$-szel jelöljük.

Amennyiben nem dekompozíciós, hanem *direkt eljárást* alkalmazunk, úgy kerülőút nélkül — egyetlen számítással — elvégezzük a következő transzformációt:

$$\mathfrak{D} \rightarrow \mathfrak{X}. \tag{30.1}$$

Ez történik például akkor, ha egy lineáris programozási feladatot szimplex módszerrel oldunk meg.

Ezzel szemben dekompozíciós módszer alkalmazása esetén kerülőúton jutunk el $\mathfrak{D}$-től $\mathfrak{X}$-hez. Mindenekelőtt meghatározott *dekompozíciós szabály* szerint particionáljuk a $\mathfrak{D}$ adathalmazt. Egyik részhalmaza alkotja a $\mathfrak{D}_0$ *központi* adatokat, többi részhalmazai pedig a $\mathfrak{D}_1, \mathfrak{D}_2, \ldots, \mathfrak{D}_n$ *szektoradatokat*. Ezekből az adatokból kiindulva végrehajtjuk az első iterációt. Először a központi adatok alapján elvégezzük az első *központi számítást*.

$$\mathfrak{D}_0 \rightarrow [\mathfrak{M}_0^{(1)}, \mathfrak{P}_1^{(1)}, \mathfrak{P}_2^{(1)}, \ldots, \mathfrak{P}_n^{(1)}], \tag{30.2}$$

ahol $\mathfrak{M}_0^{(1)}$ a *központi memóriatartalom* az 1. iteráció végén,
$\mathfrak{P}_i^{(1)}$ a központi számításból nyert és az i-edik szektorszámításhoz ($i=1, \ldots, n$) az 1. iteráció végén átadott *központi információs output*.

A szektoradatok alapján elvégezzük az *első szektorszámítást:*

$$\mathfrak{D}_i \rightarrow [\mathfrak{M}_i^{(1)}, \mathfrak{R}_i^{(1)}] \qquad i=1, \ldots, n, \tag{30.3}$$

ahol $\mathfrak{M}_i^{(1)}$ az i-edik *szektor memóriatartalma* az 1. iteráció végén,
$\mathfrak{R}_i^{(1)}$ az i-edik szektorszámításból nyert és a központi számításhoz az 1. iteráció végén átadott *szektorinformációs output*.

Az 1. iterációt követi a 2., ..., s-edik iteráció. Az s-edik iterációban végrehajtott transzformációk a következők:

$$[\mathfrak{M}_0^{(s-1)}, \mathfrak{R}_1^{(s-1)}, \mathfrak{R}_2^{(s-1)}, \ldots, \mathfrak{R}_n^{(s-1)}] \rightarrow [\mathfrak{M}_0^{(s)}, \mathfrak{P}_2^{(s)}, \ldots, \mathfrak{P}_n^{(s)}]. \tag{30.4}$$

E transzformációt nevezzük a *központ válaszfüggvényének.*

$$[\mathfrak{M}_i^{(s-1)}, \mathfrak{P}_i^{(s-1)}] \rightarrow [\mathfrak{M}_i^{(s)}, \mathfrak{R}_i^{(s)}] \qquad i=1, \ldots, n. \tag{30.5}$$

E transzformációt nevezzük az i-edik *szektor válaszfüggvényének.*

Mindkét válaszfüggvény magában foglal egy *memorizálási szabályt:* az induló adatokból, az s-edik iteráció előtt beérkezett információs inputokból és az s-edik iteráció előtt elkészült számítási eredményekből mit kell tárolni a központi, illetve a szektorális memóriában. Ezenkívül magában foglal egy *információkibocsátási szabályt:* milyen üzenetet küldjön a szektor a központnak és *vice versa.*

Az iterációk folytatódnak, egészen az utolsó s-edik iterációig. Ezzel kapcsolatban egy *lezárási szabály* szükséges, amely előírja, milyen feltételek mellett bocsássa ki a központ a záróműveletek elvégzésére utasító speciális $P_i^{(s)}=P_i^*$ *záró központi információs outputot.* Ezenkívül meg kell határozni *egy megoldásszámító szabályt:*

$$[\mathfrak{M}_i^{(s)}, \mathfrak{P}_i^*] \rightarrow \mathfrak{X}_i^*. \tag{30.6}$$

A 30.6 transzformáció eredményeképpen kapott $\mathfrak{X}^*=[\mathfrak{X}_1^*, \mathfrak{X}_2^*, \ldots, \mathfrak{X}_n^*]$ halmaz vagy azonos az eredeti, felbontás nélküli feladat optimális $\mathfrak{X}$ megol-

dásával, vagy annak — meghatározott kritérium szerint elfogadható — megközelítése.

Az elmondottak szerint valamely dekompozíciós eljárás specifikálásához a következő karakterisztikumokat kell megadni:

1. a kiinduló adathalmaz dekompozíciós szabálya,
2. a szintek között áramló információs input-output specifikálása,
3. a központi és a szektorális válaszfüggvény,
4. a lezárási szabály,
5. a megoldásszámító szabály.

A dekompozíciós eljárások előbbi jellemzése az eddig ismert algoritmusok zömének közös ismérveit általánosítja. Lehetséges, hogy ez az eljáráscsalád később ki fog bővülni olyan algoritmusokkal, amelyek egyik-másik vonatkozásban eltérő ismérvekkel rendelkeznek, s akkor időszerűvé válik a jellemzés módosítása.[4]

A 30.1. táblázatban az első négy karakterisztikum alapján hasonlítjuk össze az eredeti $D-W$-algoritmust, annak „naiv" változatát, az I. függelékben ismertetett tervjavítási eljárást[5] és a $K-L$-algoritmust. A táblázathoz további oszlopokat iktathatnánk a többi sok tucatnyi dekompozíciós algoritmus jellemzésére. Erre itt nincs helyünk, csupán annyit jegyzek meg: az információáramlás tartalmát tekintve két fő osztályt különböztethetünk meg. Az egyikben felülről lefelé árnyékárakat küldenek, s alulról felfelé volumen jellegű mutatószámokat. Ennek az osztálynak az „őse" a $D-W$-algoritmus. A másik osztályban felülről lefelé volumen jellegű mutatókat, alulról felfelé pedig árnyékárakat küldenek. E második osztály úttörője a $K-L$-algoritmus volt. A $D-W$- és a $K-L$-algoritmusnak ez a *történeti* szerepe e módszercsalád kifejlesztésében, s ez független attól, vajon azóta kidolgoztak-e hasonló információáramlással működő, de egyéb karakterisztikumukban eltérő algoritmust. Így például a *Kate*-eljárás[6] a második osztályba tartozik, azaz rokon a $K-L$-algoritmussal, de válaszfüggvényei eltérőek, lezárási szabálya is más; számítástechnikailag előnyösebb, mert véges számú lépésben éri el az optimumot.

30.2. A dekompozíciós eljárások felhasználási és értelmezési lehetőségei

A dekompozíciós eljárások háromféle felhasználási és értelmezési lehetősége merült fel az irodalomban és a gyakorlati alkalmazásban.

A) Matematikai-számítástechnikai eljárás. A dekompozíciós módszerek eredeti rendeltetése kifejezetten matematikai-számítástechnikai jellegű: nagy-

[4] Így például a (30.4) és (30.5) válaszfüggvények kizárólag vertikális információáramlást írnak le, a központból a szektorokhoz és vissza. Egyetlen olyan eljárás ismert, amelyben horizontális, szektorok közötti információáramlás is megjelenik. Ez a *Simon Gy.* által kidolgozott ún. reflektor-programozás. (Lásd [259].) A többi azonban csupán vertikális információáramlást tartalmaz, s ezért egyelőre kielégítőnek tűnik az algoritmuscsalád általános jellemzésére a fenti leírás.

[5] Az eljárást a dekompozíciós algoritmusok családjába sorolom, mert — noha lezárási szabálya nem követeli meg az egzakt optimumot s tartalmaz heurisztikus lépéseket — a felsorolt ismérvek alapján mégis dekompozíciós eljárásnak minősíthető.

[6] Lásd *Kate, A. T.* [220] tanulmányát.

Három dekompozíciós eljárás összehasonlítása

30.1. táblázat

	D—W-eljárás	Tervjavítási eljárás	*K—L*-eljárás
1. ismérv: A kiinduló adatok dekompozíciós szabálya	*Központi adatok:* a központi feltételek korlátai *Szektorális adatok:* a szektorváltozóknak a központi feltételekre vonatkozó együtthatói; a speciális szektorfeltételek együtthatói és korlátai, valamint a szektor célfüggvény-együtthatói	Azonos a *D—W* módszerével	Azonos a *D—W* módszerével
2. ismérv: A szintek közötti információs input-output specifikálása	*Központi információs output, leküldve a szektoroknak:* a központi korlátok árnyékárai *Szektorális információs output, felküldve a központnak:* tervjavaslatok és célfüggvény-hozzájárulások	*Központi információs output, leküldve a szektoroknak:* kvantitatív és kvalitatív információk a központi korlátok szűkösségeiről és feleslegeiről, a központi korlátok árnyékárai *Szektorális információs output, felküldve a központnak:* tervjavaslatok és célfüggvény-hozzájárulások, a központi korlátok szektorális árnyékárai, kvantitatív és kvalitatív információk a központi korlátok szűkösségéről és feleslegeiről	*Központi információs output, leküldve a szektoroknak:* irányszámok (output-kötelezettségek és input-keretek) *Szektorális információs output, felküldve a központnak:* a központi korlátok szektorális árnyékára

3. ismérv: A válaszfüggvényekről (Itt csak a központi, ill. szektorális információs output előállításának módját, algoritmusát jellemezzük)	*A központban:* lineáris programozás *A szektorokban:* lineáris programozás	*A központban:* lineáris programozás, s az eredmények közgazdasági értékelése *A szektorokban:* lineáris programozás, s az eredmények közgazdasági értékelése	*A központban:* „mikroprogramozás" (rangsorolás) és „keverés" *A szektorokban:* lineáris programozás és „keverés"
4. ismérv: A lezárás szabálya	Lezárás az egzakt optimum elérésekor	Lezárás, ha elégséges a javulás az induló komparatív programhoz képest	Lezárás, ha a felső és az alsó optimum különbsége már nem nagyobb egy előre megállapított küszöbértéknél

méretű matematikai programozási (többnyire lineáris programozási) problémák megoldásának kiszámítására szolgálnak.

Amikor ebből a szempontból vizsgáljuk a dekompozíciós algoritmusokat, a „központ" vagy „szektor" fogalmaknak nem szabad semmiféle institucionális jelentést tulajdonítani. Mind a „központi", mind a „szektorális" számítások ugyanazon a számológépen folynak; ezek csupán egy összetett algoritmus, s az ezt leíró gépi rutin különböző részeinek, blokkjainak elnevezéséül szolgálnak.

Elképzelhető, hogy adott memóriákkal és műveleti sebességekkel rendelkező gépen, meghatározott struktúrájú feladat megoldása előnyösebb dekompozíciós, mint direkt eljárással. Sajnos, nem áll rendelkezésre elegendő tapasztalat annak egyértelmű eldöntésére, hogy ez mikor van így. Noha évek óta vitatják e kérdést, tudomásom szerint mind ez ideig sehol sem publikálták olyan kutatás eredményeit, amely kellően reprezentatív kísérleti számítások sorozatával tisztázta volna, milyen feltételek mellett melyik eljárás hatékonyabb. Az eddigi szórványos, nem eléggé átfogó tapasztalatok a következőket sugallják.

Amennyiben az eredeti, felbontás nélküli nagy feladat aránylag kényelmesen „belefér" a számológépbe, rendszerint gyorsabb és egyszerűbb a direkt módszerek valamelyike, mint bármelyik dekompozíciós algoritmus. Nagy teljesítményű számológépeken ez feltehetően így van 1000—2000 egyenletes lineáris programozási feladatoknál is.

Rendkívül nagy méretű, sok tízezer egyenletes feladatnál elkerülhetetlennek látszik valamely dekompozíciós eljárás alkalmazása. Az ilyen óriás feladat megoldása azonban igen lassú és költséges.

A két méréthatár közötti középső mezőben vitathatónak látszik, vajon a direkt vagy a dekompozíciós eljárás hatékonyabb-e.

A kérdés alapos vizsgálatot érdemel. Ez azonban nem közgazdasági, hanem tisztán számítástechnikai probléma.

Itt röviden ki kell térnem a $K-L$-algoritmussal kapcsolatos számítástechnikai tapasztalatokra. Az eljárás konvergenciája — amint az a 25. és a 28. fejezetben említettem — lassúnak bizonyult. Számítástechnikailag vannak hátrányai a $D-W$-eljáráshoz képest. A $D-W$-módszer véges, a $K-L$-eljárás nem. A $D-W$-módszer monoton eljárás, a célfüggvény értéke iterációról iterációra javul, vagy legalábbis nem romlik. Ezzel szemben a $K-L$-eljárásnál a célfüggvény ingadozásokkal közeledik az optimumhoz. Sajnos azonban a $D-W$-módszer is lassúnak bizonyult.

Az 1966—1970. évi kísérleti programozás idején még nem volt olyan nagy teljesítményű számítógépünk, hogy a kb. 2000 egyenletes feladatot direkt módszerrel megoldhattuk volna, s mivel az egzakt dekompozíciós eljárások túlságosan lassúnak tűntek, végül is az I. függelékben leírt közelítő „tervjavítási eljárást" alkalmaztuk. Az új nagy modellt, amint az a 29. fejezetből kiderült, direkt módszerrel oldották meg.

Úgy érzem, szükséges, hogy ehhez egy személyes jellegű megjegyzést fűzzek. Egy pillanatig sem éreztem szubjektíve fontosnak, hogy a $K-L$-módszer *mint számítástechnikai algoritmus* felhasználásra kerüljön. Ha kellően hatékonynak bizonyul, alkalmaztuk volna. De habozás nélkül félretettük, amikor más eljárás látszott előnyösebbnek. Ma száz és száz matematikus dolgozik világszerte azon a problémán, hogyan kell nagy egyenletrendszereket

számológépen megoldani. Az ő feladatuk, hogy ezt kikísérletezzék, s végül is állást foglaljanak, mely esetben melyik eljárás célszerűbb.

B) A tervezés deskriptív elméleti modellje. Ebben az esetben a dekompozíciós eljárással nem végzünk valóságos számítást, csupán az algoritmus elméletileg tisztázott kvalitatív jellemzőit használjuk fel valóságos tervezési folyamatok egyes tulajdonságainak leírására, absztrakt modellezésre.

Egyik dekompozíciós eljárás sem alkalmas arra, hogy mindennemű tervezési folyamat *általános* modellje legyen, bemutassa a tervezés valamennyi fő jellegzetességét. Szerepük ennél korlátozottabb. *Egy-egy dekompozíciós módszer kiemelheti a tervezési folyamatok valamely szűkebb osztályának egyik vagy másik vonását.*

Így például a *D—W*-eljárás olyan tervezési folyamat absztrakt modelljeként fogható fel, amelyben a tervhivatal fő funkciója a központilag megfigyelt termékek és erőforrások mérlegegyensúlyának biztosítása, továbbá e termékek és erőforrások árának megállapítása. A *K—L*-algoritmus olyan tervezési folyamatot modellez, amelyben a központ kibocsátási kötelezettségeket és felhasználási kereteket szab meg a szektorok számára. Egy harmadik algoritmus, *Weitzman* módszere[7] a tervezés egy másik fontos vonását emeli ki: a központ túl ambiciózus irányszámok megszabásából indul ki, majd miután a szektorok jelzik e terv megvalósíthatatlanságát, fokozatos korrekciókkal közelednek egy megvalósítható programhoz.

A *B)* típusú felhasználással kapcsolatban két veszélyre szeretném felhívni a figyelmet.

Az egyik veszély: túl messzemenő *közgazdasági* következtetések levonása a programozási algoritmusok *számítástechnikai* tulajdonságaiból. Két példát hozok fel erre. Egy lineáris programozási probléma megoldása direkt eljárással felfogható úgy, mint egy teljes információval rendelkező, abszolút centralizált gazdaság központi tervhivatalának működése. Ezzel szemben valamennyi dekompozíciós módszer olyan tervezési folyamat modelljének tekinthető, amelyben az információk egyik részét a központi tervhivatal, másik részét a szektorális tervezőszervek tárolják, s a tervszámítások feladatait is megosztják a központ és a szektorok között. Mármost súlyos hiba lenne az *A)* típusú felhasználás közben nyert tapasztalatokból (amelyek szerint a direkt eljárás számítástechnikailag sok esetben előnyös) bármiféle következtetést is levonni a tervezés centralizációjának vagy részleges decentralizációjának előnyeire és hátrányaira vonatkozóan. Abból, hogy hány iterációval és hány művelettel jut el a direkt szimplex eljárás vagy a *D—W*-algoritmus az optimumhoz, semmi sem következik a tervezés *közgazdasági* elmélete számára.

Hasonlóképpen: ha numerikus kísérleteket végzünk különböző dekompozíciós eljárások hatékonyságának összehasonlítására, ez tanulságos lehet az *A)* típusú felhasználás szempontjából, de semmit sem mond a *B)* típusú elemzésben. Ha mondjuk a *D—W*-algoritmus konvergenciája gyorsabb, mint a *K—L*- vagy a *Kate*-módszeré, abból kizárólag azt a tanulságot szűrhetjük le, hogy az előbbi számítástechnikailag ügyesebb. De nem adódik semmiféle közgazdasági következtetés arra vonatkozóan, hogy „jobb" egy ármegállapító *Lange*-típusú, mint egy „keretfelosztó" szocialista tervezés. Ne feledkezzünk el egy pillanatra sem arról, mennyire életidegen feltevéseken alapulnak e modellek. Valamennyi ismert dekompozíciós eljárás olyan gaz-

[7] Lásd *Weitzman, M.* [275] cikkét.

daságot ír le, amelyben nincs növekvő hozadék és oszthatatlanság, nincsen bizonytalanság, minden információt torzítatlanul továbbítanak, a rendszer résztvevőinek közös optimumkritériumuk van és így tovább. A valóságos tervezési folyamatok viszont élő környezetben, reális feltételek között kénytelenek működni, azaz olyan világban, amelyben van például csökkenő és növekvő hozadék, osztható és oszthatatlan tevékenységek és erőforrások, bizonytalanság, információtorzítás, érdekösszeütközés stb. Súlyos módszertani-logikai hiba, ha a valóságos rendszerek összehasonlítását összekeverjük olyan modellek összehasonlításával, amelyek egész sor fontos vonásukban megegyeznek egymással — és egyaránt eltérnek a valóságtól.

Térjünk át a második veszélyre. Világosan tisztáznunk kell magunkban, hogy *B)* típusú felhasználás esetén tulajdonképpen mit is modellezünk egy-egy algoritmussal? Két lehetőség van; nevezzük ezeket *B1)* típusú és *B2)* típusú értelmezésnek.

B1) típusú értelmezés: az iterációk sorozata a döntés, a végleges terv előkészítését reprezentálja. Csupán „papíron" egyezkednek a központ és a szektorok; $\mathcal{P}_i^{(s)}$ és $\mathcal{R}_i^{(s)}$ csupán információk cseréjét fejezi ki, s nem hat közvetlenül a gazdaság reális működésére. Kizárólag $\mathfrak{X}$, a véglegesen elfogadott terv jelenti a döntést; ez szabályozza a gazdasági rendszer reálfolyamatait: a termelést, a forgalmat, a fogyasztást.

B2) típusú értelmezés: minden egyes iteráció információs outputja, $\mathcal{P}_i^{(s)}$ és $\mathcal{R}_i^{(s)}$ azonnal közvetlenül hat a gazdaság reális működésére, szabályozza annak reálfolyamatait: a termelést, a forgalmat és a fogyasztást. Igaz, az ilyen döntés nem optimális, sőt esetleg nem is hajtható végre teljes egészében, hanem a gyakorlat kénytelen korrigálni — de azért mégiscsak döntés. Az algoritmus azt mutatja meg, hogyan konvergálnak ezek a nem optimális, esetleg végre nem hajtható döntések $\mathfrak{X}$-hez, a végrehajtható és optimális döntéshez.

B1) értelmezés esetén az algoritmus a *döntéselőkészítés, a tervezés* deskriptív modellje. Ezzel szemben *B2)* értelmezés esetén az algoritmus a gazdasági rendszer *mindennapos működésének, a működés mindennapos szabályozásának* deskriptív modellje.

A legtöbb szerző a *B1)* értelmezést alkalmazza. Sajnos azonban sok szerző nem tesz világos megkülönböztetést. Különösen az okoz zavart, hogy az elmélettörténeti előzményekre vonatkozó irodalmi utalások a *B2)* értelmezés lehetőségét sejtetik. Így például *Malinvaud* tanulmánya,[8] valamint *Arrow* és *Hurwicz* munkája[9] a *Walras*-féle tâtonnement folyamatokra és *Taylor—Lange* szocializmus-modelljére hivatkoznak. Márpedig *Walras* a tâtonnement folyamatok leírásakor nem a kereslet, a kínálat és az árak papíron vagy tárgyalóasztal mellett folyó egyeztetését tartotta szem előtt, hanem a valóságos piac mindennapos működését, amelyben disequilibriumok sorozatán át igazodnak egymáshoz a kínálat, a kereslet és az ár.[10] Hasonlóképpen, *Walrast* követve, *Lange* is arra gondolt, hogy valóságos túlkínálat és valóságos túlkereslet sorozatos észlelései útján, lépésről lépésre ténylegesen változtatgatva az árakat, jut majd el a szocialista tervhivatal a piac kívánatos állapotának

[8] Lásd *Malinvaud, E.* [242] tanulmányát.
[9] Lásd *Arrow, K. J.* és *Hurwicz, L.* [7] tanulmányát.
[10] Lásd *Walras, L.* [274] könyvét, 170. és 520. old.

kialakításához.[11] Amikor tehát — a dekompozíciós módszereket tárgyalva — *Walras*ra, *Lange*ra hivatkozunk, utat nyitunk a *B2)* típusú értelmezésnek.

A *B1)* értelmezés — kellő óvatossággal — nemcsak megengedhető, hanem tudományosan gyümölcsöző is. Ezzel szemben a szerző meggyőződése szerint a *B2)* típusú értelmezés félrevezető. Sok érv szól ellene; ezek közül itt csak egyet emelünk ki. A valóságos gazdaság valóságos piacán a t-edik periódus túlkínálata hozzácsapódik a $(t+1)$-edik periódus induló készletéhez. A t-edik periódus túlkereslete esetleg nem adódik hozzá teljes egészében a $(t+1)$-edik periódus keresletéhez, de azért megnövelheti azt, vagy bonyolult helyettesítési folyamatokat indít el. Ezzel szemben a legtöbb dekompozíciós algoritmusban tökéletesen eltűnik a probléma: az eljárás kikényszeríti minden iterációban az egyensúlyt. Vagy, ha megengedi a túlkereslet és túlkínálat jelentkezését, az előző iterációk disequilibriumai nem halmozódnak fel; minden iteráció „tiszta lappal" indul. Például *Arrow* és *Hurwicz* említett tanulmányában a t-edik iterációban keletkezett túlkínálat „eltűnik", nem adódik hozzá a $(t+1)$-edik iteráció kínálatához.

C) A gyakorlati tervezéshez ajánlott módszer; a tervezés normatív elméleti modellje. A *C)* típusú felhasználás esetén azt javasoljuk a gyakorlati tervezés felelős irányítóinak, hogy a tervezés folyamatait egyik vagy másik dekompozíciós eljárás szabályai szerint szervezzék meg. Tehát legyen egy központi tervhivatal és legyenek szektorális tervezőszervek. Ezek között legyen információáramlás; a központ küldje meg a $\mathcal{P}_i^{(s)}$ információkat a szektoroknak, azok pedig az $\mathcal{R}_i^{(s)}$ információkat a központnak. A tervezés legyen iteratív; minden iterációban a (30.4), illetve (30.5) válaszfüggvény szerinti számításokat végezzék el a központ, illetve a szektorok komputerein. Végül a javasolt dekompozíciós módszer lezárási szabálya és megoldásszámító szabálya szerint fejeződjék be a tervezés.

Noha ritkán, de azért előfordul az előbbiekben körvonalazott felfogás. Vannak közgazdászok, akik vallják: a tervezési folyamat teljesen vagy majdnem teljesen komputerizálható, s annak minden mozzanata valamely dekompozíciós eljárás szigorú szabályai szerint szervezhető meg.[12] A szerzők többsége nem megy ilyen messzire, s félig-meddig nyitva hagyja a kérdést, milyen mértékben kellene a dekompozíciós eljárást a gyakorlati tervezés receptjeként, normatív elméleteként felfogni. Azt hiszem, saját lelkiismeretem ebben a vonatkozásban nyugodt lehet: sohasem tettem ilyesféle naiv javaslatokat.

A *B1)* típusú és a *C)* típusú felhasználás eredményessége szorosan összefügg. Elméleti megalapozottság igényével fellépő normatív ajánlások kiindulópontjául csupán empirikusan jól igazolható deskriptív elmélet szolgálhat. Ezért a *C)* típusú felhasználás jogosultságának megvitatására csak azután térhetünk vissza, miután a következő szakaszokban beszéltünk a tényleges gyakorlati tervezési folyamatok néhány sajátosságáról.

[11] Lásd *Lange, O.* [237] munkáját.

[12] Lásd például a magyar közgazdasági irodalomban *Simon Gy.* [259] tanulmányát.

30.3. A többszintű tervezés fogalma

Eddig a következőt tisztáztuk: a „dekompozíciós eljárás" elnevezést a számítástechnikai algoritmusok egy családjára foglaljuk le. Ezeknek többféle (*A*, *B1*, *B2* és *C*) *értelmezést* adhatunk. A *K—L*-algoritmus a dekompozíciós eljárások egyike.

A többszintű tervezés fogalmát szeretném a továbbiakban a tényleges tervezés néhány jellegzetes vonásának megjelölésére felhasználni. Valamely tényleges tervezési folyamat többszintű, ha a következő tulajdonságok jellemzik.

A tervezés nem egyetlen intézményben folyik, hanem szimultán több intézményben. Az intézmények között vertikális alá- és fölérendeltségi kapcsolatok vannak. A felső- és alsószintű intézmények között a tervezés folyamatában szervezett információcsere megy végbe. A fölé-, illetve az alárendelt szervtől kapott információ tényleges befolyást gyakorol az intézmény saját tervszámításaira. A tervezés iteratív: többszöri információcsere és többszöri újraszámítás után zárják le.

A többszintű tervezés eszerint egy *empirikus* kategória. Egy ország tényleges tervezését tanulmányozva megállapíthatjuk, vajon az mennyiben viseli magán a többszintűség jegyeit. A tervezés néhány fontos institucionális tulajdonságát foglalja össze. (Bár persze nem foglalják magukba a tervezés összes fontos institucionális jegyeit.)

Az elmondottakból következik: a többszintű tervezés végbemehet matematikai tervezési módszerek felhasználásával vagy anélkül. Nézetem szerint, amint arról a fejezet további részében szó lesz, célszerű igénybevenni matematikai módszereket. A „többszintű tervezés" *fogalma* azonban nem foglalja magában nélkülözhetetlen elemként a matematikai modellek, eljárások felhasználását, többszintű modellrendszer kiépítését, a modellek közti vertikális információcserét.

Egy-egy dekompozíciós eljárás, *B1)* értelmezésben, szolgálhat egy valóságos többszintű tervezési rendszer deskriptív elméleti modelljeként. (Mint láttuk, többnyire e rendszer egysíkú, egyoldalú modelljeként.) A többszintűség azonban végső soron nem valamilyen *modell* jellegzetessége, hanem a *gazdasági valóság* tulajdonsága.

A „többszintűség" elemei — az előbbiek szerint definiált értelemben — megtalálhatók minden fejlett népgazdasági tervezésben. Nyilvánvalóan érvényre jutottak a gazdaságirányítási reformok előtti szocialista tervezésben is. (Erre a későbbiekben még visszatérek.) E jelenség azonban nem csupán a tervutasításokkal szabályozott gazdaságban mutatkozik meg. A francia középtávú tervezést például ugyancsak kétszintű struktúra jellemzi. A központi tervbizottság és a vállalatok között részben a minisztériumok, részben a szakmai bizottságok alkotják a „középszintet". Utóbbiakban részt vesznek a legnagyobb vállalatok, a munkaadók és a szakszervezetek képviselői is. A terv kidolgozása során szervezett információcsere megy végbe az egyes szintek között.

Miközben a tervezés többszintűsége a népgazdasági tervezési rendszerek általános tulajdonsága, annak *konkrét formáiban* lényeges eltérések vannak aszerint, hogy szocialista vagy kapitalista gazdaságról, gazdaságilag fejlett vagy elmaradott országról, kis vagy nagy népességű államról van-e szó.

A konkrét formák függnek attól is, hogy az illető ország vezetése milyen speciális gazdasági mechanizmust alakított ki.

A fogalmi elhatárolás ismételt átgondolásának elősegítésére táblázatos formában is áttekintem egyfelől a dekompozíciós algoritmusok, mint deskriptív modellek, másfelől a valóságos többszintű tervezési folyamatok néhány kapcsolatát. A 30.2. táblázat első oszlopa arra mutat rá, mit állít előtérbe egy-egy dekompozíciós algoritmus *B2)* értelmezése a valóságos tervezési folyamatok jellegzetes tulajdonságai közül. Itt sorolom fel tehát e modellcsaládnak azokat az értékes vonásait, amelyek különösen figyelemre méltóvá teszik, kiemelik a döntési, tervezési folyamatok sokféle deskriptív modellje közül. A táblázat második és harmadik oszlopa a modell és a valóság, a dekompozíciós eljárás *B2)* értelmezése és a tényleges többszintű tervezési folyamat közötti eltéréseket veszi sorra.

30.2. táblázat

A dekompozíciós eljárás mint deskriptív modell

Milyen lényeges vonásokat emel ki a dekompozíciós eljárás a valóságos tervezési folyamatok jellegzetességei közül	Milyen egyszerűsítést tartalmaz a dekompozíciós eljárás a valóságos tervezési folyamatokhoz képest	A valóságos tervezési folyamat tulajdonságai
A tervezés többszintű	A szintek száma a rendszeren belül egységes	A szintek száma a rendszeren belül nem egységes
Vertikális információáramlás léte	*Csak* vertikális információáramlás van*	Van vertikális, horizontális és nem vertikális, nem horizontális információáramlás
Nem csupán egyetlen típusú információ áramlik a rendszeren belül, hanem mind árjellegű, mind nem árjellegű	Egy irányban csupán egytípusú információ megy: vagy felülről lefelé árjellegű és alulról felfelé nem árjellegű, vagy megfordítva	Minden irányban több típusú információ áramlik
A tervezési folyamatok iteratív jellegűek, ismételt szintek közti információcserével	Nagy számú információcsere megy végbe	Kis számú információcsere megy végbe
Érdekegyeztetés a központ és az alsóbb szintű intézmények között	Az alsóbb szintű intézmények érdekeinek ütközése esetén a központ dönt	A kompromisszum nem mindig központi döntés alapján alakul ki

* Az ezzel kapcsolatos kivételt, *Simon Gy.* módszerét már említettem.

El kell ismernem, hogy a fogalmi megkülönböztetések nem voltak ilyen világosak korábbi munkáimban, így többek között a könyv 24—25. fejezetében sem. A *K—L*-algoritmus eredeti elnevezése („kétszintű tervezés") hatásos volt, s kétségkívül elősegítette hírének elterjedését. Sajnos azonban maga az elnevezés is hozzájárult a fogalmi keveredéshez. A „kétszintűség" (vagy általánosabban: „a többszintűség") fogalmát egy speciális számítástechnikai algoritmus megjelölésére vette igénybe. Holott valójában a „többszintűség" fogal-

mát jobb lenne az előbbi fogalmi tisztázás értelmében empirikus-institucionális kategóriának tekinteni.

A tapasztalat szerint könnyebb fogalmakat összekeverni, mint tisztázni. Mégis remélem, hogy végül is sikerül majd kialakítani a közgazdászok körében a többszintű rendszerekkel és a dekompozíciós eljárásokkal kapcsolatos egységes fogalomhasználatot.

30.4. A tervutasításos mechanizmus komputerizálása

Az elmúlt években a többszintű tervezési rendszerek továbbfejlesztésére vonatkozó elgondolások többnyire összefonódtak a matematikai módszerek alkalmazásának szorgalmazásával. Mielőtt kifejteném saját javaslataimat, szeretném magam elhatárolni más nézetektől.[13] A vélemények sokaságából két koncepciót emelek ki. E két koncepció tulajdonképpen nem jutott kifejezésre „vegytiszta" formában egyetlen nyomtatott műben sem. A sajtóvitákban, s még inkább a kötetlen beszélgetésekben többnyire keverednek a különböző elgondolások. A többszintű tervezésre vonatkozó elképzelések két „prototípusáról" lesz tehát szó. Vonásaik éles megrajzolása megkönnyíti a vita fő kérdéseinek kiemelését.

Az egyik vitatott koncepciót így nevezhetnénk: „a tervutasításos mechanizmus komputerizálása". Korábban már röviden érintettem a gazdaságirányítási reform előtti magyar mechanizmus jellegzetességeit. Magyarországon is, akárcsak a többi szocialista országban, az éves népgazdasági terv igen részletes előírásokat szabott meg a termelésre, valamint az erőforrások és a termékek allokációjára. A népgazdasági tervet az Országos Tervhivatal felbontotta minisztériumok szerint. Az így megállapított terv kötelező utasítás volt a minisztérium számára. Az ismertetést az ipar példáján folytatva: a minisztérium felbontotta saját tervét az alája rendelt intézményekre (iparigazgatóságokra, trösztökre). Végül az iparigazgatóság vagy a tröszt felbontotta a tervet a vállalatokra. Szorosan összekapcsolódott a *tervezés* és az *operatív irányítás* hierarchikus rendszere. A többszintű tervezésnek és szabályozásnak ebben a speciális formájában felülről lefelé utasítások áramlottak, alulról felfelé pedig jelentések az utasítások végrehajtásáról és a következő terv összeállítása idején fennálló helyzetről.

A matematikai módszerek megjelenése nyomán kialakult a következő elgondolás: tartsuk meg ugyanezt a mechanizmust — csak éppen tegyük hatékonyabbá a matematikai modellek, a komputerek felhasználásával.

— Komputerek segítségével kell tárolni, rendezni, feldolgozni a hierarchia minden szintjén az összegyűjtött információkat.

— Matematikai modell segítségével kell kidolgozni a részletes központi éves termelési és elosztási tervet. Ez pl. elvégezhető egy nagy matematikai programozási modellel, amelynek primális megoldása megadja a termelési és forgalmi előirányzatokat.

— Matematikai modell segítségével kell felbontani a tervet az alsóbb szint számára.

[13] E polémiában kapcsolódom olyan gondolatokhoz, amelyeket *Anti-Equilibrium* című [226], [227] munkámban fejtettem ki. Lásd főképpen annak 5., 6., 23. és 24. fejezetét.

— Korszerű adatközlési technikával, pl. a számológépeket telexhálózat útján összekapcsolva kell egymással összekötni a tervezés szintjeit.

A magam részéről soha nem voltam és most sem vagyok ennek a koncepciónak híve. Őszintén sajnálom, ha könyvem első kiadásának bármely passzusát így értelmezték volna.[14] Valamennyi eddigi munkámban újra és újra visszatért az a gondolat, hogy a központi szabályozást és a decentralizált döntést, a tervezést és a piacot szorosan össze kell kapcsolni.[15] Legfeljebb egy-egy könyv vagy tanulmány — konkrét tartalmának megfelelően — hol e kettős feladat egyik, hol a másik oldalára helyezi a hangsúlyt.

Az előbbiekben vázolt koncepció egyik fő hibája, nézetem szerint az, hogy túlbecsüli a matematikai módszerek érettségét. Nem tudom, mire lesznek képesek a matematikai közgazdászok száz év múlva. Csak azt próbálom mérlegelni, mit tudunk ma, s mire leszünk képesek a legközelebbi egy-két évtizedben. Bármilyen impozánsak is nagy egyenletrendszereink, valljuk meg őszintén: tulajdonképpen nagyon erős egyszerűsítéseken alapuló modellekkel dolgozunk. Ma még lehetetlen automatikus, komputerizált szabályozásra bízni azt a hallatlanul bonyolult adaptív folyamatot, amelyet egy modern gazdaság működtetése jelent. Lehetetlen az ehhez szükséges millió és milliárd információt számológépek számára összegyűjteni, hibátlanul tárolni, késés nélkül továbbítani, a számításokat villámgyorsan újra és újra elvégezni. Aki már maga is végzett ilyen kutatást, tudja: ma még rendszerint hónapokat, esetleg éveket is igénybe vehet egy-egy nagyobb modell felépítése, számszerűsítése, „bejáratása", az eredmények alapos értékelése.

Igaz, a matematikai tervezés eszközei és a számológépek technikai teljesítménye gyorsan nő. Ugyanakkor azonban a gazdasági fejlődéssel együtt nő a rendszer bonyolultsága is. Nehéz tehát megjósolni, vajon csökken-e a jövőben a szakadék a modellek és számítógépek szabályozóképessége és a gazdaság operatív működtetésének „szabályozásigényessége" között.

A *szervezési* nehézségekkel egyenrangú másik probléma a gazdasági irányításban részt vevő emberek *magatartása*. Az emberek nem sorolhatók a komputer „perifériái" közé, akár egy adatbevivő vagy eredményértékelő berendezés, akiket ambíciók fűtenek, személyes és csoportérdekek vezérelnek. Az utasításokon alapuló mechanizmus egyik baja az (s ezen a komputerizálás sem segít), hogy az alsóbbszintű vezetők érdekeltté válnak a tervek lazításában. Javaslataikban lehetőleg a szükségesnél több erőforrást igényelnek, és a lehetségesnél kisebb kötelezettséget vállalnak. Ez ugyanis megkönnyíti a tervutasítás teljesítését. A központ viszont — ismervén az alsóbb szintek tervlazító törekvéseit — „feszíti" a tervet, hogy mégiscsak kihozza belőlük a maximumot. Mindkét irányban az információk szisztematikus torzítása megy végbe.

Az utasításos mechanizmus leszoktatja az alsóbbszintű vezetőket az önálló kezdeményezésről és a kockázatvállalásról. Az engedelmesség, a felülről kapott utasítás fegyelmezett végrehajtása válik fő erénnyé. Ez nem változna

[14] Talán leginkább a könyvnek a „modell-piramisról" írott szakasza (a jelen kiadásban a 25.3 szakasz) okozhatott félreértést. Bár tulajdonképpen itt is felhívtam a figyelmet az anyagi ösztönzők, a piaci erők jelentőségére. Hangsúlyoztam, nem célom elterelni a figyelmet azokról a törekvésekről, amelyek a piaci erőknek fokozott szerepet kívánnak juttatni.

[15] Lásd például [70], [71] VI. fejezet, [226], [227] 23. fejezet, valamint [229], [230] 8. fejezet.

meg akkor sem, ha az utasítást nem egy darab papíron, a négy alapművelet segítségével számítanák ki, hanem elektronikus számológépen, bonyolult matematikai műveletekkel.

A szocialista országokban évek óta folyik a vita a gazdasági irányítás reformjáról. A reform kezdeményezői a decentralizált döntés, a vállalatok közötti közvetlen kapcsolatok, a piac szerepét kívánják növelni. A reformnak *ezt a típusát* szeretnék pótolni azok, akik a piac szerepének fokozása *helyett* ajánlják a tervutasításos mechanizmus konzerválását és „modernizálását".

30.5. Árnyékárakkal szabályozott gazdaság

A második koncepció, amellyel vitába szeretnék szállni, *Oscar Langet* tekinti elmélettörténeti ősének.[16] *Lange* a harmincas években írott híres munkájában a következőképpen képzelte el a szocialista gazdaság megszervezését:

A vállalatok a profit maximalizálásában érdekeltek. Minden vállalat teljesen önálló, kivéve egyetlen jogkört: az árak meghatározását. Ezt a központi tervhivatal szabja meg. Kiindul valamilyen árrendszerből, s megfigyeli annak hatását a piacra. Ha valamely termék kereslete felülmúlja a kínálatot, akkor felemeli az árat, fordított esetben leszállítja. Az újabb megfigyelést újabb árváltoztatás követi. Végül is a „kísérlet és tévedés" módszerével kitapogatja minden termék egyensúlyi árát.

A korszerűsített változat megtartja a *Lange*-modell elvei közül a vállalati önállóságot és a nyereségérdekeltséget. Az ár itt is kötelezően adva van a vállalat számára. Csakhogy most már nem kell a kereslet és a kínálat eltéréseit figyelve kitapogatni az egyensúlyi árat, hanem azt egyenesen a célra törve, elektronikus számológépen számítjuk ki. Többszintű matematikai programozási modellrendszert építünk. A központi modell optimális duális megoldása szolgáltatja az alapvető erőforrások értékeléseit, pl. a kamatlábat, a devizaárfolyamokat, valamint az ágazati árindexeket. Az alsóbbszintű (de azért vállalatok feletti) modellek adják meg a konkrét gyártmányok árait. Végül a vállalati modell feladata: kiszámítani a maximális nyereséget biztosító termelési programot, a felsőbb modellektől kapott árnyékárak alapján kalkulálva a bevételeket és a kiadásokat. Mint látjuk: a „tervezés" ebben a koncepcióban kizárólag az árak tervezését foglalja magában.

Ez az elgondolás, nézetem szerint, túlbecsüli a matematikai ártervezés jelenlegi lehetőségeit. Messze vagyunk még az olyan modellrendszertől, amely gyorsan nyomon követné a gazdaságban folytonosan változó szűkösségeket, a vételi és eladási szándékok állandó eltolódásait. Nem tudjuk még számológépen szimulálni — a tényleges változásokkal nem túl nagy késéssel lépést tartva — a piacon végbemenő bonyolult folyamatot.

A matematikai programozási modell még eléggé kezdetleges eszköz az operatív szabályozásra alkalmas árak kiszámítására. A tapasztalatok azt mutatják, hogy a lineáris programozás árnyékárai rendkívül érzékenyen függnek a konkrét modell szerkezetétől és számszerű jellemzőitől. Egy-egy feltétel vagy változó beépítése vagy elhagyása, az egyik célfüggvény felváltása más közgazdasági kritériumot kifejező célfüggvénnyel, a feltételi együtthatók és korlátok egyikének-másikának számszerű módosítása esetleg ugrásszerű

[16] Lásd *Lange, O.* [237].

változásokat hoz az árnyékárrendszer arányaiban.[17] Ilyesformán egy-egy számítássorozat keretében ugyanazzal a modellel sok tucatnyi árnyékárrendszert állítunk elő. Melyik az „igazi", amelyet elő kell írni a vállalat számára? Az elméleti tanulmány papirosán olyan egyszerűnek tűnő gondolat („az árnyékárak azonosak a relatív szűkösségeket igazán kifejező egyensúlyi árakkal . . .") a tényleges numerikus alkalmazás során bizony eléggé tisztázatlannak bizonyul.

Eddig csupán azokról a nehézségekről szóltam, amelyek az árnyékárakat meghatározó *modellek* kidolgozásával és alkalmazásával kapcsolatosak. De — akárcsak az előző szakaszban — itt is eljutunk a probléma másik oldalához, az *emberek* magatartásához. Az árnyékárakat szolgáltató modellekhez is (akárcsak az előbb a tervutasításokat kiszámító modellekhez) gazdasági vezetők, tervezők szolgáltatják az adatokat. A profitérdekeltség arra késztetné őket, hogy torzított jelentéseket adjanak. Például magasabbnak tüntetik fel a költségeket a valóságosnál, hogy magasabb eladási árat szabjanak meg számukra.

Kételkedem abban is, vajon a szocialista vállalatoknál meghonosítható-e „tiszta" nyereségérdekeltség. Reálisabb arra számítani, hogy a vállalati vezetők cselekvéseit többféle érdek együttesen motiválja, s ezek közül csupán az egyik a vállalati nyereség növelése.

30.6. A többszintű modellrendszer helye a gazdaság összetett szabályozásában

Miután elhatároltam magam mind a tervutasításos mechanizmus komputerizálásától, mind pedig az árnyékárakkal szabályozott gazdaság koncepciójától, szeretném előadni saját javaslataimat. Magam is többszintű matematikai modellrendszer kiépítését javasolom. Az átmeneti megtorpanás után érdemes lenne továbbhaladni azon az úton, amelyre a 28. fejezetben leírt kísérlettel, a többszintű modellrendszer első kipróbálásával léptünk.

Az előző szakaszokból leírt koncepcióktól elsősorban abban térek el, hogy a többszintű matematikai modellrendszert nem tekintem a szabályozás *kizárólagos* eszközének. Szerény — de azért fontos — helyet szánnék neki a gazdaságot szabályozó *sokféle* eszköz együttesében.

Vegyük sorra — most már kissé konkrétebben — a javasolt modellrendszer legfontosabb vonásait és az előbbi két koncepciótól való eltéréseit.

1. A többszintű modellrendszernek *a közép- és hosszú távú tervezés* céljait kellene szolgálnia, nem pedig a rövid távú operatív irányítást. Igaz, utóbbihoz is igénybe vehetők matematikai módszerek. A vállalatok számos tevékenységük ésszerű kialakításához felhasználhatják az operációkutatás modelljeit. Az állam központi szervei, operatív beavatkozásaikhoz (például pénzügyi intézkedéseikhez, az árakkal, bérekkel, adózással kapcsolatos rendszabályokhoz) igénybe vehetnek rövid távú előrejelzésre szolgáló ökonometriai modelleket.

2. A közép- és hosszú távú tervezésben a matematikai programozási modellek számítási eredményei közül érdemes felhasználni *mind a primális, mind a duális megoldást.* (Ellentétben az első kocepcióval, amely csak a pri-

[17] Néhány gyakorlati tapasztalatot ismertetett a 28. fejezet. További részletek találhatók a [272] tanulmányban, valamint a [277] tájékoztatósorozat 29. füzetében.

mális megoldást, s a második koncepcióval, amely csak a duális megoldást kívánja hasznosítani.)

Vegyük előbb a primális oldalt. A termelés napi szabályozása nyugodtan rábízható a piacra. Amit igazán tervezni (és ennek nyomán számottevő részben központilag irányítani) kell, az a gazdaság szerkezetét módosító *beruházási tevékenység*. Könyvem sok száz oldalon keresztül igyekezett bemutatni, hogyan használhatók fel a matematikai modellek, illetve azok összekapcsolt többszintű hálózatai a beruházások ágazati allokációjának tervezésére, a technikai fejlődés irányainak meghatározására, a gazdasági szerkezetet leginkább befolyásoló nagy létesítmények kiválasztására.

Ami a duális oldalt illeti: az árnyékárak ugyan nem tekinthetők a gazdasági szabályozás *alapvető* információ típusának, de azért hasznos *kiegészítő* információkat adhatnak a tervezőknek és a döntést hozóknak a gazdaság minden szintjén. A közép- és hosszú távú modellek alapján számított árnyékárak támpontul szolgálhatnak azoknak a kalkulatív értékeléseknek a kialakításában, amelyeket a beruházások egyedi elbírálásakor végzett gazdaságossági számításokban használnak fel.[18] Emellett szerepük van a modellek közötti információáramlásban, amelyről a következő pontban lesz szó.

3. A modellek között menjen végbe *sokoldalú információcsere*. Józanul számítani kell arra, hogy az adatok számottevő része bizonytalan, amint azt a könyv III. része is igyekezett több oldalról megvilágítani. A bizonytalanság csökkentésének egyik módszere: az egyik fajta információ segítségével ellenőrizzük a másikat és viszont. A modellek közötti információcsere kialakításában nem kell arra a minimumra szorítkozni, amit a dekompozíciós eljárások írnak elő. Alulról felfelé és felülről lefelé egyaránt érdemes átadni mind a modellekkel előállított árnyékárakat, mind a különböző reáltevékenységekre (termelésre, beruházásra, forgalomra, fogyasztásra) vonatkozó aggregált vagy dezaggregált mutatószámokat. Ne egyetlen számítás eredményeit továbbítsuk, hanem a számítássorozatok, érzékenységi vizsgálatok eredményeit és értékelését.

4. *A modellek kötődjenek minden szinten minél szorosabban saját institucionális hátterükhöz.* A vállalati modellt érezzék sajátjuknak a vállalati vezetők. Kísérletezzék ki vele: mit is kíván a vállalat érdeke? Mit jelentenek a vállalat számára azok az alternatív fejlesztési javaslatok, amelyeket akár a vállalaton belül különböző személyek, csoportok, akár a vállalaton kívül álló szervek felvetettek? Hasonló szerepük lehetne a középszintű modelleknek is. Ismét nyitva hagyom a kérdést, mi legyen a „középszint" institucionális formája: ágazati állami szerv, területi állami szerv, vállalatok egyesülése, szakmai bizottság? Mindegyik esetben arra lenne szükség, hogy a modellekben minél inkább kifejezésre jussanak a „középszint" saját tervezési problémái és szempontjai.

A többszintű modellrendszernek nem az a hivatása, hogy valamilyen idillikus összhang benyomását keltse. Jobb szolgálatot tesz, ha segít feltárni: hol esik egybe és hol ütközik a „rész" és az „egész" érdeke. Így segítheti elő értelmes kompromisszumok kialakítását, a közös társadalmi érdek érvényesítését.

5. Végül még néhány *módszertani-technikai* jellegű ajánlást fűznék hozzá az eddigi javaslatokhoz, amelyek főképpen a modellrendszer közgazdasági problémáit érintették.

[18] Lásd erről a könyv IV. részét, különösen a második kiadás alkalmával beiktatott új lábjegyzeteket.

Arra kell törekednünk, hogy a modellrendszer elemei, az egyes részmodellek egymással módszertanilag *konformak* legyenek. A 28. fejezetben ismertetett rendszer megszervezésekor nagyon szigorúan érvényesítettük ezt az elvet. Ennek eredményeképpen a blokkok, alblokkok külön átalakítás nélkül egyesíthetők voltak egyetlen nagy lineáris programozási modellé, illetve felhasználhatók voltak egy dekompozíciós algoritmus alapján végzett számításhoz. Noha az ilyen szigorú konformitás tulajdonképpen kívánatos lenne, nem valószínű, hogy az mindig biztosítható. Ha nem megy másképpen, megelégedhetünk lazább követelményekkel is. Azt azonban okvetlenül igényelnünk kellene, hogy a modellek azonos statisztikai osztályozásokat, definíciókat használjanak, s egymással összehangban levő közgazdasági feltevésekkel éljenek (például azonos módon kezeljék az időt, azonos módon modellezzék a beruházás és a termelés kapcsolatát stb.) Más szóval azt kell biztosítani, hogy zavartalanul „közlekedhessünk" a modellek között, a modellrendszernek legyen közös „nyelve". *Az egyik modell számítási eredménye, információs outputja, közvetlenül vagy egyértelműen tisztázott transzformációk (például aggregálás, dezaggregálás, „átárazás" stb.) után a másik modell bemenő adatává, információs inputjává válhassék.*

Amint azt a 4. pontban hangsúlyoztam: nézetem szerint az egyes modellek „tulajdonosai", a különböző szinteken működő tervezők használják szuverén módon saját modelljüket. Végezzenek velük olyan számításokat, amilyeneket ők maguk szükségesnek éreznek. Néhány szempontból azonban csökkenteni kell az autonómiát.

— Egységesen, központi kezdeményezésre kell megszervezni, az előbb mondottak értelmében, a különböző részmodellek közös metodikáját. Ez nélkülözhetetlen ahhoz, hogy a részmodellek együttese ne alaktalan halmazt, hanem valóban *rendszert alkosson.*

— A „modelltulajdonos", amellett, hogy elvégzi saját modelljével az önmaga számára érdekes vizsgálatokat, teljesítse a többi tervező (köztük a felettes tervező intézmény) igényeit is. Például programozzon azzal a célfüggvénnyel, amelyről úgy gondolja, hogy kifejez valamit saját érdekeltségéből, de számoljon a felsőbb szerv által megszabott célfüggvénnyel *is.* Programozzon olyan feltételi korlátokkal, amelyeket ő reálisnak vagy kívánatosnak érez, de számoljon a felsőbb szerv által megszabott korlátokkal *is.* A két példában a felsőbb szerv számítási igényeit említettem. Sor kerülhet azonban arra is, hogy az azonos szinten álló modellek eredményei kölcsönösen érdeklik az illetékes tervezőket: pl. az építőanyag-ipar és az építőipar részmodelljei között érdemes lehet horizontális információs kapcsolatot kiépíteni. Sőt, nem szabad attól sem elzárkózni, hogy egy felsőszintű modellel számításokat végezzenek egy alsóbbszintű intézmény érdeklődésének kielégítésére.

— *A modellszámítások eredményeit közölni kell a többi érdekelt intézmény tervezőivel.* Az előző két szakaszban, más koncepciók bírálata kapcsán, ismételten rámutattam az információtorzítás veszélyeire, s ez a veszély természetesen most is fennáll. Mégis, amennyire csak egyáltalán lehetséges, küzdeni kell e veszély ellen. S mert ez a veszély mégiscsak fenyeget, a modellrendszert úgy kell kiépíteni, hogy lehetőség szerint más modellekből eredő információs input sohase legyen egy-egy modell kizárólagos információs inputforrása. Egy-egy részmodell legyen lehetőleg *adatokban önellátó, a többi modelltől független,* s csupán kiegészítő, ellenőrző párhuzamos számításként számoljon a másik modelltől kapott információkkal *is.*

— Lehetetlen elvárni sok száz iteráció elvégzését a szintek között. Egy közép- vagy hosszú távú terv kidolgozása során legfeljebb ha két, három vagy négy információcserére kerülhet sor. Arra kell tehát törekedni, hogy ezek minél tartalmasabbak legyenek; egy-egy tervező intézmény minél több értékes támpontot adjon a többiek további számításaihoz.

Egy-egy modellt tekintve tehát az a helyzet, hogy a többi modelltől érkező információ az érzékenységi vizsgálatok, a számítássorozatok megszervezéséhez ad támpontokat. A felsőszintű modellel például megvizsgálhatjuk, hogyan kombinálhatók össze az alsószintű modellektől kapott tervjavaslatok; hogyan alakítható ki belőlük többféle „keverék", különböző gazdaságpolitikák reprezentálására. (Erre a feladatra például felhasználható az a „tervjavítási eljárás", amelyet az I. függelékben ismertettem.) Lefuttathatjuk a központi számításokat többször — közben ismételten módosítva a technológiai koefficienseket, felhasználva ehhez az alulról kapott információkat a különböző ágazatfejlesztési technológiai alternatívákról. Vagy összehasonlíthatjuk egymással a központilag kijelölt és az alsóbbszintű érdekeket kifejező célfüggvényekkel számított programokat, hogy ezzel bepillantást nyerjünk az érdekeltségi rendszer ellentmondásaiba. Mindez csupán példa annak szemléltetésére, milyen rugalmasan, „fantáziával" használhatók fel a modellrendszerből érkező információk.

Végeredményben tehát olyan többszintű tervezést ajánlok, amelyben emberek és gépek, tervezők és modellek minden szinten együttműködnek. Merev kötöttségek nélkül, de azért nem pusztán rögtönözve, hanem előre átgondoltan és szervezetten.

A felsorolt javaslatok együttvéve *nem* irányoznak elő olyan többszintű modellrendszert, amelynek vezérlése szigorúan rögzített algoritmus szerint történne. Ennek megfelelően működése nem is rendelkezik egzaktan bizonyítható tulajdonságokkal, például nem konvergál egy jól definiált optimumhoz. Akik egy *valóságos* tervezési folyamattal szemben ezt a követelményt állítanák, a javaslat végére érve nyilván csalódást éreznek majd.

A tervezés megismerési, érdekegyeztetési és kollektív döntéselőkészítési folyamat. Résztvevői a tervezés során próbálják kitapogatni: mi várható környezetüktől, melyek saját cselekvési lehetőségeik és érdekeik, s azok hogyan kapcsolódnak más résztvevők cselekvéseihez és érdekeihez. A javasolt közép- és hosszú távú, többszintű modellrendszer ezt a megismerési, érdekegyeztetési és döntéselőkészítési folyamatot kívánja szervezettebbé és hatékonyabbá tenni.

30.7. „Computópia" vagy a racionalitás szerény kiterjesztése?

Befejezésül hasonlítsuk össze még egyszer a 30.4—30.7. szakaszokban leírt háromféle koncepciót. Az első kettő, amellyel polemizáltam, látszatra élesen különbözik egymástól. Az első a programozási modellek primális megoldását, a második a duális megoldást kívánja felhasználni. Az első fő végrehajtási eszköze a termelésre és allokációra vonatkozó utasítás, a másodiké az árak központi meghatározása.

Lényeges eltéréseik ellenére szoros eszmei rokonságban állnak egymással. Mindkettő a „Computópia" egy-egy válfaja.[19] Érdemes, némi ismétlés kockázatát vállalva, végiggondolni, milyen *közös* feltevések húzódnak meg mö-

[19] A „Computópia" elnevezést *Neuberger, E.* [247] cikkéből vettem át.

göttük. Nem az elgondolások politikai indítékait keresem. Csupán a koncepciók akadémikus képviselőinek gondolatmenetét szeretném kommentálni. A következőkben felsorolok öt hipotézist. Ha ezek helyesen tükröznék a valóságot, akkor e koncepciók védhetők lennének. Akkor tudományosan igazolható lenne, hogy valóraváltásuk képes biztosítani a gazdaság hatékony szabályozását. Nézetem szerint azonban a „Computópia" alapjául szolgáló feltevések nem jól tükrözik a valóságot, s ezért e koncepciók irreálisak.

1. A gazdasági rendszer minden résztvevője szigorúan racionálisan viselkedik. Nézetem szerint ez túlzott állítás: legfeljebb korlátozott racionalitásról beszélhetünk. Következetesség és következetlenség, átgondoltság és szeszélyes rögtönzés keveredik a döntésekben és az akciókban.

2. A gazdasági rendszer résztvevőinek érdekei között nincsen ellentét, azok összhangban vannak egymással. Minden alsóbb szintű szervezet, intézmény ellenállás nélkül aláveti magát a felsőbb szint előírásának. Attól tartok, hogy ez nem így van a gyakorlatban. A szocialista gazdaság viszonyai között is vannak konfliktusok, érdekellentétek — bár igaz, hogy fokozott lehetőségek nyílnak ezek egyeztetésére, a közös társadalmi érdekek érvényre juttatására.

3. A 2. feltevésből következően a tervezési-döntési folyamat minden résztvevője őszintén, a saját érdekei által sugallt szándékos torzítás nélkül továbbítja a rendelkezésére álló információkat. Azt hiszem, erre nem lehet számítani. Az emberek saját intézményük érdekeitől és személyes érdekeiktől vezéreltetve gyakran torzítják a továbbításra kerülő információkat.

4. A gazdasági életre befolyást gyakoroló valamennyi tényező pontosan megfigyelhető, megismerhető. A tervekben nincsen bizonytalanság. Véleményem szerint minden adatban, s különösen a jövőre vonatkozó előirányzatokban igen sok a bizonytalanság.

5. Vannak teljesen megbízható tervezési módszerek, amelyekkel a gazdasági összefüggések jól leírhatók. Meggyőződésem, hogy nincsen minden szempontból megbízható tervezési módszer, mindegyik elkerülhetetlenül igen erős egyszerűsítéseket, elvonatkoztatásokat tartalmaz.

A felsorolt öt feltevés modern folytatása a 18. századi felvilágosodásnak, amikor az emberiség először kezdett optimistán hinni a ráció diadalában. Folytatása a nagy technikai találmányok és természettudományos felfedezések nyomán a 19. század végén elterjedt hitnek, amely reményeit a természettudományos megismerésbe vetette. E szép és naiv hagyományok folytatói azok, akik ma a komputert és a matematikát tekintik annak a fegyvernek, amely hamarosan kivívja a ráció mindent elsöprő győzelmét.

Nem tartozom azok közé, akik rémüldöznek a „gépagyak" megjelenésétől és a humánumot féltik tőlük, de azok közé sem, akik az irracionalitásoktól gyötört emberiség végleges megváltóit látják bennük. Sokkal mértéktartóbbak az elvárásaim. Azzal is nagyon elégedettek lehetünk, ha a komputerek, tervezési matematikai modellek segítségével a „ráció birodalmát" *kicsit* kiszélesítjük. Valamivel megbízhatóbbá tesszük az információt, kissé előmozdítjuk az érdekek összeegyeztetését, a közös társadalmi érdekek érvényesülését, csökkentjük a pazarlást, gyorsítjuk a gazdasági és társadalmi haladást. Igaz, ez nem nagyon hangzik patetikusan, hanem eléggé földhözragadt program. De talán elég ahhoz, hogy sokunkat a matematikai tervezés módszereinek további javítására és gyakorlati alkalmazásuk kiszélesítésére ösztönözzön.

FÜGGELÉKEK

A. függelék: A konkáv minimalizálási feladat megközelítése

A.1. A feladat körvonalazása

A csökkenő differenciális költség (illetve a növekvő differenciális nyereség) esetében, amint arra a 7. fejezetben rámutattunk, általában meg kell elégedni a programozási feladat megoldásának megközelítésével. Az alábbiakban csupán arra szorítkozunk, hogy röviden bemutassuk a műszálipari programozás során erre a célra alkalmazott eljárások alapgondolatait, anélkül hogy belebocsátkoznánk a probléma matematikai, valamint számítástechnikai részleteibe.[1]

Programozási feladatunk a következő:

$$\text{(A.1)} \qquad \begin{cases} \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geqq \mathbf{0} \\ C(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n} (p_j x_j^{\pi_j} + q_j x_j^{\Psi_j} + r_j x_j) \to \min! \end{cases}$$

ahol $0 < \pi_j < 1$ és $0 < \Psi_j < 1$ minden j-re. A korlátozó feltételek tehát lineárisak, a minimalizálandó célfüggvény pedig konkáv. A programozási feladatok e típusával kapcsolatban közismertek a következő megállapítások:

1. A célfüggvény minimumát az értelmezési tartományt alkotó konvex poliéder valamely csúcspontján veszi fel.

2. Ha valamely csúcsponton a célfüggvény értéke kisebb, mint valamennyi szomszédos csúcsponton, úgy a célfüggvénynek ezen a helyen *lokális minimuma* van. *Az (A.1) típusú programozási feladat egyik jellegzetessége, hogy rendszerint több lokális minimum található.* A legkisebb lokális minimum (illetve kivételesen: több, egyformán legkisebb lokális minimum) képezi a célfüggvény *globális minimumát.*

Az elmondottakból nyilvánvaló, mi történik, ha a konkáv minimalizálási feladat megoldásához a szimplex-módszerhez hasonló, csúcspontról csúcspontra (mégpedig egyre alacsonyabb célfüggvényértékű csúcspontra) lépő algoritmust alkalmazunk. Így biztosan eljutunk valamely lokális minimumot jelentő csúcsponthoz, de azután „ottrekedünk". Nem tudunk onnét elmozdulni, hiszen minden szomszédos csúcspont kedvezőtlenebb — noha egyáltalán nem biztos, hogy ez a lokális minimum egyúttal globális minimum is.

E nehézség ismeretében a következő célokat tűztük magunk elé:

Először: lehetőleg több lokális minimumot határozunk meg. Egy-egy lokális minimum meghatározásához a szimplex-algoritmust használtuk fel,

[1] A felhasznált eljárásokat *Frey T.* dolgozta ki. Részletesebb leírásukat lásd [85]-ben.

értelemszerűen módosítva azt a célfüggvény nem lineáris jellegének megfelelően.

Másodszor: különböző ellenőrző eljárásokkal igyekeztünk növelni annak valószínűségét, hogy a megtalált lokális minimumok között rábukkanjunk a globális minimumra is. (Ez természetesen nem garantálható.) Az ellenőrzéshez kétféle, a továbbiakban részletesen ismertetett eljárást alkalmaztunk. Mindkettő tulajdonképpen szisztematikus próbálgatásnak, a „trial and error" módszerével való közelítésnek tekinthető.

A.2. A „véletlen út" módszere

Kiindultunk egy nagyon „rossz", aránylag nagyon kedvezőtlen, magas célfüggvényértéket eredményező csúcspontból. (A műszálipari programozás esetében pl. ilyennek tekinthető az a program, amely minden hazai szükségletet kizárólag importból fedez.) Innen elindulva, a szokásos szimplex eljárásnak megfelelően, csúcspontról csúcspontra haladunk tovább. Mielőtt egy-egy lépést tennénk, azaz kicserélnénk valamely — a bázisban szereplő — vektort, előbb megállapítjuk: a bázisban nem szereplő vektorok melyikének bevonása képes csökkenteni a célfüggvény értékét. (Azaz, a szimplex eljárást leíró irodalom szokásos jelöléseivel: melyek azok a vektorok, amelyeknél a szimplex táblázat utolsó sorában szereplő $z_j - c_j$ pozitív.) A számításba jövő vektorok közül *egyenletes eloszlású véletlen kiválasztás alapján* jelöljük ki a bevonásra kerülő vektort. A véletlen számokat az elektronikus számológéppel generáljuk. Ez lényegesen eltér a szimplex algoritmus szokásos alkalmazásaitól, amelyeknél rendszerint szigorúan meghatározott kritériumok szerint választják ki a bevonásra kerülő vektort. (Pl. azt a vektort, amelyet bevonva a célfüggvény a legnagyobb mértékben csökken.)[2]

Ily módon a véletlen dönti el, hogy milyen úton, melyik csúcspontról melyik csúcspontra haladva jussunk el a lokális minimumig. (Az út így lényegesen lassúbb, mintha a szokásos kritériumok szerint választva haladnánk csúcspontról csúcspontra.)

Miután egy lokális minimumot meghatároztunk, visszatérünk a kiindulási „rossz" csúcsponthoz, majd ismét elkezdünk a „véletlen úton" haladni valamely lokális minimum felé. Mivel véletlen úton haladunk, lehetséges, hogy egy másik lokális minimumhoz jutunk el.

Az eljárás természetesen csak akkor vezet el több lokális minimum „letapogatásához", ha valóban nagyon magas célfüggvényértékű, nagyon „rossz" csúcspontról indulunk el. Innen ugyanis csúcspontról csúcspontra haladva feltehetően utat találhatunk *több* lokális minimumhoz (s remélhetően köztük a globális minimumhoz) is.

A.3. A célfüggvény „görbítése"

A másik eljárás alkalmazása szükségessé teszi, hogy a célfüggvényt némileg átalakítsuk, s beiktassunk egy paramétert. A paraméternek nincs önálló közgazdasági jelentése; kizárólag arra szolgál, hogy segítségével több lokális minimumhoz jussunk el.

[2] Lásd pl. *Gass, S.* [43], 56. old.

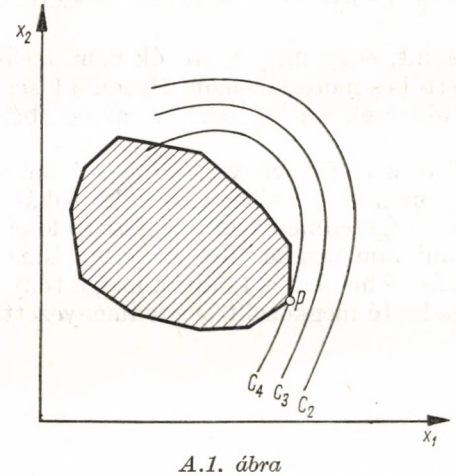
A célfüggvény alakja most a következő:

$$C(\mathrm{x}) = \sum_{j=1}^{n} \{\lambda (p_j x_j^{\pi_j} + q_j x_j^{\psi_j}) + r_j x_j\}. \tag{A.2}$$

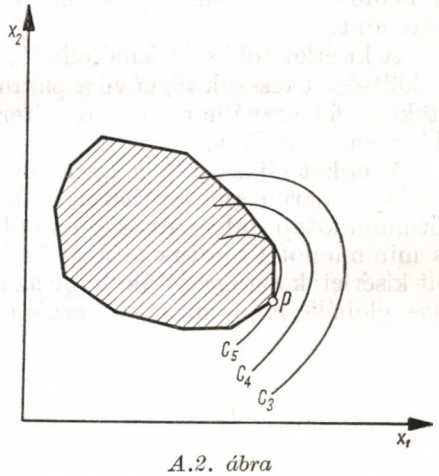
Az eredeti célfüggvényt $\lambda = 1$ paraméterállás mellett kapjuk meg.

Az eljárás alapjául szolgáló meggondolást egy kétváltozós feladat ábrájával szemléltethetjük. A harántcsíkozott sokszög a megengedett programok tartománya. A nívógörbe (isocost-line) a P csúcsponton érinti a sokszöget. Ez az eredetileg megtalált lokális minimum, abban a helyzetben, amikor a paraméter, $\lambda = 1$. A továbbiakban ezt nevezzük az *eredeti* lokális minimumnak. (Lásd az A.1. ábrát.)

Mi történik akkor, ha a paraméter értékét növelni kezdjük? A nívógörbék „begörbülnek", majd — a paraméter egy karakterisztikus értékénél, kri-



A.1. ábra



A.2. ábra

tikus pontjánál — a P ponton átmenő (most nyilván más célfüggvényértékű) nívógörbe, amely érinti a P pontot, érinteni fogja a sokszög egy másik szomszédos csúcspontját is. Ezt mutatja az A.2. ábra.

Jelöljük a paraméternek ezt a karakterisztikus értékét λ'-vel. Ezekután a következőket tesszük:

A paramétert rögzítjük λ'-nél, s most megindulunk az új célfüggvénnyel egy új lokális minimum meghatározására. Jelöljük ezt az új célfüggvényt $C'(\mathrm{x})$-szel, s az ehhez tartozó új lokális minimum helyét jelentő csúcspontot P'-vel. Az új lokális minimumhoz vezető úton minden csúcspontnál kiszámítjuk: mennyi ezen a helyen az eredeti ($\lambda = 1$ paraméterállású) $C(\mathrm{x})$ célfüggvény értéke. Végül a P és P' közötti úton azt a $\bar{P}$ csúcspontot választjuk ki, amelynél az eredeti $C(x)$ célfüggvény értéke minimális. Lehetséges, hogy $P = \bar{P}$; ez esetben a kísérlet nem sikerült. Tételezzük fel azonban, hogy $P \neq \bar{P}$, azaz az eredeti célfüggvény vagy a P' pontnál veszi fel minimális értékét, vagy valamelyik másik csúcsponton, a P és P' közötti úton. Ekkor azt kell megvizsgálnunk, vajon $\bar{P}$-ből elindulva az eredeti $C(x)$ célfüggvény értéke nem csökkenthető-e tovább. Ha ez *lehetetlennek* bizonyulna, akkor $\bar{P}$ a lokális minimum. Ha további csökkentés lehetséges, úgy addig kell folytatni az optimalizálást, amíg egy új lokális minimumot el nem érünk.

Amint azt már az előbb hangsúlyoztuk, a kísérlet nem vezet okvetlenül olyan lokális minimumhoz, amely kedvezőbb lenne az eredetinél. Ha ez történne, úgy újabb kísérletet teszünk.

Az újabb kísérlethez ismét visszatérünk az eredeti lokális minimum helyére, a P csúcsponthoz, de most másképpen „görbítjük" a célfüggvényt. Most nem tesszük a paramétertől függővé valamennyi változó nem lineáris költségeit, hanem csupán a változók *egy részének* nem lineáris költségei függnek majd a paramétertől. Másik részük nem lineáris költségei (valamint valamennyi lineáris költség) független a paramétertől. *Nem* tesszük függővé a paramétertől az előző kísérlet során a bázisba elsőként bevont változók nem lineáris költségeit.

A célfüggvény átalakítása után ismét növelni kezdjük a paramétert. Megismételjük az előbbiekben leírt kísérletet, annak érdekében, hogy olyan új lokális minimumhoz jussunk el, amely előnyösebb, mint az eredeti P csúcspont.

A kísérlet többször ismételhető, aszerint, hogy mely változók nem lineáris költségeit tesszük függővé a paramétertől és melyekét nem. Hasonló kísérletekhez felhasználható a paraméter 1 alá csökkentése (azaz a nívógörbék „kiegyenesítése") is.

Mindkét eljárást — a „véletlen út" és a célfüggvény „görbítése" módszerét — párhuzamosan használtuk. Ily módon lehetővé vált több lokális optimum kitapogatása és összehasonlítása. Végeredményben a legkisebb lokális minimumot fogadtuk el a globális minimum megközelítésének. Az ismételt kísérletek azt igazolták, hogy az eljárás — ha nem is találtuk meg a tényleges globális minimumot — mégis elfogadható megközelítést eredményezett.

B. A műszálipari programozás anyagából

A B. függelék közli a műszálipari programozás néhány számítási anyagát, továbbá a kutatás néhány matematikai vonatkozásának leírását. A számítás teljes dokumentációját, valamint a felhasznált adatok forrását és részletes indokolását a kutatás zárójelentése tartalmazza.[1]

B.1. Példa a világpiaci áralakulás előrebecslésére

Az alábbiakban a 19.5. szakaszban kifejtettek illusztrálására, ismertetem a benzol, a terilén és az akrilnitril árára vonatkozó előrebecslést.[2]

Az 1938—1960. évi tényleges áradatokat a B.1—B.3. táblázat közli a következő oldalakon.

A 19.5. szakaszban a becslések megalapozására vonatkozó ismertetés 2. pontja magyarázza meg, milyen módon számítottuk ki a nominál-áradatokból a céljainkra szükséges — a táblázatok „korrigált" feliratú oszlopaiban található — korrigált árakat. Ezek alapján készült a 19.17. és 19.18. ábra.

Az előrebecslések indokolásából:

1. A *benzolt* a második világháborúig gyakorlatilag kőszénkátrányból, illetve kohógázból állították elő. A második világháború utáni években az aromás termékek — köztük a benzol — termelését a kőszénbázis helyett egyre inkább a kőolajra alapozták. Az Egyesült Államokban már nyersolajból került ki a benzoltermelés 67%-a. Ennek megfelelően a benzoltermelés költségeit az olaj és az olajfinomítással, pirolízissel, illetve dehidrogenizálással kapcsolatos költségek határozzák meg.

Különböző időszakokra vonatkozó amerikai, angol és francia benzolárakat sikerült találnunk. Változásaik azt mutatták, hogy a kínálat és a kereslet változása miatt az elmúlt évtized folyamán a benzolpiac árszínvonala sokat ingadozott. A benzolkereslet a második világháború után ugrásszerűen emelkedett, amikor még nagyon kevés benzolt gyártottak szintetikus úton. A korlátozott kínálat hatására a benzolárak 1950 és 1954 között emelkedtek, 1954 után azonban — a benzol petrokémiai úton történő előállításának terjeszkedése következtében — majd valamennyi országban csökkentek. Az utolsó években a benzol ára gyakorlatilag csupán az Egyesült Királyságban növe-

[1] Lásd [85].

[2] Az idézett előrebecslést, valamint a B.2. szakaszban közölt korrelációs becsléseket *Tardos M.*-nak a műszálipari kutatás zárójelentéséhez adott feljegyzéséből vettem át.

kedett, ahol még nem került sor a benzol petrokémiai úton történő előállítására és a benzol iránt mutatkozó importigény továbbra is jelentős. Egyébként a nyersolajból történő benzoltermelés elterjedésével párhuzamosan a benzolárak folyamatosan csökkentek, s a benzolhiány megszűnésének következtében arra lehet számítani, hogy továbbra is csökkenő irányzat érvényesül.

Az amerikai, angol és francia deflált benzolárak magyar importárszínvonalra transzponált adatait 1954 és 1960 között két hiperbola közé lehet

B.1. táblázat

A benzol áralakulása

Ország	USA		Egyesült Királyság		Franciaország	
Adat forrása	[196]	–	[196]	–	[196]	–
Ár jellege	Nominál	Korrigált	Nominál	Korrigált	Nominál	Korrigált
Mértékegység	c/gall	$/t	d/emp. g.	$/t	NF/t	$/t
Évszám						
1938	15,10	86,70			14,70	89,60
1950	25,90	71,20			220,70	62,10
1951						
1952						
1953	38,33	99,00	52,25	69,10	418,60	89,40
1954	40,00	103,30	55,00	70,70	418,70	91,00
1955	36,00	92,50	60,67	75,00	418,70	91,00
1956	36,00	90,00	61,00	75,40	418,70	87,60
1957	36,00	89,20	66,25	82,00	423,00	83,60
1958	33,70	81,20	63,00	82,80	437,90	77,10
1959	31,00	74,60	63,00	82,00	500,00	84,40
1960	34,00	82,00	63,00	82,00	500,00	82,00

szorítani. Feltevésünk szerint a benzol várható ármozgása a két hiperbola között lesz 1960 után is. A maximális benzolárak értéke feltehetőleg egybeesik az USA deflált benzolárainak magyar árszínvonalra transzponált adatai alapján számított hiperbolikus regressziós függvény $\left(y = 77{,}45 + 27{,}2\,\frac{1}{x}\right)$ értékeivel. A kőolajárak várható csökkenése miatt azonban feltehető, hogy a kötések nagyrészt az előbbi hiperbola értékeinél alacsonyabb színvonalon lesznek, s az elmúlt évek árait körülhatároló alsó hiperbola értékeihez közelednek. A benzol ára tehát várhatóan 60—80 $/tonna között ingadozik majd. A számításoknál figyelembe vett irányzatot alátámasztják Magyarország 1961. évi exporttapasztalatai is.

2. A *terilén* rostoknál az elmúlt időszakban igen gyors árcsökkenést lehetett megfigyelni. Az árcsökkenés üteme gyorsabb volt, mint pl. a nylon rostoké. A helyzet azzal magyarázható, hogy a poliészter termelését később vezették be és így a vizsgálat tárgyát képező időszak jórészt a termelési monopólium megszűnésével kapcsolatos árcsökkenési időszak első szakaszát tük-

B.2. táblázat

A terilén áralakulása

Termék közelebbi megjelölése	Dacron		Terilén	
Ország	USA		Egyesült Királyság	
Adat forrása	[196]	–	[196]	–
Ár jellege	Nominál	Korrigált	Nominál	Korrigált
Mértékegység	c/lb	c/kg	d/lb	c/kg
Évszám				
1953	180	380	210	423
1954	160	394	162	343
1955	157	349	162	302
1956	136	338	140	264
1957	141	280	140	264
1958	141	277	140	280
1959	136	277	140	277
1960	136	277	140	277

rözi. Az árak csökkenési üteme éppen ezért várhatóan a továbbiakban is valamivel gyorsabb lesz, mint a nylon szálaké, s az árgörbe ellaposodására később kerül sor.

A korrigált angol és amerikai árak könnyen két olyan hiperbola közé szoríthatók, amelyek meredek csökkenésből csak 1970 után kezdenek fokozatosan ellaposodni. Feltevésünk szerint a poliészter rost importárai 1960 és 1980 között a két hiperbola által körülzárt részben helyezkednek el.

Árbecslésünket a változó költségekre vonatkozó kalkuláció segítségével is ellenőriztük.

3. Az *akrilnitril* árak az utolsó évtizedben nagyjában egyenletesen morzsolódtak le. Jelenleg az akrilnitril-termelésben forradalmi műszaki változások vannak kialakulóban. A Sohio-eljárás segítségével akrilnitrilt propilénből és ammóniából állítanak elő, ami kikapcsolja a cián hidrogénes eljárással kapcsolatos bonyodalmakat és jelentősen csökkenti a termelési költségeket. Az új eljárás hatására az akrilnitril-árak az USA-ban 1961-ben 40%-kal csökkentek.

Az akrilnitril amerikai árainak korrigált adatait 1950 és 1961 között két hiperbola közé szoríthattuk. Megítélésünk szerint a két hiperbolikus függvény közötti árakat kapjuk az 1962 és 1980 közötti időszakban is. Becslésünknél elsősorban az 1961. évi árcsökkenés utáni amerikai árszínvonalból indultunk ki és a minimális árszintet e körül állapítottuk meg.

B.3. táblázat

Az akrilnitril áralakulása

Ország	USA	
Adat forrása	[200]	–
Ár jellege	Nominál	Korrigált
Mértékegység	c/lb	$/t
Évszám		
1950	40,5	2030
1951	44,5	2000
1952	43,0	1980
1953	43,0	2010
1954	31,0	1450
1955	31,0	1430
1956	27,0	1210
1957	28,0	1220
1958	27,0	1170
1959	27,0	1000
1960	27,0	1000

B.4. táblázat

Ár-előrebecslések a műszáliparban

Év	Benzol	Terilén	Akrilnitril
1961. tényleges ár	70	2630	715
1970. alsó határ	60	1300	300
középérték	70	1750	350
felső határ	80	2200	400
1975. alsó határ	60	1100	280
középérték	70	1500	320
felső határ	80	1900	360

A három termékre vonatkozó ár-előrebecsléseket a B.4. táblázat közli a következő oldalon.

Hasonló módon összesen 34 termékre dolgoztunk ki ár-előrebecsléseket.

B.2. Korrelációs becslések

A sztochasztikus számítások céljaira becsléseket adtunk a termékek ármozgása közötti korrelációra. E becsléseket magunk is igen nagy fenntartással végeztük; csupán annak érdekében tettük, hogy a kísérleti számítás — ideiglenes jellegű numerikus adatokkal — végrehajtható legyen.

Mindenekelőtt az 1953—1960 időszakra vonatkozóan megállapítottuk a korrelációkat egyes termékek árai között. (Lásd a B.5. táblázatot a következő oldalon.)

A múltban statisztikailag megfigyelt korrelációk azonban csupán *kiindulópontul* szolgáltak a jövőre végzett korrelációs becslésekhez. A jövőre vonatkozó „-tól -ig" becslések, ársávok megadásánál már eleve figyelembe vettük az egymással összefüggő termékek bizonyos mérvű „együttmozgását". Tehát pl. a terilén és az orlon szál árprognózisa arra a feltevésre épül, hogy mindkettő ára együttesen süllyed majd. A korreláció tehát csupán azt hivatott kifejezni: ha a mindkét, lefelé süllyedő ársávon belül az egyik ár a sáv alsó részén helyezkedik el, akkor nő a valószínűsége annak, hogy a másik is alul lesz, saját ársávján belül.

Az 1975-re vonatkozó becsléseket a B.5. táblázat közli.

B.3. A sztochasztikus költségfüggvény várható értéke és szórása

A műszálmodellt eredetileg leíró 6. fejezettől eltérően most két indexszel utalunk a tevékenységre. Az első index „*1*" a termelő tevékenységeknél, „*2*" az import-, „*3*" az exporttevékenységeknél ($k=1, 2, 3$). A második index azt jelzi, hányadik termelő, import- vagy exporttevékenységről van szó ($j=1, 2, \ldots, n_k$).

Sorbaszámoztuk azokat a műszáliparban felhasznált anyagokat is, amelyek külkereskedelmi árát egyedileg meghatároztuk, s amelyeket *nem* a modell tevékenységei állítanak elő. (Felsorolásukat lásd a 6.2. szakaszban.) Eze-

B.5. táblázat

Korrelációs becslések a műszáliparban

1. termék	2. termék	Korrelációs együttható
Orlon	Akrilnitril kop.	0,9
Orlon	Terilén	0,5
Akrilnitril kop.	Terilén	0,5
Orlon	Poliprop. rost	0,5
Akrilnitril kop.	Poliprop. rost	0,5
Nylon 6 selyem	Poliprop. selyem	0,5
Terilén	Poliprop. rost	0,5
Poliprop. rost	Poliprop. selyem	0,8
Viszkóz rost	Viszkóz selyem	0,6
Kaprolaktám	Nylon 6 selyem	0,6
Etilénglikol	Dimetiltereftalát	0,6
Dimetiltereftalát	Terilén rost	0,6
Akrilnitril	Orlon	0,7
Akrilnitril	Akrilnitril kop. rost.	0,7
Benzol	Fenol	0,5*
Benzol	Paraxilol	0,5
Cellulóz rosthoz	Viszkóz rost	0,6
Cellulóz rosthoz	Celofán	0,6
Cellulóz selyemhez	Viszkóz selyem	0,6
Kén	Kénsav	0,8

* A benzol és a fenol ármozgása között, a tényszámok vizsgálata alapján nem volt korreláció megfigyelhető. A jövőben azonban a szintetikus fenolgyártás elterjedése miatt a helyzet feltehetően megváltozik.

ket a továbbiakban kiemelt anyagoknak nevezzük, s a „4" indexszel utalunk rájuk. Számuk: n_4.

Végeredményben a *termékek* négy csoportjához jutottunk: *1.* a termelő tevékenységek által szolgáltatott termékek, *2.* az importtevékenységek által szolgáltatott termékek, *3.* az exporttevékenységek által szolgáltatott termékek és *4.* a kiemelt anyagok.

A célfüggvény várható értéke az x program megvalósítása esetén a következő:

$$\text{(B.1)} \qquad C(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n_1} \left[P_j \cdot \left(\frac{x_{1j}}{X_{0j}} \right)^{\pi_j} + Q_j \cdot \left(\frac{x_{1j}}{X_{0j}} \right)^{\psi_j} + r_j x_{1j} \right] + \sum_{j=1}^{n_2} s_{2j} x_{2j} + \sum_{j=1}^{n_3} s_{3j} x_{3j},$$

ahol

X_{0j} = a j-edik termelő tevékenység ($j=1, \ldots, n_1$) rögzített üzemnagysága.

P_j = a Φ_j valószínűségi változó várható értéke. E valószínűségi változó: a j-edik termelő tevékenység ($j=1, \ldots, n_1$) beruházási költsége után számított eszközlekötési járulék, X_{0j} rögzített, feltételezett üzemnagyság esetén.

Q_j = a $\mathcal{Q}_j$ valószínűségi változó várható értéke. E valószínűségi változó: a j-edik termelő tevékenység ($j=1, \ldots, n_1$) évi üzemeltetési bérköltsége, X_{0j} feltételezett rögzített üzemnagyság esetén.

π_j, ψ_j = a j-edik termelő tevékenység ($j=1, \ldots, n_1$) degressziós kitevői.

r_j = az $\varkappa_j$ valószínűségi változó várható értéke. E valószínűség változó: a j-edik termelő tevékenység ($j=1, \ldots, n_1$) termékegységére eső egyéb (a bérköltségen kívüli) üzemeltetési költség. A továbbiakban: a r á n y o s üzemeltetési költség.

s_{2j}, s_{3j} = az ι_{2j}, ι_{3j} valószínűségi változók várható értéke. E valószínűségi változók: a j-edik importtevékenység ($j=1, \ldots, n_2$), illetve a j-edik exporttevékenység ($j=1, \ldots, n_3$) egységére eső költség, azaz import egységár, export esetén az export egységár. (Utóbbi negatív.)

Külön magyarázatot igényel az $\varkappa_j$ ($j=1, \ldots, n_1$) arányos üzemeltetési költség, amelyet a következőképpen határoztunk meg:

$$\varkappa_j = \sum_{h=1}^{n_4} g_{jh}\iota_{4h} + k_j + e_j \qquad j=1, \ldots, n_1, \tag{B.2}$$

ahol

g_{jh} = anyaginput-koefficiens, a j-edik termelő tevékenység ($j=1, \ldots, n_1$) egységéhez szükséges mennyiség a h-adik kiemelt anyagból ($h=1, \ldots, n_4$). Erről feltételeztük, hogy konstans.

ι_{4h} = a h-adik kiemelt anyag ($h=1, \ldots, n_4$) egységára. Ez valószínűségi változó.

k_j = a j-edik termelő tevékenység ($j=1, \ldots, n_1$) egységére eső, a kiemelt anyagköltségek ($\sum_h g_{jh}\iota_{4h}$) között el nem számolt arányos költség. (Pl. nem külkereskedelmi áron elszámolt, hazai eredetű segédanyagköltség, karbantartási anyagköltség stb.) Feltesszük, hogy ez is konstans.

e_j = valószínűségi változó, amelynek várható értéke 0. Ez a j-edik termelő tevékenység ($j=1, \ldots, n_1$) arányos üzemeltetési költségeinek meghatározására szolgáló becslésekben rejlő — mégpedig a külkereskedelmi árak bizonytalanságán *túlmenő* — bizonytalanságot reprezentálja. Tehát egyrészt bizonytalan a felhasznált kiemelt anyagok külkereskedelmi ára, ami kifejeződik abban, hogy ι_{4h} ($h=1, \ldots, n_4$), valószínűségi változó. Ezenkívül bizonytalan a kiemelt anyagokra vonatkozó anyaginput-koefficiens, a nem külkereskedelmi áron elszámolt hazai anyagfelhasználás stb. Ezt az utóbbi bizonytalanságot fejezi ki az e_j valószínűségi változó.

A (B.1)-ben szereplő r_j várható érték eszerint:

$$r_j = \sum_{h=1}^{n_4} g_{jh}s_{4h} + k_j \qquad j=1, \ldots, n_1. \tag{B.3}$$

Rátérünk a szórás meghatározására. Az ehhez szükséges korrelációs együtthatókat következőképpen jelöljük:

$\varrho_{ij,\,hl}$ = az i-edik csoport j-edik termékének és a h-adik csoport l-edik termékének egységára közötti korrelációs együttható. Pl. $\varrho_{2j,\,4l}$ a j-edik importtevékenység által importált termék ára és az l-edik kiemelt anyag ára közötti korrelációs együttható.

Az x program költségfüggvényének szórásnégyzete (a jobb oldalon közöljük az egyes sorok értelmezését):

Milyen közgazdasági összefüggésekkel kapcsolatos?

(B.4)

$$\sum_{j=1}^{n_1}\left[\sigma_{P_j}^2\cdot\left(\frac{x_{1j}}{X_{0j}}\right)^{2\pi_j}+\sigma_{Q_j}^2\cdot\left(\frac{x_{1j}}{X_{0j}}\right)^{2\psi_j}\right]x_{1j}^2+$$

A termelő tevékenységek eszközlekötési járuléka és bérköltsége;

$$+\sum_{j=1}^{n_1}a_j^2x_{1j}^2+$$

a termelő tevékenységek arányos költsége;

$$+\sum_{j=1}^{n_2}\sigma_{s_{2j}}^2x_{2j}^2+\sum_{j=1}^{n_3}\sigma_{s_{3j}}^2x_{3j}^2+$$

a külkereskedelmi tevékenységek költsége;

$$+2\sum_{\substack{j,h=1\\ j<h}}^{n_1}b_{jh}x_{1j}x_{1h}+$$

a termelő tevékenységek kiemelt anyagköltségei közötti korreláció;

$$+2\sum_{j=1}^{n_1}\left[\sum_{h=1}^{n_2}c_{j,2h}x_{1j}x_{2h}+\sum_{h=2}^{n_3}c_{j,3h}x_{1j}x_{3h}\right]+$$

a termelő tevékenységek kiemelt anyagköltségei és a külkereskedelmi tevékenységek költségei közötti korreláció;

$$+2\sum_{\substack{j,h=1\\ j<h}}^{n_2}\varrho_{2j,2h}\sigma_{s_{2j}}\sigma_{s_{2h}}x_{2j}x_{2h}+$$

az importtevékenységek költségei közötti korreláció;

$$+2\sum_{j=1}^{n_2}\sum_{h=1}^{n_3}\varrho_{2j,3h}\sigma_{s_{2j}}\sigma_{s_{3h}}x_{2j}x_{3h}+$$

az import- és exporttevékenységek költségei közötti korreláció;

$$+2\sum_{\substack{j,h=1\\ j<h}}^{n_3}\varrho_{3j,3h}\sigma_{s_{3j}}\sigma_{s_{3h}}x_{3j}x_{3h},$$

az exporttevékenységek költsége közötti korreláció;

ahol

(B.5) $$a_j^2=\sum_{i,l=1}^{n_4}g_{ji}g_{jl}\varrho_{4i,\,4l}\sigma_{s_{4i}}\sigma_{s_{4l}}+\sigma_{e_j}^2 \qquad j=1,\ \ldots,\ n_1,$$

(B.6) $$b_{jh}=\sum_{h,l=1}^{n_4}g_{ji}g_{hl}\varrho_{4i,\,4l}\sigma_{s_{4i}}\sigma_{s_{4l}} \qquad j,\ h=1,\ \ldots,\ n_1;\ j<h,$$

(B.7) $$c_{j,\,ih}=\sum_{l=1}^{n_4}g_{jl}\varrho_{4l,\,ih}\sigma_{s_{4l}}\sigma_{s_{ih}} \qquad \begin{matrix} j=1,\ \ldots,\ n_1;\\ i=2,\ 3;\\ h=1,\ \ldots,\ n_4. \end{matrix}$$

A (14.1) célfüggvényben a szórás, azaz (B.4) négyzetgyöke szerepel.

C. A tevékenységek koncentrációjának, illetve szétaprózásának hatása

Írta: LIPTÁK TAMÁS

Az alábbiakban egy rendkívül leegyszerűsített modellen szemléltetjük a tevékenységek koncentrációjának, illetve szétaprózásának hatását.

Lineáris programozási modellünk van, egyetlen erőforrással. (Ilyen lehet pl. a beruházási keret.) A tevékenységek terjedelmét az erőforrásból való részesedésükkel mérjük. Az általános cél: a költségek minimalizálása.

Tegyük fel tehát, hogy az

$$x_1 + \ldots + x_n = 1 \tag{C.1}$$

$$x_1 \geqq 0, \ \ldots, \ x_n \geqq 0 \tag{C.2}$$

$$e_1 x_1 + \ldots + e_n x_n \to \min! \tag{C.3}$$

lineáris programozási feladatban a $e_1, \ldots, e_n$ együtthatók független valószínűségi változók

$$c_i = M(e_i), \quad \text{ill.} \quad \sigma_i = D(e_i) \qquad i = 1, \ \ldots, \ n \tag{C.4}$$

várható értékekkel, illetve szórásokkal.

Első feladat.

Minimalizáljuk (C.3) helyett a várható értéket! Mivel

$$M(e_1 x_1 + \ldots + e_n x_n) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i, \tag{C.5}$$

világos, hogy optimális az a program, amelynél a teljes kapacitást a minimális várható értékű együtthatóval rendelkező változóra adjuk:

$$x_{i_0}^* = 1, \quad x_i^* = 0, \quad \text{ha} \quad i \neq i_0, \tag{C.6}$$

ahol

$$c_{i_0} = \min_{1 \leqq i \leqq n} c_i. \tag{C.7}$$

Második feladat.

Minimalizáljuk a $\sum_{i=1}^{n} e_i x_i$ célfüggvény szórását! Ugyanarra az eredményre jutunk, ha a

$$D^2\left(\sum_{i=1}^{n} e_i x_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 x_i^2 \tag{C.8}$$

szórásnégyzetet minimalizáljuk.

Alkalmazzuk a

$$\left(\sum_{i=1}^{n} a_i b_i\right)^2 \leqq \left(\sum_{i=1}^{n} a_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} b_i^2\right) \tag{C.9}$$

Cauchy-egyenlőtlenséget $a_i = \sigma_i x_i$, $b_i = \sigma_i^{-1}$ választás mellett! (C.8) és (C.1) alapján ekkor a következő alsó becslésre jutunk:

$$D^2\left(\sum_{i=1}^{n} e_i x_i\right) \geqq \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^{-2}} = \left(\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^{-2}\right)^{-1}. \tag{C.10}$$

Egyenlőség csak úgy állhat fenn, azaz $D^2(\sum_{i=1}^{n} e_i x_i)$ minimumát akkor veszi fel, ha $a_1/b_1 = \ldots = a_n/b_n$ azaz esetünkben

$$\sigma_1^2 x_1 = \ldots = \sigma_n^2 x_n^2. \tag{C.11}$$

Ezt (C.1)-gyel és (C.2)-vel összevetve az optimális program komponensei:

$$x_i^* = \frac{\frac{1}{\sigma_i^2}}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sigma_k^2}} \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{C.12}$$

Más szóval: annál a programnál minimális a szórás, amely a kapacitást a célfüggvény-együtthatók szórásnégyzetével fordítva arányosan elosztja az egyes változók között. A minimális szórásérték:

$$\sigma^* = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 x_i^{*2}} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2}}}. \tag{C.13}$$

Ha

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \ldots = \sigma_n = \sigma, \tag{C.14}$$

akkor a (C.12) alatti optimális program egyenletes elosztású:

$$x_1^* = x_2^* = \ldots = x_n^* = \frac{1}{n} \tag{C.15}$$

és

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \tag{C.16}$$

Az általános tanulság: a várható érték minimalizálása a tevékenységek koncentrációjára, a szórás minimalizálása a tevékenységek szétaprózására késztet.

D. Kamatos kamatozáson alapuló formulák

D.1. Az eszközlekötési járulék formulája

A könyv IV. részében leírt kalkulatív árrendszerben valamely rögzített terjedelmű termelési és beruházási tevékenység *egy évi* kalkulatív költségét a következőképpen határoztuk meg:

$$C = \gamma P + R, \tag{D.1}$$

ahol

C = az évi kalkulatív költség;

P = az egyszeri beruházási költség;

R = az évi üzemeltetési költség;

γ = az eszközlekötési tényező.

A (D.1) képletet a továbbiakban az eszközlekötési járulék formulájának nevezem.

Ez a legegyszerűbb formula nyugodtan alkalmazható ott, ahol nincs érdemleges eltérés az alternatívák bevételeinek és kiadásainak dinamikája között: valamennyi alternatívánál a beruházás rövid ideig (s kb. egyforma ideig) tart, majd mindjárt megkezdődik a termelés, mégpedig az időben konstans bevételekkel és költségekkel. Ez a helyzet pl. akkor, ha kizárólag gépcserevariánsokat hasonlítunk össze.

Sajnos, a 16.4. szakaszban említett nehézségek miatt kénytelenek voltunk az eszközlekötési járulék formuláját alkalmazni ott is, ahol ez tulajdonképpen nem eléggé jogosult. Egyes számításokban azonban — legalábbis párhuzamos, ellenőrző vizsgálatok céljaira — alkalmaztunk kamatoskamat-képleteket is. Ezeket ismertetjük az alábbiakban.

A kamatoskamat-képletekben szereplő kamatlábat i-vel jelöljük.

D.2. A beruházási költség felkamatozása

Ha nem csupán gépcseréről van szó, amely számos területen akár órák alatt is elvégezhető, hanem új üzem létesítéséről: az üzem műszaki megtervezéséről, felépítéséről, új gépek beszerzéséről és összehangolt felszereléséről, akkor a beruházás akár több évig is eltarthat.

A népgazdaság számára nem közömbös, mennyi ideig van lekötve a termelési alap anélkül, hogy termelne. Nevezzük elkészülési időnek

a beruházás megkezdésétől az üzemeltetés megkezdéséig tartó időt. Figyelembevételére a kamatoskamat-számítás következő formuláját használhatjuk fel:[1]

$$\tilde{P} = \sum_{t=1}^{\tau} P(t)(1+i)^{\tau-t}, \tag{D.2}$$

ahol

$\tilde{P}$ = a felkamatozott beruházási költség;
1. év = a beruházás megkezdésének éve, az elkészülési idő első éve;
τ-edik év = az elkészülési idő utolsó éve;
$P(t)$ = a beruházási költség a t-edik évben.

Ha tehát két, azonos időpontban üzembelépő alternatívánál $\Sigma P(t)$ egyenlő, de τ nem egyenlő, úgy a rövidebb elkészülési idejű alternatíva előnyben részesül.

Az így nyert felkamatozott beruházási költséggel helyettesíthető a (D.1) formulában szereplő P beruházási költség.

Itt említem meg, hogy a hivatalos beruházás-gazdaságossági metodika is alkalmaz felkamatozást, az elkészülési idő figyelembevételére.[2] Képlete:

$$\tilde{P} = \sum_{t=1}^{\tau} P(t)[1+i(\tau-t)]. \tag{D.3}$$

A hivatalos (D.3) formula *lineáris* felkamatozást jelent, ellentétben a (D.2) szerinti *exponenciális* felkamatozással. Azonos kamatláb mellett az exponenciális formula erősebb időpreferenciát érvényesít. A korábban felmerült költségek súlya nagyobb a későbbiekhez képest, mint lineáris felkamatozás esetén.

D.3. Diszkontált költségösszeg

Az eddigi formulák nem elégségesek, ha a bevételek és kiadások az üzemeltetés megkezdése utáni időben még megközelítően sem konstansak, s az alternatívák eltérnek az üzemeltetés bevételeinek és kiadásainak dinamikájában. Ilyenkor a diszkontált költségösszeg ismert képletét alkalmazhatjuk:[3]

$$\tilde{C} = \sum_{t=1}^{T} C(t)(1+i)^{-t}, \tag{D.4}$$

[1] Ezt az összefüggést hangsúlyozza *Hacsaturov, T.* szovjet közgazdász [47] cikkében, amelyben a kamatoskamat-képlet alkalmazása mellett érvel: „Ha az automatizálást és gépesítést célzó intézkedések a tervezés, elkészítés és bevezetés időszakainak hosszúsága tekintetében különböznek, akkor figyelembe kell venni az időfaktor hatását a variánsok közgazdasági értelemben vett összehasonlítására. Az intézkedések kivitelezésére adott határidők csökkentéséből vagy növekedéséből származó gazdasági eredményt a szükséges beruházási összegek korrekciójával kell visszatükrözni, annak az átlagos effektusnak a figyelembevételével, amelyet a népgazdaság más ágazataiban lehetne nyerni termelő beruházással. Ez gyakorlatilag azt jelenti, hogy ha az egyik variáns szerint a beruházások később mennek végbe, akkor nagyságuk nem egyenértékű az adott pillanatban eszközölt beruházások nagyságával. Az eljövendő évek beruházásait a $K = 1/(1+\Delta)^t$ koefficienssel való szorzás útján kell hozzámérni a jelen beruházásokhoz."

[2] Lásd a [195] Beruházási Kódexet.

[3] Mivel könyvemben általában *költség*függvényeket alkalmazok, az egyöntetűség kedvéért itt is csak a diszkontált költségösszeg képletét írom le. Bevételek figyelembevétele esetén a formula értelemszerűen átalakítható.

ahol

$\tilde{C}$ = a diszkontált költségösszeg;

T = az elszámolási időszak hossza;

$C(t)$ = a t-edik évben felmerült költség.

Az elszámolási időszak hossza önkényesen meghatározott nagyság. Azokban a számításainkban, amelyekben ezt a formulát alkalmaztuk, általában 25—30 éves elszámolási idővel kalkuláltunk. E paraméter némileg befolyásolja a számítás eredményét. Hatása azonban nem jelentős, hiszen — diszkontálás révén — az elszámolási idő végén felmerülő költségek csak kis súllyal esnek latba. Pl. 8%-os kamatláb esetén a 30. évben felmerült 1 Ft diszkontált értéke mindössze 0,099 Ft. Mindenesetre ellenőrző számításokat végeztünk (pl. a pamutipari programozás során), vajon nem módosítja-e az optimális programot az elszámolási időszak hossza. A számítás szerint az optimális program nem érzékeny erre a változásra.

Az 5. és 6. fejezetben leírt ágazati modellek nem hivatottak meghatározni a tevékenységek optimális időbeli elosztását, ütemezését. Mégis, azokban a számításokban, amelyekben a diszkontált költségösszeg formuláját alkalmaztuk, bizonyos feltevéseket kellett kimondanunk a tevékenységek időbeli elosztására, annak érdekében, hogy az alternatívák összehasonlítása tárgyilagos legyen. Ezért feltettük: valamennyi beruházási tevékenység révén keletkezett kapacitások a programozásban figyelembe vett tervidőszak utolsó évében kezdenek termelni. Olyan ez, mintha különböző képességű, különböző gyorsaságú futókat különböző időpontokban indítanánk, hogy pontosan egyidőben érhessenek célba. Ilyenformán a diszkontált költségösszeg képzésekor a hosszabb elkészülési időt igénylő beruházási tevékenység hátrányban van a gyorsabban elkészülő beruházással szemben.

Ismeretesek más kamatozási formulák is.[4] Számításainkban azonban elégségeseknek bizonyultak a felsoroltak is.

D.4. A kamatoskamat-képletekben alkalmazott kamatláb

D.1. elszámolási elv. Az eszközlekötési járulék formulájában alkalmazott γ tényező egyezzék meg a kamatoskamat-képletekben alkalmazott i kamatlábbal.

Az egyezés nem magától értetődő, s csupán megközelítésként fogadható el. Nem vezethető le közvetlenül a 18. fejezet megállapításaiból, minthogy az ott leírt modell *azonos időpontban* a létszám és a termelési alap közötti választást helyezte előtérbe, azaz csupán a γ eszközlekötési tényezőre enged közvetlenül következtetni, a kamatoskamat-képletek pedig rendszerint *időbeli választási* problémákkal kapcsolatosak.

A D.1. elszámolási elvhez vezető gondolatmenetet egy leegyszerűsített példán világítom meg.

Egy meghatározott beruházási akció költségeit számítjuk ki kétféle képlettel: a (D.1) eszközlekötési járulék formulával és a (D.4) diszkontált költségösszeg-formulával. Beruházási akciónkat a következők jellemzik:

[4] Lásd pl. *Schneider, E.* [154] és *Lutz, F.—Lutz, V.* [111] műveit.

1. A beruházási költségek egyszerre, a 0-dik évben merülnek fel. *2.* Az üzemeltetési költség az időben konstans. (E feltevéseket márcsak azért is ki kell mondani, mert ezek híján tulajdonképpen jogosulatlan a (D.1) formula alkalmazása.)

E feltevések mellett kimondható a következő megállapítás:

D.1. megállapítás. Az eszközlekötési járulék formulája és a diszkontált költségösszeg-formula a beruházási és üzemeltetési költségek azonos kombinációjához vezet, ha mindkét formulában azonos nagyságú eszközlekötési tényezőt (γ), illetve kamatlábat (i) alkalmazunk, s ha az utóbbi formulában végtelen az elszámolási időszak.

Bizonyítás. A költségek elszámolása az eszközlekötési járulék formulával:

$$C=R+\gamma P, \tag{D.5}$$

ahol

R=egy évi üzemeltetési költség;

P=az egyszeri beruházási költség.

Tételezzük fel, hogy $i=\gamma$. Ezért most a diszkontált költségösszeg képletében is γ-t szerepeltetjük.

A költségek elszámolása a diszkontált költségösszeg-formulával:

$$\tilde{C}=P+\sum_{t=1}^{T} R(1+\gamma)^{-t}. \tag{D.6}$$

A költségek diszkontált összege, a mértani sor összegezéséhez használt képlet szerint összegezve az üzemeltetési költségeket:

$$\tilde{C}=P+R\frac{(1+\gamma)^T-1}{\gamma(1+\gamma)^T}. \tag{D.7}$$

Az R együtthatójaként szereplő kifejezés a következő tulajdonsággal rendelkezik:

$$\frac{(1+\gamma)^T-1}{\gamma(1+\gamma)^T}\to\frac{1}{\gamma}, \quad \text{ha} \quad T\to\infty. \tag{D.8}$$

Eszerint

$$\tilde{C}\to P+\frac{1}{\gamma}R, \quad \text{ha} \quad T\to\infty. \tag{D.9}$$

Nyilvánvaló, hogy P és $\frac{1}{\gamma}R$ aránya (D.9)-ben azonos P és R arányával a (D.5) képletben.

A D.1. megállapítás csak akkor pontos, ha T végtelen. A gyakorlatban azonban nyugodtan számolhatunk véges elszámolási idővel is; ha T elég nagy,

az eltérés elhanyagolhatóan csekély. Amennyiben pl. a diszkontált költség-összeg-formulában 30 éves elszámolási időszakkal és $i = 0{,}1$-gyel számolunk, úgy az eszközlekötési járulék formulában $\gamma = 0{,}105$-t kell alkalmaznunk, hogy mindkét formula a beruházási és üzemeltetési költségek azonos kombinációjára ösztönözzön.

Az ismertetett példa arra vall, hogy — legalábbis közelítésként — elfogadható a D.1. elszámolási elv. Erre azért is külön ki kellett térnem, mert a magyarországi vitákban ezt többen kétségbevonták. Érdemes még megemlíteni, hogy mind a magyar, mind a szovjet hivatalos beruházás-gazdaságossági metodika lényegében a D. 1. elvet alkalmazza.[5]

[5] A szovjet metodika előírja mind a (D.1), mind a (D.2) képlet felhasználását egyenlő γ-val és i-vel. (Lásd [180].) A magyar metodika a (D.1) és (D.3) képleteket alkalmazza, ugyancsak egyenlő γ-val és i-vel. (Lásd a [195] Beruházási Kódexet.)

E. Az eszközlekötési tényezővel kapcsolatos megállapítások bizonyítása

Írta: WELLISCH PÉTER

Az alábbiakban közöljük a 18. fejezetben leírt, a kalkulatív eszközlekötési tényezővel és bértarifával kapcsolatos megállapítások bizonyítását.

Nem ismételjük meg a feltevéseket és megállapításokat; ezek az utalások alapján megtalálhatók a 18. fejezetben.

Az egyszerűen belátható, bizonyítást nem igénylő megállapításoknál megelégszünk annak megemlítésével, hogy mely képletekből következnek.

18.1. és 18.2. megállapítás

Mindkét megállapítás az $Y(K, L)$ termelési függvény feltételezett 1. és 2. tulajdonságaiból következik.[1]

Tekintsük az $Y(K, L)$ függvényre megadott

$$Y(K, L) = Y^* \tag{E.1}$$

feltételt. Az implicit függvényekre vonatkozó ismert tétel biztosítja, hogy feltevéseink érvényessége esetén, az (E.1) feltételi egyenletből bármelyik változó kifejezhető a másik függvényében. Így (E.1)-ből pl.:

$$L = G(K). \tag{E.2}$$

Ismeretes továbbá, hogy feltevéseink mellett a $G(K)$ függvény differenciálható és deriváltja:

$$G'(K) = -\frac{Y_K[K, G(K)]}{Y_L[K, G(K)]}, \tag{E.3}$$

ahol Y_K és Y_L az $Y(K, L)$ függvény parciális deriváltjait jelölik. Tekintsük most a (18.6) alatt megadott feltételes szélsőérték-feladatot. A

$$C(K, L) = \gamma K + \omega L \tag{E.4}$$

függvény az (E.1) feltétel mellett (E.2)-t figyelembe véve így írható:

$$C(K, L) = H(K) = \gamma K + \omega G(K). \tag{E.5}$$

Miután $G'(K)$ létezik, $H(K)$ is differenciálható:

$$H'(K) = \gamma + \omega G'(K). \tag{E.6}$$

[1] A pontosság kedvéért itt megjegyezzük, hogy az 1. és 2. tulajdonságok érvényességét minden pozitív K-ra és L-re feltételezzük. E feltevés mellett, valamennyi megállapításunk $K>0$, $L>0$, síknegyedben érvényes. A pozitivitás feltevése közgazdasági szempontból természetesen semmiféle megszorítást sem jelent.

A 2. tulajdonság értelmében azonban $G'(K)$ és így $H'(K)$ is szigorúan monoton csökkenő függvény. Ezért annak, hogy $H(K)$-nak a $K=\bar{K}$ pontban minimuma legyen, szükséges és elégséges feltétele, hogy:

$$H'(\bar{K})=\gamma+\omega G'(\bar{K})=0 \tag{E.7}$$

teljesüljön. (E.7) viszont akkor és csak akkor teljesül, ha:

$$\frac{\gamma}{\omega}=-G'(\bar{K}), \tag{E.8}$$

vagyis, (E.3)-at felhasználva:

$$\frac{\gamma}{\omega}=\frac{Y_K[\bar{K}, G(\bar{K})]}{Y_L[\bar{K}, G(\bar{K})]}=\frac{Y_K(\bar{K}, \bar{L})}{Y_L(\bar{K}, \bar{L})}. \tag{E.9}$$

18.3. megállapítás

Azonnal belátható, ha (18.15)-ben az $\frac{Y_K}{Y_L}$ hányados helyébe (18.8) szerint $\frac{\gamma}{\omega}$-t helyettesítünk.

18.4. és 18.5. megállapítás

(18.26)-ot integrálva:

$$Y=Y_0e^{\varrho t}. \tag{E.10}$$

Ha ezt (18.25)-be helyettesítjük, majd ismét integrálunk, akkor azt kapjuk, hogy:

$$K=K_0e^{\varrho t} \tag{E.11}$$

és így

$$\chi^{(t)}=\frac{Y}{K}=\frac{Y_0}{K_0}=\chi^{(0)}=\chi. \tag{E.12}$$

Másrészt (18.24)-et felhasználva:

$$y=\frac{Y}{L}=\frac{Y_0e^{\varrho t}}{L_0e^{\lambda t}}=\frac{Y_0}{L_0}e^{(\varrho-\lambda)t}. \tag{E.13}$$

A termelési alap differenciális hatékonysága:

$$Y_K=\frac{\partial Y}{\partial K}=\beta Ae^{\mu t}K(t)^{\beta-1}L(t)^{\eta}=\frac{\beta Y}{K}. \tag{E.14}$$

A létszám differenciális termelékenysége:

$$Y_L=\frac{\partial Y}{\partial L}=\eta Ae^{\mu t}K(t)^{\beta}L(t)^{\eta-1}=\frac{\eta Y}{L}, \tag{E.15}$$

vagy felhasználva (E.12)-t és (E.13)-at:

(E.16) $$Y_K = \beta\chi$$

(E.17) $$Y_L = \frac{\eta Y_0}{L_0} e^{(\varrho-\lambda)t}.$$

(E.12) és (E.16) a (18.4) megállapítást, (E.13) és (E.17) pedig a (18.5) megállapítást igazolja.

18.6. és 18.7. megállapítás

Ezek triviális bizonyítását a 18. fejezetben már megadtuk.

18.8. megállapítás

(E.11)-et t szerint differenciálva:

(E.18) $$\dot{K} = \varrho K_0 e^{\varrho t}.$$

Ha ezt (18.25)-be helyettesítjük, és felhasználjuk (E.10)-et, akkor:

(E.19) $$\varrho K_0 e^{\varrho t} = \alpha Y = \alpha Y_0 e^{\varrho t},$$

amiből kifejezhetjük ϱ-t:

(E.20) $$\varrho = \alpha \frac{Y_0}{K_0} = \alpha\chi.$$

Másrészt (E.14)-ből és (E.15)-ből következik, hogy:

(E.21) $$Y_K K + Y_L L = (\beta + \eta) Y.$$

Az (E.21) és a (18.8) egyenlőségek azonban, a (18.34) teljes ráterhelési feltevés érvényessége esetén, már egyértelműen meghatározzák γ nagyságát. E feltételek mellett:

(E.22) $$\gamma = \frac{Y_K}{\beta + \eta},$$

vagy (E.16)-ot felhasználva

(E.23) $$\gamma = \frac{\beta}{\beta + \eta}\chi.$$

Vegyük még figyelembe a (18.35) egyenlőséget. [Ez egyébként (18.16)-ból következik, ha abba (E.14)-et és (E.15)-öt behelyettesítjük és α^{Δ}-t kifejezzük.] Akkor végül is

(E.24) $$\gamma = \alpha^{\Delta}\chi.$$

Ezt összevetve (E.20)-szal, leolvasható a (18.8) megállapítás.

18.9. megállapítás

Ha $\frac{\gamma}{\omega}$ helyébe (18.8) alapján $\frac{Y_K}{Y_L}$-t helyettesítünk, és figyelembe vesszük (E.14)-et és (E.15)-öt, akkor megkapjuk (18.37)-et.

F. A makroökonómiai növekedési folyamatok statisztikai vizsgálata

Társszerző: WELLISCH PÉTER

F.1. A vizsgálat célja

Statisztikai vizsgálatunk célja kettős. Először: megkíséreljük verifikálni a 18. fejezetben leírt elméleti modellek egyes — egyáltalán verifikálható — feltevéseit. Részben magukra a feltevésekre térünk vissza, részben pedig a 18. fejezetben közölt megállapításokra. Ha ugyanis a megállapítások egyikemásika statisztikailag is igazolható, úgy ezzel valószínűsíthető a megállapítás levezetésénél alkalmazott kiinduló feltevés jogosultsága is.

Vizsgálataink másik célja: kísérletet tettünk a (18.10) szakaszban leírt (18.38) termelési függvény paramétereinek számszerű meghatározására. Bár a kísérlet nem vezetett pozitív eredményre, tanulságai hasznosak.

Kizárólag az 1949 utáni adatokat vizsgáltuk. A társadalmi-gazdasági struktúrában, s ezzel együtt az árrendszerben végbement, mélyreható változások miatt nem hasonlíthattunk össze 1945 előtti és 1949 utáni adatokat.[1] Az 1945—49-es időszak pedig részben a nagy infláció, részben pedig a háborús károk helyreállításával együttjáró rendkívüli helyzet miatt nem alkalmas a „normális" gazdasági növekedés folyamatainak tanulmányozására.

Az 1949—62-es évek adatait elemezve egyes számításoknál (átlagok, regressziós egyenletek meghatározásánál) kihagytuk az 1956. év adatát, tekintettel a termelés rendkívüli kiesésére.

Adataink túlnyomórészt a Központi Statisztikai Hivatal (a továbbiakban: KSH), kisebb részben pedig az Országos Tervhivatal (OT) közlésein alapulnak.[2]

F.2. A nemzeti jövedelem, a termelési alap és a létszám növekedése

A következő adatokat vizsgáljuk:

A népgazdaság nemzeti jövedelme, $Y^{(E)}$. Ez a szocialista országok statisztikai gyakorlatának megfelelően, magában foglalja az ipar, építőipar, mezőgazdaság, közlekedés, bel- és külkereskedelem hozzájárulását. A legtöbb tőkés ország statisztikai gyakorlatától eltérően nem foglalja magában a nem termelő szolgáltatásokat (pl. az egészségügyi és kulturális intézmények szolgáltatásainak zömét, az államapparátus tevékenységét stb.)[3]

[1] A magyar ipar 1945 előtti adatai alapján *Kádas K.* tett kísérletet [65] művében egy Cobb—Douglas-típusú termelési függvény paramétereinek számszerű meghatározására.

[2] Ezen a helyen szeretnénk köszönetet mondani *Nyilas A.*-nak és *Somogyi M.*-nek (KSH) és *dr. Rácz J.*-nek (OT) értékes támogatásukért.

[3] A továbbiakban az (E) felső index a népgazdasági, az (I) felső index pedig az ipari adatok megkülönböztető jele.

Az ipar hozzájárulása a nemzeti jövedelemhez, $Y^{(I)}$. Ez értelemszerűen analóg a népgazdaság nemzeti jövedelmével.

A népgazdaság nettó termelési alapja, $K_n^{(E)}$. Ez a következőket foglalja magába:

1. A népgazdaság termelő állóeszközei: a termelésben, a fent definiált nemzeti jövedelem előállításában résztvevő gépek, felszerelések, épületek értéke. Itt: nettó érték, azaz az állóeszköz eredeti értékéből levonásra kerül az értékcsökkenési leírás, viszont hozzáadódik a generáljavítások, az ún. felújítás értéke.

   Az állóeszközérték *nem* tartalmazza a telkek, a föld, a természeti javak árát. A számbavétel csak az állóeszköz-állomány reprodukálható elemeire terjed ki.

2. A népgazdaság termelő forgóeszközei. Ide tartoznak:

   2.1. Az anyagok, félkésztermékek és késztermékek készletei.

   2.2. A befejezetlen termékek állománya.

   2.3. A befejezetlen beruházások állománya.

Az ipar nettó termelési alapja, $K_n^{(I)}$. Ez értelemszerűen analóg a népgazdaság nettó termelési alapjával.

Az ipar bruttó termelési alapja, $K_b^{(I)}$. Abban különbözik a nettó termelési alaptól, hogy az állóeszköz-állományt bruttó értéken veszik számba: azaz az állóeszköz eredeti értékét *nem* csökkentik az értékcsökkenési leírással.

Ilyen adat a népgazdaság egészére nem áll rendelkezésre.

A népgazdaság termelő létszáma, $L^{(E)}$. Ez magában foglalja az $Y^{(E)}$ nemzeti jövedelem termelésében résztvevő valamennyi ágazat létszámát.

Az ipar létszáma, $L^{(I)}$. Ez magában foglalja az ipar egész létszámát.

Az értékben megadott adatok, azaz a nemzeti jövedelem és a termelési alap adatai összehasonlítható árakon (gyakorlatilag: 1959. január 1-i árakon) szerepelnek. A korábbi időszakok adatait árindexek segítségével tették összehasonlíthatóvá. Ez az eljárás, mint ismeretes, sohasem abszolút pontos; úgy gondoljuk azonban, hogy a kimutatott alaptendenciákat nem befolyásolják lényegbevágóan.

A nemzeti jövedelem adatai egy egész évi nemzeti jövedelmet foglalnak magukba (flow-adatok). Ezzel szemben a termelési alapra és a létszámra vonatkozó adatok mindig az év elejei, január 1-i állományt adják meg (stock-adatok).

Az adatokat az F.1. táblázat foglalja össze, a következő oldalon.

Problematikus, vajon elméleti modellünk szempontjából inkább a bruttó vagy a nettó állóalappal indokolt-e számolni. Mindkét számbavétel fogyatékosságairól sok szó esik az irodalomban. Végeredményben mindkét adatsort csak kellő fenntartással fogadhatjuk el.

Újabban, az 1954. évi állóeszköz-újraértékelés óta a két adatsor eléggé párhuzamos. Az F.1. táblázat utolsó sorából kitűnik, hogy a kétféle adat aránya 9 éve kevéssé ingadozik 72—73% körül. Ez csökkenti a számbavétel megválasztásával járó probléma jelentőségét.

F.1. táblázat

A nemzeti jövedelem, a termelési alap és a létszám idősorai*

Az adat megnevezése	Szimbóluma	Mérték-egysége	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960	1961	1962
Nemzeti jövedelem, népgazdaság	$Y^{(E)}$	milliárd Ft	74,7	87,4	85,7	97,0	93,0	101,3	90,4	111,4	118,4	126,5	139,3	147,4	155,2
Termelési alap, nettó, népgazdaság	$K_n^{(E)}$	milliárd Ft	.	178,1	197,0	215,6	237,1	253,4	272,5	276,4	298,6	336,0	353,7	376,9	402,5
Létszám, népgazdaság	$L^{(E)}$	ezer fő	.	3506,5	3633,9	3621,9	3712,0	3777,3	3852,6	3862,6	3940,0	3984,1	3994,2	3920,5	3878,0
Nemzeti jövedelemhez ipar hozzájárulása	$Y^{(I)}$	milliárd Ft	33,0	38,8	45,9	51,1	49,7	55,4	47,0	57,0	64,1	69,3	80,2	88,5	95,6
Termelési alap, nettó, ipar	$K_n^{(I)}$	milliárd Ft	47,4	51,9	58,8	69,0	79,8	87,0	95,1	98,1	106,7	118,8	126,4	136,8	147,6
Termelési alap, bruttó, ipar	$K_b^{(I)}$	milliárd Ft	72,3	79,1	89,7	99,3	110,4	119,6	129,3	139,6	147,0	158,4	170,2	185,3	201,1
Létszám	$L^{(I)}$	ezer fő	789,6	808,3	896,3	939,1	1069,9	1111,1	1124,4	1099,6	1184,0	1224,0	1291,5	1330,0	1360,4
Nettó és bruttó ipari termelési alap aránya	$K_n^{(I)}/K_b^{(I)}$	%	65,6	65,6	65,6	69,5	72,3	72,7	73,5	70,3	72,6	75,0	74,3	73,8	73,4

* Az adatok forrása:

$Y^{(E)}$, $Y^{(I)}$ 1950—1961. Statisztikai Évkönyv, 1961. [188].
1962. KSH közvetlen közlése.

$K_n^{(E)}$, $K_n^{(I)}$ Az állóalap adatai:
1950. Becslés, a bruttó adatból visszaszámítva.
1951—1957. Statisztikai Évkönyv, 1957. [185].
1958. KSH közvetlen közlése.
1959—1962. Statisztikai Időszaki Közlemények. [190].
A forgóalap adatai: a KSH közvetlen közlése.
Az összehasonlíthatóság érdekében árindexekkel szoroztuk a korábbi adatokat; az árindexeket a KSH bocsátotta rendelkezésünkre.

$K_b^{(I)}$ Az állóalap adatai:
1950—1958. *Rácz J.* adatai [146].
1959—1962. Statisztikai Időszaki Közlemények [190].
A forgóalap adatai megegyeznek a $K_n^{(I)}$-hez használt adatokkal.

$L^{(E)}$, $L^{(I)}$ KSH közvetlen közlése.

Fontosabb termelési viszonyszámok idősorai

F.2. táblázat

Az adat megnevezése	Szimbóluma	Mértékegysége	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960	1961	1962
A munka termelékenysége, népgazdaság	$y^{(E)}$	1000 Ft/fő	.	24,9	23,6	26,8	25,1	26,8	23,5	28,8	30,1	31,8	34,9	37,6	40,0
A munka technikai felszereltsége, nettó termelési alap szerint, népgazdaság	$k_n^{(E)}$	1000 Ft/fő	.	50,8	54,2	59,5	63,9	67,1	70,7	71,6	75,8	84,3	88,6	96,1	103,8
A termelési alap hatékonysága, népgazdaság	$\chi^{(E)}$	%	.	49	44	45	39	40	33	40	40	38	39	39	39
A munka termelékenysége, ipar	$y^{(I)}$	1000 Ft/fő	41,8	48,0	51,2	54,4	46,5	49,9	42,3	51,8	54,1	56,6	62,1	66,5	70,3
A munka technikai felszereltsége, nettó termelési alap szerint, ipar	$k_n^{(I)}$	1000 Ft/fő	60,0	64,2	65,6	73,5	74,6	78,3	85,6	89,2	90,1	97,1	97,9	102,9	108,5
A munka technikai felszereltsége, bruttó termelési alap szerint, ipar	$k_b^{(I)}$	1000 Ft/fő	91,6	97,8	100,1	105,7	103,2	107,6	116,4	127,2	124,2	129,4	131,8	139,3	147,8
A nettó termelési alap hatékonysága, ipar	$\chi_n^{(I)}$	%	70	75	78	74	62	64	49	58	60	58	63	65	65
A bruttó termelési alap hatékonysága, ipar	$\chi_b^{(I)}$	%	45	49	51	51	45	46	36	41	44	44	47	48	48

F.3. Fontosabb termelési viszonyszámok

A munka termelékenységének, a munka technikai felszereltségének és a termelési alap hatékonyságának idősorait az F.2. táblázat közli. (Lásd az előző oldalon.)

F.3. táblázat

Az üzembe nem helyezett beruházások állománya*

	Az adat megnevezése	Mértékegység	1958	1959	1960	1961
1	Népgazdaság nettó termelési alapja	milliárd Ft	298,6	336,0	353,7	376,9
2	Üzembe nem helyezett beruházások állománya, népgazdaság	milliárd Ft	18,4	21,3	24,1	25,5
3	Üzembe nem helyezett beruházások részaránya, népgazdaság (2/1)	%	6,2	5,9	6,8	6,8
4	Ipar nettó termelési alapja	milliárd Ft	106,7	118,8	126,4	136,8
5	Üzembe nem helyezett beruházások állománya, ipar	milliárd Ft	10,9	13,4	14,7	16,1
6	Üzembe nem helyezett beruházások részaránya, ipar (5/4)	%	10,2	11,3	11,6	11,8

* Forrás: Statisztikai Évkönyv, 1961. [188].

A táblázattal kapcsolatban elsősorban a termelési alap hatékonyságára vonatkozó adatok igényelnek némi kommentárt.

F.4. táblázat

A termékösszetétel változásának hatása*

	Az ipari termelési alap tényleges hatékonysága *per* feltételezett hatékonysága (változatlan ágazati arányok esetén) %-ban
1950	100,4
1951	99,3
1952	97,6
1953	96,3
1954	98,1
1955	98,1
1956	99,1
1957	97,8
1958	100,0
1959	101,2
1960	100,0

* Forrás: *Rácz J.* [146] műve.

1. Az egyik probléma, hogy a viszonyszámok egy *időszakra* vonatkozó adatot (évi nemzeti jövedelem) viszonyítanak egy *időpontra* vonatkozó adathoz (termelési alap az év elején). Az év elején fennálló termelési alap tartalmaz olyan elemeket, amelyek valójában nem is vesznek részt a soron következő év nemzeti jövedelmének előállításában. Ilyen a befejezetlen beruházások állományának az a része, amelyet csak év közben helyeznek üzembe, vagy üzembe helyezésükre az év során még nem is kerül sor. Ugyanakkor az év elejei állományhoz év közben hozzáadódhat a folyó évben már termelő alap.

Megvizsgáltuk az üzembe nem helyezett beruházások állományának arányát az egész termelési alaphoz. Ezt mutatja be az F.3. táblázat.

Mint látjuk, a befejezetlen beruhá-

zások állománya nem túl nagy; részaránya nem nagyon ingadozik. Következtetéseinket tehát nem befolyásolja lényegbevágóan.

2. A termelési alap hatékonyságának idősorát befolyásolhatja a nemzeti jövedelem termék szerinti összetételének változása. Ezzel kapcsolatban *Rácz J.* végzett ellenőrző számítást, az iparra vonatkozóan. Megállapította a $\chi_b^{(I)}$ viszonyszámot kétféle módon: *a)* a termelés tényleges szerkezete szerint számolva az egyes évek adatait és *b)* a termelés változatlan, 1960. évi szerkezete szerint számolva.[4] A kétféle, *a)* és *b)* szerinti adat viszonyszámára kapott idősort az F.4. táblázat közli.

F.5. táblázat

Az ipari állóalapok extenzív kihasználása*

Év	%
1950	29,0
1951	32,9
1952	35,4
1953	35,4
1954	34,2
1955	33,7
1956	31,2
1957	32,2
1958	33,2
1959	34,6
1960	35,3

* Forrás: *Rácz J.* [146] műve.

A táblázatból kitűnik, hogy a kétféle adatsor viszonyszáma nagyon kevéssé ingadozik az időben. Ezért ezt a problémát is gyakorlatilag figyelmen kívül hagyhatjuk.

Nincsenek hasonló adataink a népgazdaság egészére. Itt feltehetően erősebb a szerkezeti változásoknak, a termékösszetétel változásainak hatása.

3. A 18.3. szakaszban, a (18.3)—(18.5) képletek kommentálásakor már utaltunk arra: feltételezzük az állóalapok normális kihasználását. Ezzel kapcsolatban is *Rácz J.* számításaira hivatkozunk.[5] Vizsgálatában az egyidőben betölthető munkahelyek statisztikailag megfigyelt adataiból indult ki. Az adatot megszorozta az év lehetséges üzemóráinak számával s így nyerte az „évi naptári időalap" adatát. Ezt vetette össze azután az ipar fizikai dolgozói által ténylegesen teljesített munkaórák számával. A két adat hányadosát tekinthetjük az állóalap extenzív kihasználási mutatójának (lásd az F.5. táblázatot).

A kezdő 1950. évtől eltekintve a kihasználás foka elég stabil, 32—35% körül ingadozik, különösebb csökkenő vagy emelkedő irányzat nélkül. (A gyakorlatilag elérhető maximum 50—60% körül lenne.) Az ipari nemzeti jövedelem per termelési alap hányadosban tehát az *átlagos* extenzív kihasználású termelési alap termelékenysége tükröződik.

F.4. A nemzeti jövedelem felhasználásával kapcsolatos idősorok

A következő adatokat közöljük:

A népgazdasági felhalmozási hányad, $\alpha_n^{(E)}$. Ezt következőképpen számítottuk ki:

$$\alpha_n^{(E)} = \frac{K_n^{(E)}(t+1) - K_n^{(E)}(t)}{Y^{(E)}(t)} \,. \tag{F.1}$$

[4] Lásd [146]. *Rácz J.* χ adatait iparcsoportonként határozta meg, majd kiszámította súlyozott átlagukat, de nem az iparcsoportok tényleges, évről évre változó, hanem változatlan, 1960. évi arányai szerint súlyozva.

[5] Lásd [146].

Feltételeztük tehát, hogy az idei felhalmozást (a termelési alap növekményét) az idei nemzeti jövedelemből hasítják ki. Ez jogosult feltevés, hiszen, mint láttuk, a még üzembe nem helyezett beruházások állományát is a termelési alap részének tekintjük, tehát ebben az értelemben a termelési alap idei növelése valóban az idei nemzeti jövedelem terhére történik.

Az ipari felhalmozási hányad, nettó, $\alpha_n^{(I)}$ *és bruttó,* $\alpha_b^{(I)}$. Ez értelemszerűen analóg $\alpha_n^{(E)}$-vel.

A felhalmozási hányadokból kétféle átlagot számoltunk.

Jelöljük a vizsgált időszak éveinek számát T-vel. Az egyik átlag: az egyes évek felhalmozási hányadainak számtani átlaga:

$$\bar{\alpha} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \alpha(t)}{T} . \tag{F.2}$$

A másik átlag: az egész időszakban végbement összes termelési alapnövekedés és az egész időszak összes nemzeti jövedelmének hányadosa:

$$\tilde{\alpha} = \frac{K(T) - K(1)}{\sum_{t=1}^{T-1} Y(t)} . \tag{F.3}$$

F.6. táblázat

A felhalmozási hányad és a reálbérindex idősorai*

Év	Felhalmozási hányad (népgazdaság nettó termelési alapjának bővítésére) $\alpha_n^{(E)}$ %	Felhalmozási hányad (ipar nettó termelési alapjának bővítésére) $\alpha_n^{(I)}$ %	Felhalmozási hányad (ipar bruttó termelési alapjának bővítésére) $\alpha_b^{(I)}$ %	Reálbérindex (1949=100)
1950	.	.	.	101,3
1951	.	.	21	89,7
1952	22	18	27	82,3
1953	22	22	21	87,0
1954	22	21	22	102,3
1955	18	14	19	106,0
1956	19	15	18	118,3
1957	4	6	22	139,7
1958	20	15	13	145,4
1959	32	19	18	153,1
1960	14	11	17	156,0
1961	17	13	19	156,3
1962	17	12	18	.
Az évi felhalmozási hányadok számtani átlaga ($\bar{\alpha}$)	18,5	16,0	18,1	—
Az egész időszak összes felhalmozási hányada ($\tilde{\alpha}$)	17,5	16,7	18,7	—

* Az 1., 2. és 3. oszlop forrása az F.1. táblázat, a 4. oszlop forrása a Statisztikai Évkönyv, 1961. [188].

A felhalmozási hányad tőkés országokban

F.7. táblázat

Ország	Időszak	Felhalmozási hányad %-ban
Ausztrália	1921—22—1937—38	8,8
Németország	1891—1913	18,0
Nagy-Britannia	1891—1913	11,1
Magyarország	1925—26—1936—37	4,8
Svédország	1913—1930	11,2
	1884—1924	13,3
USA	1919—1929	10,8
	1929—1942	6,3

A munkások és alkalmazottak reálbérének indexe. A „munkások és alkalmazottak" köre egyfelől szűkebb, másfelől szélesebb, mint elméleti modellünk $L^{(E)}$ kategóriája és az ennek megfelelő $L^{(E)}$-re vonatkozó idősor az F.1. táblázatban. A munkásokhoz és alkalmazottakhoz *nem* sorolják az egyéni parasztokat, a magániparosokat és magánkereskedőket. Ugyanakkor e kör magában foglalja a termelésen kívül foglalkoztatott munkásokat és alkalmazottakat is. Mégis, ez az egyedüli statisztikailag folyamatosan vezetett adat, amelyet, legalábbis megközelítésként, felhasználhatunk.

Az adatokat az F.6. táblázat foglalja össze.

Csupán a felhalmozási hányadokhoz fűzünk megjegyzést. A táblázatból kitűnik, hogy egy-egy év α-ja nem bizonyult különösebben stabilnak a magyar gazdasági fejlődés elmúlt egy-másfél évtizedében. Ebben is az 1950—60. években a gazdaságpolitikában végbement többszöri radikális változás tükröződik.

A felhalmozási hányad ingadozása miatt problematikus a 18.8—9. szakaszokban leírt növekedési modell (18.25) feltevése, amely szerint a felhalmozási hányad az időben állandó. Mégis úgy gondoljuk: a magyar statisztikai adatok nem szolgáltatnak perdöntő érvet a feltevés elvetésére. A *jövőben* a felhalmozási hányad viszonylagos stabilizálása reálisan biztosítható. Ez kívánatos is, hiszen radikális változtatása — akár csökkentése, akár növelése — a legkülönbözőbb megrázkódtatásokkal és veszteségekkel jár.

A másik megjegyzés: a felhalmozási hányad elég magas, pl. összevetve különböző kapitalista országok felhalmozási hányadával. Az F.7. táblázat ismerteti ezzel kapcsolatban a *Domar* könyvében közölt adatokat.[6]

F.5. Regressziószámítások

Az F.2—F.4. szakaszokban ismertetett adatok alapján meghatároztuk az elméleti elemzés szempontjából legfontosabb változók regressziós egyenletét. Exponenciális függvénnyel számoltunk, amelynek általános alakja:

$$Z(t) = B_0 e^{At}, \tag{F.4}$$

[6] Lásd *Domar, E. D.* [36], 68. old. Domar közli az adatok forrásait.

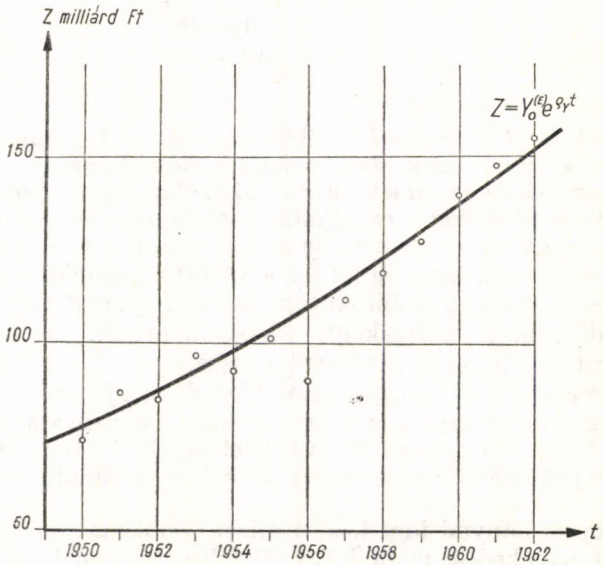
vagy logaritmizálva:

(F.5) $$\log Z(t) = \log B_0 + At.$$

Ennek megfelelően lineáris regressziószámításokat végeztünk az egyes változók logaritmusa és az idő között.

Annak jellemzésére, hogy a regressziós függvény mennyire szorosan illeszkedik a tényadatokhoz, meghatároztuk az egyes változók logaritmusa és az idő közötti korreláció együtthatóját.

A népgazdasági nemzeti jövedelem, termelési alap és létszám függvényeit — az empirikus adatokat és a regressziós függvényeket — az F.1—F.3. ábrán szemléltetjük.



F.1. ábra

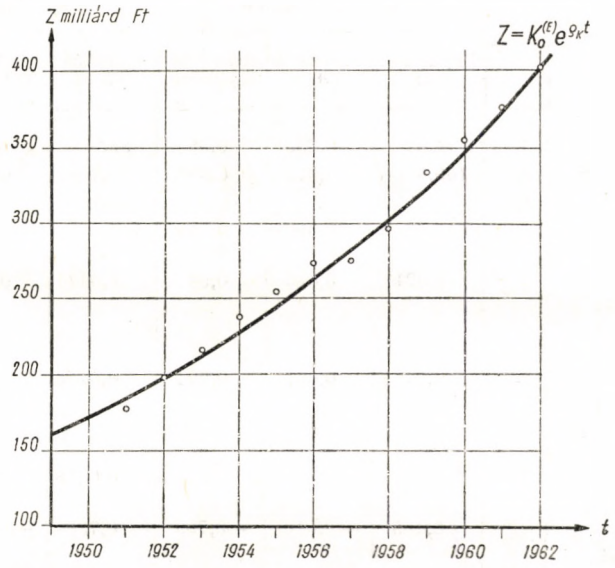
A nemzeti jövedelem, a termelési alap és a létszám regressziós függvényeinek jellemzőit, mind a népgazdaságra, mind az iparra vonatkozóan az F.8. táblázat foglalja össze. Ugyanitt közöljük a fő viszonyszámok (munkatermelékenység, technikai felszereltség, a termelési alap hatékonysága) regressziós függvényeinek jellemzőit is.[7] (Az F.8. táblázatot lásd a 446. oldalon.)

Az F.8. táblázat igazolja a 18. fejezet egyes feltevéseit és megállapításait: valamennyi itt felsorolt változó növekedése jól jellemezhető exponenciális függvénnyel. Az idővel való korreláció valamennyinél igen magas.[8] A statisztikai elemzés verifikálja a (18.24) feltevést, a létszám növekedésével kapcsolatban, a (18.26) feltevést, a nemzeti jövedelem növekedésével kapcsolatban és a 16.5. megállapítást, a munkatermelékenység növekedésével kapcsolatban.

[7] A számításokban az idő kezdőpontja az 1949. év volt. Ennek megfelelően az F.8. táblázatban az együtthatók értékei a regressziós függvényeknek az 1949. évhez tartozó pontjait adják meg.

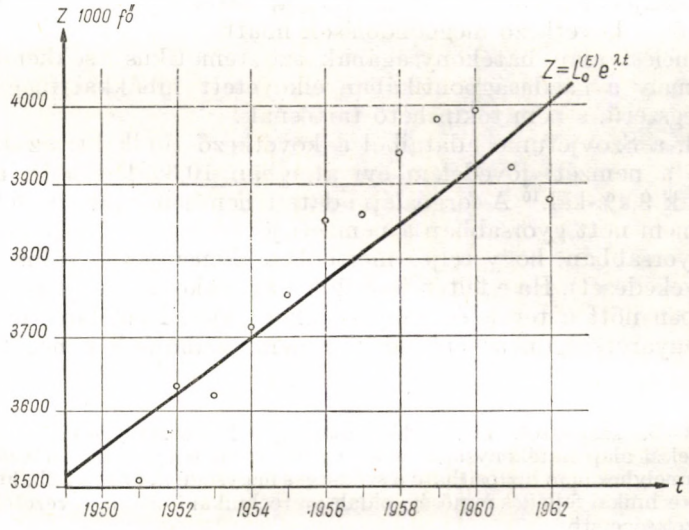
[8] Legkevésbé jó a létszám változására kapott exponenciális közelítés; éppen olyan megfelelő lenne a lineáris közelítés is.

Viszont nem tekinthető az elmúlt 10—12 év adatsora alapján verifikáltnak a 18.4. megállapítás. Az elméleti megállapítás szerint — meghatározott feltételek mellett — a termelési alap átlagos hatékonysága az időben állandó;



F.2. ábra

az adatok szerint azonban a magyar népgazdaságban a nemzeti jövedelem lassabban nőtt, mint a termelési alap. A termelési alap átlagos hatékonyságának regressziós függvényében negatív kitevő szerepel; azaz a hatékonyság az időben csökkent. E kérdés további vizsgálatára meghatároztuk és az F.9.



F.3. ábra

F.8. táblázat

A regressziós függvények jellemzői

A változó megnevezése	Szimbóluma	A népgazdaságra vonatkozó regressziós egyenlet			Az iparra vonatkozó regressziós egyenlet		
		Együttható (B_0)	Kitevő (A)	Korrelációs együttható	Együttható (B_0)	Kitevő (A)	Korrelációs együttható
Nemzeti jövedelem	Y	74,3	0,055	0,985	33,6	0,078	0,980
Termelési alap, nettó	K_n	159,9	0,071	0,996	45,7	0,093	0,991
Termelési alap, bruttó	K_b	.	.	.	69,7	0,083	0,996
Létszám	L	3515	0,010	0,898	785,1	0,045	0,971
A munka termelékenysége	y	0,0211	0,045	0,960	0,0428	0,033	0,891
A munka technikai felszereltsége, nettó termelési alap szerint	k_n	0,0455	0,061	0,994	0,0455	0,048	0,994
A munka technikai felszereltsége, bruttó termelési alap szerint	k_b	.	.	.	0,0888	0,038	0,986
A nettó termelési alap hatékonysága	χ_n	0,465	—0,016	—0,793	0,735	—0,015	—0,646
A bruttó termelési alap hatékonysága	χ_b	.	.	.	0,482	—0,005	—0,301

táblázatban közöljük a termelési alap hatékonyságára vonatkozó mutatók átlagait és relatív szórásait.

Ennek ellenére nem kell elvetni, nézetünk szerint, a 18.8—9. szakaszok elméleti modelljében leírtakat, a termelési alap hatékonyságának, χ-nek időbeni stabilitásáról, a következő meggondolások miatt.

A termelési alap hatékonyságának szisztematikus csökkenése negatív jelenség, amely a gazdaságpolitikában elkövetett hibákkal függ össze.[9] Ez nem szükségszerű, s nem tekinthető tartósnak.

Így pl. a Szovjetunió adataiból a következő tűnik ki: az 1950—1960. időszakban a nemzeti jövedelem évi átlagban 10,3%-kal nőtt, a termelési állóalap csak 9,4%-kal.[10] A forgóalap adatait nem ismerjük, de feltételezhetjük, hogy nem nőtt gyorsabban a nemzeti jövedelemnél (vagy ha igen: nem annyival gyorsabban, hogy teljes mértékben ellensúlyozta volna az állóalap lassabb növekedését). Ha e feltételezésünk igaz, akkor a Szovjetunióban ebben az évtizedben nőtt a termelési alap hatékonysága. Nem követünk el hibát, hogyha Magyarországon a *jövőre* nézve nem számolunk e negatív jelenség

[9] A 18.8—9. szakaszok növekedési modelljének összefüggéseivel szemléltetve: A termelési alap hatékonysága csökken, ha olyan nagy α felhalmozási hányadot választunk, amelyhez nem biztosítható a szükséges nagyságú μ, azaz a felhalmozással nem tart lépést a technikai fejlődés minőségi oldala: a technikai kultúra, a vezetők és a dolgozók szakképzettsége stb.

[10] Lásd [181].

folytatódásával, a termelési alap hatékonyságának rendszeres csökkenésével, hanem ehelyett legalábbis konstans hatékonyságra számítunk. Egyébként a 18.8—9. szakaszokban leírt modellünkben az időben konstans hatékonyság, konstans χ *feltevése* gazdaságpolitikai *követelményt* fejez ki (pontosabban: a nemzeti jövedelem konstans ütemű növekedésére vonatkozó követelmény

F.9. táblázat

A termelési alap hatékonyságának átlagai és szórásai

	Átlag %	Relatív szórás %
Népgazdaság termelési alapja, nettó $\chi_n^{(E)}$	41,1	8,3
Ipar termelési alapja, nettó $\chi_n^{(I)}$	65,6	10,6
Ipar termelési alapja, bruttó $\chi_b^{(I)}$	46,6	6,4

konzekvenciáját, modellünk egyéb feltevései mellett). Márpedig ez nem szerénytelen követelmény, hiszen nem lenne abszurd a növekvő hatékonyság megkövetelése sem.

Emellett az F.8. táblázat szerint a csökkenés üteme elég kicsi (0,5—1,5% közötti). Az idővel való korreláció nem nagyon szoros, a relatív szórás sem erős, különösen az ipari bruttó termelési alap esetében.[11] Ez is arra vall, hogy a termelési alap hatékonyságának időbeni stabilitása nem túlzott egyszerűsítés a valósághoz képest.

Regressziószámítást végeztünk a reálbérekkel kapcsolatban is, mégpedig háromféle módon:

1. számítás: kiszámítottuk a regressziós egyenletet a vizsgált időszak összes adatai alapján.

2. számítás: kihagytuk a regressziószámításból azoknak az éveknek az adatait, amelyekben — az 50-es évek elején elkövetett gazdaságpolitikai hibák nyomán — csökkent a reálbér.

F.10. táblázat

A reálbérek változásának regressziós egyenletei

	1. számítás	2. számítás	3. számítás
A regressziós egyenlet együtthatója	83,5	94,1	100,0
A regressziós egyenlet kitevője (A növekedési ütem)	0,054	0,044	0,037
Az idővel való korreláció együtthatója	0,885	0,910	.

[11] Lehetséges, hogy a nettó termelési alap hatékonyságának csökkentésében értékelési hibák — túl alacsony leírási kulcsok — is közrejátszanak.

3. számítás: meghatároztuk a vizsgált időszak első és utolsó éve között végbement reálbér-emelkedés évi átlagos ütemét.

Az adatokat az F.10. táblázat közli.

A 18—19. szakaszok növekedési modelljével kapcsolatban feltételeztük, a (18.31) képletben, hogy a tényleges bér növekedési üteme egybeesik a munkatermelékenység növekedési ütemével. E feltevést figyelemre méltóan alátámasztja, hogy a (rendkívüli hatásokat kiszűrő) 2. számítás szerint kapott reálbér-növekedési ütem igen közel áll a népgazdaság termelékenységnövekedési üteméhez: előbbi 4,4, utóbbi 4,5%.

F.6. A termelési függvény paramétereinek meghatározásáról

Megvizsgáltuk, hogy az eddig ismertetett makroökonómiai adatok ismeretében meghatározhatók-e a (18.38) termelési függvény paraméterei?

Ehhez a függvény (18.40) alakját használtuk fel:

$$\log y(t) = \log A_0 + \mu t + \beta \log k(t). \tag{F.6}$$

Amint azt már a 18.10. szakasz kifejtette: nem sikerült parciális regressziószámítással egyidejű becslést adni a termelési függvény μ és β paramétereire. A $\log k$ és t változók között ugyanis szoros lineáris összefüggés — kollinearitás — áll fenn.[12]

Elmondhatjuk: minél jobban verifikálják a statisztikai adatok modelljeink egyes feltevéseit és megállapításait (elsősorban a növekedés szabályos, exponenciális jellegéről), annál kevésbé képesek támpontot adni ugyanannak a modellnek az egyértelmű számszerűsítéséhez, vagy legalábbis a termelési függvény paramétereinek becsléséhez.

[12] A szocialista országok közgazdászai közül, tudomásunk szerint, *Pajestka, J.* (Lengyelország) foglalkozott első ízben Cobb—Douglas-típusú termelési függvény paramétereinek statisztikai meghatározásával. (Lásd [140].) Műve sok szempontból figyelemre méltó és gondolatébresztő. Nézetünk szerint azonban a változók közötti kollinearitás okozta nehézségeket, amelyekre maga is utal, csak látszólag sikerült megkerülnie.

Pajestka eljárását, saját modellünk jelöléseivel, következőképpen jellemezhetjük. Először a *priori* feltételezi, hogy $\mu = 0$, azaz $Y = K^{\beta}L^{1-\beta}$ típusú termelési függvényt határoz meg. (A mértékegység megfelelő megválasztásával a konstans szorzó kiküszöbölhető.) Ez a termelési függvény „klasszikus", Cobb—Douglas-féle alakja, a Solow-féle módosítás, az időtől való függés beépítése nélkül. Így meghatározza és rögzíti β (nyilvánvalóan igen magas) értékét. Ez azonban így önkényes, önálló közgazdasági jelentés nélküli nagysággá válik.

Ezután regressziószámítást végez, a következő függvénnyel:

$$Y = Q_0 e^{\vartheta t} K^{\beta} L^{1-\beta}.$$

Ilyen előzmények után az $A_0 e^{\vartheta t}$ tényező nem fejez ki mást, mint az illesztett függvény szisztematikus időbeli eltérését az empirikus adatoktól. Ez tehát az illesztett függvény statisztikai hibájának egyfajta mérőszáma, minden önálló közgazdasági jelentés nélkül, amint erre bíráló [151] cikkében *Sadowski, W.* rámutat.

A Pajestka-féle ϑ és a mi termelési függvényünkben szereplő μ matematikailag, formálisan azonos szerepet játszanak. Tartalmukat, közgazdasági jelentésüket tekintve azonban egészen más nagyságok. A mi paraméterünk a műszaki haladás egyik mozzanatának kifejezője (amelynek számszerű nagyságát azonban nem tudjuk egyértelműen meghatározni.) Ezzel szemben Pajestka ϑ paramétere egy szisztematikus statisztikai hiba kifejezője, egy a priori meggondolások alapján rögzített paraméterű termelési függvényen belül.

A μ és β paraméterek egyidejű becslése helyett kénytelenek voltunk megelégedni — a statisztikai adatok alapján — a μ és β közötti összefüggés meghatározásával. Az y-ra és k-ra elvégzett regressziószámítás szerint ugyanis:

$$\log y = \log \hat{y}_0 + (\hat{\varrho}_Y - \hat{\lambda})t, \tag{F.7}$$

$$\log k = \log \hat{k}_0 + (\hat{\varrho}_K - \hat{\lambda})t, \tag{F.8}$$

ahol $\hat{\varrho}_Y$ = a nemzeti jövedelem növekedési rátája;

$\hat{\varrho}_K$ = a termelési alap növekedési rátája;

$\hat{\lambda}$ = a létszám növekedési rátája.

F.11. táblázat

A termelési függvény paraméterei

$\hat{\beta}$	$\hat{\mu}$ népgazdaságra (nettó termelési alap figyelembevételével)	$\hat{\mu}$ iparra (nettó termelési alap figyelembevételével)
0,10	0,039	0,028
0,12	0,038	0,027
0,14	0,036	0,026
0,16	0,035	0,025
0,18	0,034	0,024
0,20	0,033	0,023
0,25	0,030	0,021
0,30	0,027	0,019
0,40	0,021	0,014
0,50	0,014	0,009
0,60	0,008	0,004
0,70	0,002	—0,001
0,75	—0,001	

Valamennyi ^ szimbólummal megkülönböztetett adat a szóbanforgó paraméternek a regressziószámítások alapján nyert becslése.

(F.7)-et és (F.8)-at (F.6)-ba helyettesítve, a következő összefüggéseket kapjuk:[13]

$$\hat{\mu} = (\hat{\varrho}_Y - \hat{\lambda}) - \hat{\beta}(\hat{\varrho}_K - \hat{\lambda}) = \begin{cases} \text{a népgazdaságra:} \\ 0{,}045 - 0{,}061\ \hat{\beta} \\ \text{az iparra:} \\ 0{,}033 - 0{,}048\ \hat{\beta} \end{cases} \tag{F.9}$$

[13] A μ és β paraméterek ilyen meghatározásánál kizárólag arra a feltevésre támaszkodunk, hogy a termelési függvény (F.6) alakú. A 18. fejezet egyéb feltevéseit itt nem használjuk fel.

illetve:

$$\text{(F.10)} \qquad \hat{\beta} = \frac{\hat{\varrho}_Y - \hat{\lambda} - \hat{\mu}}{\hat{\varrho}_K - \hat{\lambda}} = \begin{cases} \text{a népgazdaságra:} \\ 0{,}738 - 16{,}393\ \hat{\mu} \\ \text{az iparra:} \\ 0{,}688 - 20{,}833\ \hat{\mu}. \end{cases}$$

Az (F.9)—(F.10) képletek alapján tetszőleges $\hat{\beta}$ értékhez kiszámítható $\hat{\mu}$ és megfordítva. Ezt mutatja be az F.11. táblázat.

A táblázat eredményeinek értékeléséhez alkalmazzuk a nemzeti jövedelem standard elosztásának hipotézisét. Az elmúlt évek tényadatai alapján, népgazdasági méretekben ez 0,16—0,18 körüli β-t jelentene. Ehhez az $Ae^{\mu t}$ tényező évi 3,4—3,5% körüli növekedése tartozik.*

* *Megjegyzés az F függelékhez.* A könyvemben leírt becslések óta több kutató végzett Magyarországon hasonló vizsgálatokat, mégpedig hosszabb idősorok alapján, esetleg ágazati bontásban, részben más típusú termelési függvényeket (pl. CES-függvényt) felhasználva. Kiemelkednek e kutatások közül *Szakolczay Gy.*-nek és munkatársainak vizsgálatai (lásd a [261], [262], [264] és [251] cikkeket), valamint *Rimler J.* [255] és [256] tanulmányai.

Noha az aggregált termelési függvényekkel kapcsolatos módszertan igen sokat fejlődött az első kiadás megírása óta, a paraméterek becslésénél mutatkozó (s főként a multikollinearitással kapcsolatos) nehézségek egy részét nem sikerült kiküszöbölni. Különösen bizonytalan ma is a számszerűsített termelési függvényekből egyértelmű következtetést levonni a termelési tényezők közötti helyettesítés differenciális arányára. (Lásd erre például *Pölöskei P.* és *Szakolczay Gy.* megjegyzéseit a [251] cikk 20. oldalán.) Márpedig ennek, amint az a 18. fejezetből kiderült, központi szerepe van a kalkulatív eszközlekötési tényező és a kalkulatív bértarifa meghatározásában. Ennyiben az újabb tapasztalat nem cáfolta meg a 18. fejezetben kifejtett álláspontot: nemigen számíthatunk arra, hogy aggregált termelési függvényekből vezessük majd le a fő tényezők kalkulatív értékelését.

G. Az eszközlekötési járulékról folyó vita áttekintése

G.1. Az áttekintés jellegéről

Tudományunk kevés kérdéséről folyt olyan sok vita, mint a kamat problémájáról. Több mint egy évszázada közgazdászok százai vitatják e kérdést a kapitalista gazdaság viszonyaira vonatkozóan. A szocialista tervgazdaságban alkalmazott kalkulatív eszközlekötési járulék, kamat problémájáról is széles körű eszmecsere alakult ki, igen sokféle nézettel.

A most következő ismertetés inkább az áttekintés céljait szolgálja, mintsem a részletes polémiáét. A 18. fejezetből kitűnt saját álláspontom; ez — implicite — tartalmazza más nézetek bírálatát. Az olvasóra hagyom nézeteim és más szerzők nézeteinek részletes egybevetését; a magam részéről csupán néhány helyen, röviden utalok erre.

Főleg a jellemző nézetek áttekintése a célom; a nézetek egyes képviselőinek megnevezése inkább csak illusztrációként szolgál. Az áttekintés nem lép fel a teljesség igényével. Egyébként is kizárólag a Szovjetunióban és Magyarországon elhangzott álláspontokra térek ki.[1]

Az egyöntetűség kedvéért mindenütt a könyv más helyein is alkalmazott *saját* terminológiámat és jelölési rendszeremet alkalmazom, nem pedig az ismertetett szerzők saját terminológiáját és jelöléseit.

A nézetek többféle szempontból osztályozhatók. Az első osztályozási szempont: milyen közgazdasági összefüggésből vezetik le, elméletileg, a kalkulatív eszközlekötési tényezőt. Itt két fő csoportot látunk: *1.* olyan nézetek, amelyek a kalkulatív eszközlekötési tényezőt a nemzeti jövedelem termelésével, a termelés kategóriáival és *2.* olyan nézetek, amelyek a nemzeti jövedelem felhasználásával, elosztásával, az elosztás kategóriáival hozzák kapcsolatba.

G.2. A nemzeti jövedelem termeléséhez kapcsolódó nézetek

1.1. A racionális kalkulatív eszközlekötési tényező egyenlő a termelés alap (átlagos) hatékonyságával: $\gamma = \frac{Y}{K}$.

E nézet egyik képviselője volt *Hacsaturov, T.*, az ismert szovjet közgazdász, akinek jelentős elméleti érdemei vannak abban, hogy a kérdés egyáltalán előtérbe került a szocialista országok közgazdaságtudományában és gyakorlatában.[2]

[1] A Szovjetunióban folyó vita ismertetéséhez felhasználtam *Simon Gy.—Kondor Gy.* [158] tanulmányát.

[2] Lásd *Hacsaturov, T.* [47] cikkét.

Állítása akkor lenne jogosult, ha a nemzeti jövedelem növekedése kizárólag a termelési alap növekedésével szigorúan arányosan mehetne végbe, vagyis, ha nincs helyettesítési lehetőség termelési alap és munka között. Végső soron ez azt jelenti, hogy a nemzeti jövedelem növekedése *kizárólag* a beruházásoktól függ, s független a rendelkezésre álló létszámtól.

Az 1.1. álláspont a termelési alap *átlagos* hatékonyságából kíván az eszközlekötési tényezőre következtetni. Számos más nézet (az alábbiakban: 1.2., 1.3. és 1.4.) valamiféle *differenciális* hatékonyságból indul ki.

1.2. Az eszközlekötési tényező legyen egyenlő a népgazdaság beruházási keretéből még kitelő, még szükséges, de legkevésbé hatékony beruházás hatékonyságával. E nézetek képviselői szerint a beruházási alternatívákat hatékonysági mutatószámuk szerint sorba kell rendezni; meg kell állapítani, hogy a sorban előrehaladva mikor merül ki a beruházási keret, s az utolsó, a keretet kimerítő alternatíva hatékonysági mutatószámát kell kalkulatív eszközlekötési tényezőként elfogadni.[3]

Ez annak a helyes gondolatnak, hogy az eszközlekötési tényező és a termelési alap differenciális hatékonysága között meghatározott összefüggések vannak, pontatlan és kissé naiv megközelítése. A termelési alap differenciális hatékonyságának fogalma magába foglalja a *ceteris paribus* elv érvényesítését. Azt fejezi ki: mennyi $\partial Y/\partial K$, ami a nemzeti jövedelem változását adja meg, arra az esetre, ha K kis egységgel változik és L nem változik. Márpedig az előbbi sorbarendezés esetén az „utolsó" alternatíva nemcsak többlet termelési alapot, hanem többlet létszámot is igényel.

Emellett maga a sorbarendezési elgondolás sem reális. A 8. fejezetben részletesen kifejtettem, hogy miért nem alkalmas az egyszerű rangsorolás a gazdaságossági követelmények gyakorlati érvényesítésére. Lehetséges, hogy a különböző egyensúlyi követelmények bevonják a tervbe a rangsorban hátulálló alternatívákat is. De ezen túlmenően is, a 18.5. szakasz részletesen rámutatott a „tőkepiaci mechanizmus" alapvető problémáira és nehézségeire.

1.3. Mind a meglevő termelési alapok, mind az új beruházások után számított eszközlekötési tényezőt népgazdasági szinten végzett lineáris programozás árnyékárrendszeréből vesszük. A kalkulatív értékeléseket a meglevő termelési kapacitásokat, ill. beruházási erőforrásokat korlátozó feltételekhez tartozó árnyékárakból vezetjük le.

A Szovjetunióban, mint már említettem, ezt az álláspontot *Kantorovics, L. V.*, továbbá *Novozsilov, V. V.*[4] képviselik, Magyarországon *Simon Gy.* és *Kondor Gy.* fejtettek ki hasonló elgondolásokat.[5]

Ismeretes, hogy a lineáris programozási feladat erőforráskeretének árnyékára az erőforrásnak a differenciális hozadékát fejezi ki.

Ez a nézet igen közel áll a könyvemben is körvonalazott állásponthoz. Hangsúlyozni kell azonban, hogy ez csak *megközelítés* (bár szükséges, a jelen körülmények között viszonylag legjobb megközelítés).[6] A lineáris programozási modellből nyert árnyékárrendszer szükségképpen magán viseli annak a modellnek az „anyajegyeit", amelyből született: a linearitási feltevés

[3] Ezt a nézetet képviselik pl. Magyarországon *Mandel M.*, *Szunyogh Z.* és *Varga J.* [117] és *Varga J.* [172] cikkei.

[4] Lásd *Kantorovics, L. V.* [62] és *Novozsilov, V. V.* [136] műveit.

[5] Lásd *Simon Gy.—Kondor Gy.* [158] és [159] munkáit.

[6] Ezért is igyekszünk kutatásainkat éppen ebben az irányban folytatni, amint az a könyv V. részéből kitűnik.

egyszerűsítéseit, az aggregációval járó pontatlanságot, a célfüggvény kiválasztásának problematikus voltát stb. Nem szabad tehát túlbecsülni az így kapott árnyékárakat.

1.4. Egy magyar szerző, *Turánszky M.* az eszközlekötési tényezőt a termelési alap munkaerő-felszabadító hatásával hozza kapcsolatba.[7] A gondolat nézetem szerint helyes, számszerűsítéséhez azonban meg kell állapítani a termelési alap differenciális hatékonysága és a létszám differenciális termelékenysége közötti arányt, mégpedig azon a legkedvezőbb ponton, amelyben mind a rendelkezésre álló termelési alapot, mind a rendelkezésre álló létszámot éppen kimeríti. [Lásd a (18.8) relációt.]

Az arány számszerűsítése azonban, az ismert magyar statisztikai adatok alapján nem oldható meg. Turánszky mindenképpen számszerű eredményekhez akar eljutni, s ezért önkényes feltevésekkel operál. (Pl. a termelési alap munkaerő-felszabadító hatását a növénytermelés gépesítésének munkaerő-felszabadító hatásával reprezentálja stb.) Ezért — helyes kiinduló gondolatok ellenére — számszerű következtetései megalapozatlanok.

1.5. Turánszky egy másik fontos gondolatot is felvet: meg akarja határozni, hogy a nemzeti jövedelem emelkedésében milyen szerepe volt a termelési alapnak és a munkának. Ez kétségkívül mutat bizonyos rokonságot a 18. fejezetben leírtakkal. A „ráterhelés", az imputálás problémáját azonban nem tudja megoldani, hanem — akárcsak az 1.4. alatt ismertetett elgondolással kapcsolatban — ismét önkényes feltevéseket tesz. Megkísérli meghatározni a „beruházás nélküli nemzeti jövedelem emelkedést" a munkatermelékenység emelkedésének, az újítások és találmányok hatásának statisztikai adatsoraiból következtetve. Ezekből azonban nem lehet a vizsgált kérdésre — a „ráterhelés" arányaira — semmilyen közvetlen következtetést levonni. Az ily módon végzett becslésekkel ismét megalapozatlan számokhoz jut el.[8]

1.6. A kalkulatív eszközlekötési tényező legyen egyenlő a munkatermelékenység növekedésének ütemével: $\gamma = \dot{y}/y$. Ezt a nézetet képviseli a szovjet vitában *Sz. G. Sztrumilin* és *P. Msztiszlavszkij*.[9]

Láttuk a 18. fejezetben, hogy a racionális kalkulatív eszközlekötési tényező nagysága nem független a munkatermelékenység alakulásától. Az összefüggés azonban más jellegű.

Nem lehetetlen, hogy a racionális eszközlekötési tényező egybeessék a munkatermelékenység növekedési ütemével, de nem is szükségszerű.[10] Azt sem mondhatjuk, hogy valamilyen szempontból kívánatos, célszerű lenne ez az arány. A racionális kalkulatív eszközlekötési tényező meghatározása így ötletszerű.

[7] Lásd *Turánszky M.* [169] munkáját.

[8] Turánszky M. érdeme, hogy egyik kezdeményezője volt Magyarországon a beruházásgazdaságossági számításoknak, s ennek keretében kalkulatív eszközlekötési tényező alkalmazásának. Műve nagymértékben befolyásolta a kialakított hivatalos beruházásgazdaságossági metodikát; ezért is tértem ki részletesebben erre.

Az 1.4. és 1.5. alatt ismertetett nézetek helyes sejtéseket tartalmaznak. Számszerűsítésük azonban kellő megalapozás nélkül történt. Ezek a — nézetem szerint — megalapozatlan számítások is abban az irányban hatottak, hogy Magyarországon rendkívül magas, 20%-os a kalkulatív eszközlekötési tényező.

[9] Lásd *Sztrumilin, Sz. G.* [163] és *Msztiszlavszkij, P.* [130] munkáit.

[10] Érdemes meggondolni a következőket. A nemzeti jövedelem standard elosztása és (18.38) típusú termelési függvény esetén az eszközlekötési tényező csak akkor eshet egybe a munkatermelékenység növekedési ütemével, ha $\lambda = 0$, azaz a létszám nem nő. Ez felettébb irreálisnak tűnik.

G.3. A nemzeti jövedelem elosztásához kapcsolódó nézetek

Még az érdemi tárgyalás előtt szeretném hangsúlyozni, hogy a következőkben ismertetett nézetek többsége véleményem szerint kiindulópontjában hibás. A kalkulatív eszközlekötési tényező és a bértarifa racionális arányát a *termelés* oldaláról kell megközelíteni; ott derülnek ki a helyettesítés lehetőségei, a differenciális hatékonyság és a differenciális termelékenység aránya stb. A nemzeti jövedelem elosztása lényegében független ettől, mert a szocialista tervgazdaság viszonyai között ez nagymértékben a gazdasági vezetés döntésétől függ.

2.1. A racionális kamatláb egyenlő a tiszta jövedelem és a termelési alap hányadosával. Ezt a gondolatot képviseli pl. *Malisev, I. Sz.* a szovjet vitában,[11] *Megyeri E.* a magyar vitában.[12]

Nem kíván újabb kommentárt a nézetben rejlő elméleti tévedés. Viszont meg kell említeni, hogy megvalósítása abszurd mértékben magas, a technikai haladást fékező γ-hoz vezetne.

2.2. Az eszközlekötési tényező legyen egyenlő a nemzeti jövedelemből felhalmozásra, valamint a honvédelem és az államapparátus fenntartására jutó rész és a termelési alap hányadosával. A nemzeti jövedelem többi részét, amely közvetlenül vagy közvetve személyes fogyasztásra kerül, a munkára kell ráterhelni.

Ezt az álláspontot képviseli *Sztyepankov, A.*[13]

A nézetet, képletesen, úgy is felfoghatnánk, mintha a termelési alap „hozamából" kellene fedezni a felhalmozást, az államapparátus és a honvédelem fenntartását, a munka „hozamából" pedig az egyéb fogyasztást.

Lehetséges, hogy ez olyan γ/ω arányhoz vezet, amely az adott körülmények között történetesen racionális. Lehet, de nem biztos. Lehet, hogy indokolt lenne a termelési alap „hozamából" fedezni a közoktatást is, vagy megfordítva, a munka „hozamából" az államapparátus fenntartását stb. A tiszta jövedelem egész fel nem halmozott része valamilyen közvetlen vagy közvetett formában a lakosság széles értelemben vett fogyasztását szolgálja.[14] Itt csak önkényes határvonal húzható. S — az itt vizsgált kérdés szempontjából — nem is érdemes ilyen határvonal meghúzására törekedni, mert a γ/ω arányt nem ez szabja meg.

2.3. Az eszközlekötési tényező legyen azonos a nemzeti jövedelem felhalmozásra eső részének és a termelési alapnak a hányadosával.

Ezt az álláspontot képviseli a szovjet vitában *Nyemcsinov, V. Sz.*, Magyarországon pedig *Nagy T.* és *Esze Zs.*[15]

Az eszközlekötési tényező meghatározásának javasolt elve, gyakorlatilag azt jelenti, hogy — kimondva vagy kimondatlanul — a nemzeti jövedelem standard elosztásának, valamint a teljes ráterhelésnek a hipotézisét alkalmazzuk. Ez esetben ugyanis a racionális γ egybeesik a termelési alap növekedésének ütemével, azaz (egyenletes növekedést feltételezve) a felhalmozás és a termelési alap arányával. (Lásd a 18.8. B. megállapítást.)

[11] Lásd *Malisev, I. Sz.* [116] könyvét. Malisev nézetei nem közvetlenül a beruházás-gazdaságossági vitához, hanem az árképzés problémáihoz kapcsolódnak.

[12] Lásd *Megyeri E.* előadását az [198] ismertetésben.

[13] Lásd *Sztyepankov, A.* [162] cikkét.

[14] A pénzbeli béreken felüli közvetett fogyasztás alakulását Magyarországon részletesen ismerteti *Jávorka E.* és *Berényi J.* [61] könyve.

[15] Lásd *Nyemcsinov, V. Sz.* [137] és *Nagy T.—Esze Zs.* [131] cikkét.

Jobb hipotézis híján gyakorlatilag mi is ezt alkalmaztuk programozási számításainkban. (Lásd a 18.2—3. elszámolási elvet.) Ez, nézetem szerint, megengedhető, ha tudatában vagyunk — s az idézett magyar szerzők is így tekintették —, hogy az elszámolás csupán ideiglenes, a későbbiekben felülvizsgálatra szoruló hipotéziseken alapul.

G.4. Elosztás és optimalitás

Részletesebben ismertetek egy újabb álláspontot, mert ennek kapcsán mód nyílik néhány, eddig nem tárgyalt elvi probléma tárgyalására.

Simon Gy. és *Kondor Gy.* lényegében az 1.3. és 2.3. álláspontot osztják, de némileg más elgondolásokból indulnak ki.[16] Szerintük a nemzeti jövedelem standard elosztása (amelyet én kisegítő, ideiglenes hipotézisnek tekintek) kifejezetten kívánatos, célszerű. Gondolatmenetük ezzel kapcsolatban a következő:

A felhasználásra kerülő nemzeti jövedelem minden része végső soron az újabb nemzeti jövedelem emelkedését szolgálja: nemcsak a felhalmozásra, hanem a fogyasztásra fordított rész is. Az életszínvonal emelkedése, az emberek egészségvédelme, a közoktatás stb. — mind hozzájárul ahhoz, hogy a dolgozók eredményesebben vegyék ki részüket a nemzeti jövedelem emelkedéséből.

Ebből következik: a nemzeti jövedelmet úgy kell elosztani, hogy felhasználása minden területen azonos nemzetijövedelem-növekményhez vezessen. A „munkaerő-fejlesztő" felhasználás differenciális hozama legyen egyenlő a „termelésialap-fejlesztő" felhasználás differenciális hozamával. A nemzeti jövedelemnek ez az allokációja azzal jár, hogy minden termelési tényező, az „emberi" és a „tárgyi" egyaránt megkapja a maga differenciális hozamát, a dolgozók a nemzeti jövedelem fogyasztási részében, a termelési alap a nemzeti jövedelem felhalmozási részében. A már optimálisan allokált nemzeti jövedelem szaporítja önmagát, ϱ ütemben. Nyilvánvaló, hogy a nemzeti jövedelem felhalmozásra kerülő része, a többlettermelési alap is ϱ hozamot biztosít.

Az érdekes gondolatmenetben, nézetem szerint, a fontos és helyes felismerések keverednek egyfajta leszűkített „ökonomizmussal", utilitarizmussal.

Igaz, hogy a nemzeti jövedelem fogyasztásra szolgáló része is, végső soron, visszahat a termelésre. Modern ipari civilizáció nem funkcionálhat szegény és kulturálatlan dolgozókkal. A közoktatás, a tudomány, az egészségvédelem, a közművelés fejlődése, a jobb anyagi életkörülmények nélkül lehetetlen a munka termelékenységének rendszeres és tartós emelkedése, a technikai fejlődés. Elhanyagolásuk, mint azt az 1949—53-as periódus Magyarországon is megmutatta, károsan hat a gazdaság fejlődésére is.

A nemzeti jövedelem elosztását felhalmozásra és fogyasztásra mégsem lehet egyszerűen gazdasági optimalizálási feladatként felfogni, a következő meggondolások miatt:

A „munkaerő-fejlesztő" felhasználás hatása a nemzeti jövedelem emelkedésére gyakorlatilag mérhetetlen. Nem állapítható meg, hogy 1—2%-kal nagyobb vagy kisebb reálbér-emelkedés pontosan mennyit emelne a nemzeti jövedelmen.

Egyebek között azért sem, mert az emberek munkafegyelme, tanulási kedve, kezdeményezése, a kultúra és a tudomány fejlődése nemcsak a reálbér,

[16] Lásd [159].

a fogyasztás emelkedésétől, nemcsak közvetlenül gazdasági tényezőktől függ, bár szerepük alapvető, hanem sok egyéb — politikai, szociológiai, kulturális, morális stb. — tényezőtől is. Együttes befolyásukból gyakorlatilag lehetetlen „kiszűrni" a fogyasztás emelkedésének hatását. Végletes példákkal: lehetnek periódusok egy ország életében (pl. egy honvédő háború), amikor az emberek csökkenő életszínvonal mellett is maximális erőfeszítéssel dolgoznak, s megfordítva: emelkedő jólét mellett is kedvetlenek, közömbösek.

S még egy morális szempont: a szocialista társadalom nem azért „fejleszti a munkaerőt", hogy az jobban termelhessen. Nem az ember van a termelésért, hanem megfordítva. A nemzeti jövedelem egy részét, morális okokból, olyan célokra kell fordítani, amelyek gyakorlatilag nem hatnak vissza a nemzeti jövedelem emelkedésére (vakok, rokkantak gyámolítására, a városok szépítésére, műemlékek védelmére stb.).

Nézetem szerint a szocialista tervgazdaságban szükségképpen elválik a nemzeti jövedelem *elosztására* vonatkozó döntés attól a kérdéstől, mi a termelés egyes tényezőinek differenciális hozama a termelésben. A nemzeti jövedelem elosztása (elsősorban két fő felhasználási céljára: felhalmozásra és fogyasztásra) olyan összetett politikai, gazdasági, szociológiai és morális probléma, amely gyakorlatilag, a központilag irányított szocialista tervgazdaságban, *politikai döntést* igényel.

G.5. A vita egyéb kérdései

A G.2—G.4. szakaszokban aszerint osztályoztam a különböző álláspontokat, hogy milyen közgazdasági kategóriákkal hozzák kapcsolatba a kalkulatív γ-t. Vannak azonban egyéb osztályozási szempontok is.

A) A vita résztvevőinek egy része egyszerűen az aktuális árrendszerrel összekapcsolva kívánja alkalmazni az új beruházások utáni kalkulatív eszközlekötési tényezőt. Mások viszont felismerik, hogy a probléma következetes kezelése csupán olyan árrendszeren belül képzelhető el, amely a termelés minden fázisában kamatot számol a lekötött (régi vagy új) termelési alap után. Ezt a nézetet képviseli a már más összefüggésben említett szerzők jelentős része: *Kantorovics, L. V., Nyemcsinov, V. Sz.*[17] a Szovjetunióban, *Turánszky M., Nagy T.* és *Esze Zs., Simon Gy.* és *Kondor Gy.* Magyarországon.

B) Egy másik vitakérdés: ágazatonként eltérő, vagy népgazdaságilag egységes eszközlekötési tényezőt kell alkalmazni? Az előbbi álláspontot képviseli a szovjet vitában *Hacsaturov, T.*, Magyarországon *Gerle Gy.*,[18] az utóbbit a szovjet vitában *Malisev, I. Sz.*, Magyarországon *Turánszky M.*

A Szovjetunióban és Magyarországon eltérő a beruházásgazdaságossági számításoknál alkalmazott hivatalos kalkulatív értékelésekre előírt metodika is.[19] A Szovjetunióban ágazatonként eltérő, Magyarországon egységes eszközlekötési tényezőt használnak.

[17] Külön alá kell húznom ezzel kapcsolatban *Nyemcsinov, V. Sz.* javaslatait, amelyek kiterjednek egyebek között a szűkös természeti javak után számított járadékok alkalmazására is. (Lásd [137].) Ez olyan probléma, amelyet — noha jelentőségével tisztában vagyunk — kénytelen voltam saját vizsgálataimban figyelmen kívül hagyni.

[18] Lásd *Gerle Gy.* [44] könyvét.

[19] Lásd a [180] hivatalos szovjet metodikát és a [195] magyar Beruházási Kódexet.

A magam részéről az egységes γ-t tartom helyesnek minden olyan modellben, amelyben összevont aggregátumként szerepel a termelési alap, illetve a termelési alapot növelő beruházás, s amelyben a (18.1) árképlet szerinti kalkulatív árakat alkalmazzuk a hazai ráfordítások számbavételére. (E kérdést egyébként érinti a könyv 26.1. szakasza is.)

Az ágazatonként eltérő eszközlekötési tényező hívei főleg azzal érvelnek, hogy az egységes tényező esetleg hátrányosnak jelzi *jövedelmezőségi szempontból* a népgazdaság általános arányai érdekében elsődlegesen fontos iparágak fejlesztését.[20]

Ez az aggodalom azonban csak addig indokolt, amíg külön, egymástól elválasztva folyik a népgazdaság arányosságainak tervezése (a mérlegmódszer segítségével) és a beruházásgazdaságossági számítás (a gazdaságossági mutatók segítségével). A programozás — mint arra már rámutattam — módot ad e kettősség feloldására, mivel a modell már eleve számolhat a vizsgált ágazat és a többi népgazdasági ág közötti szükséges arányokkal. Ezt szolgálják az extern kibocsátási előírások a korlátozó feltételek rendszerében. Az a tény, hogy a programozási modell eleve — kibocsátási előírások, termékmérlegek formájában — előír bizonyos termelési arányokat, *szűkíti az eszközlekötési tényező funkcióját*. Ilyen körülmények között γ elsősorban a különböző ráfordításfajták — főként a beruházás révén előteremthető korszerűbb technológia, gépek, felszerelések és az eleven munka — arányait, kombinációit befolyásolja.

C) A vita résztvevői eltérő módszerekkel alapozzák meg számszerű javaslataikat. A legtöbben aggregált makroökonómiai statisztikai eredményekkel kísérleteznek. Ez azonban, mint láttuk, eddigi ismereteink szerint nem vezethet egyértelmű eredményhez.

Egyesek szerint mikroökonómiai adatokból kell megkísérelni a következtetést, s egyes, elszigetelt beruházási alternatívákra vonatkozó gazdaságossági mutatószámokból próbálják meghatározni a kalkulatív eszközlekötési tényező indokolt nagyságát.

Végül egyes szerzők azt javasolják, hogy matematikai programozás útján kell a kalkulatív kamatlábat számszerűen meghatározni. Nézetem szerint is ez a leginkább járható út.

[20] Lásd pl. *Hacsaturov, T.* [47] cikkét.

H. A „kétszintű tervezés" általános matematikai modellje: „kétszintű programozás"

Írta: LIPTÁK TAMÁS

H.1. Bevezetés

A kétszintű tervezés módszerének kidolgozása közben kiderült, hogy a speciális tervezési feladatból származó gondolatok és ötletek sokkal egyszerűbben és áttekinthetőbben írhatók matematikai alakba, ha némileg általánosabban tekintjük a modellt. Ezen felül az is nyilvánvalóvá lett, hogy a „nehezebbet könnyebb bizonyítani": e modellben a matematikai levezetések is egyszerűbben kezelhetők. Végül sikerült olyan felbontási technikát találni, amelyet bármilyen (megoldható) lineáris programozási feladatra alkalmazni lehet úgy, hogy a felbontás utáni modellben a fiktív lejátszás iterációja konvergens legyen. Az eljárást ebben az általános esetben „kétszintű programozás"-nak nevezzük.

E függelékben a módszert a következő beosztás szerint tárgyaljuk: a H.2—H.11. pontokban feltételezzük, hogy a „teljes központi információs feladatnak" nevezett eredeti lineáris programozási probléma valamilyen módon fel van bontva „szektoroknak" nevezett részekre, amelyek programozását egy „központ"-nak nevezett koordinátor egyezteti össze. Egyéb elnevezések és jelölések után bevezetünk bizonyos „regularitási feltételezéseket", és levezetünk tételeket, amelyek e feltételek mellett érvényesek és lehetővé teszik az eredeti feladat tetszőleges pontosságú megoldását a részfeladatok iteratív, önállóan történő végrehajtása útján. Vázoljuk az iteráció lépéseit és foglalkozunk a kevert árnyékárak általános „egalizálódási" tendenciájával. Végül, a H.12. pontban megadunk egy olyan felbontási és „beágyazási" technikát, amelynek használata bármely (megoldható) lineáris programozási feladat esetén biztosítja a kétszintű programozás alkalmazásához szükséges, a H.8. pontban értelmezett regularitási feltételek teljesülését. Egyben lehetővé teszi, hogy a központban triviálisan, együtthatók rangsorolásával megoldható lineáris programozásokat legyen csak szükséges végrehajtani.

Tekintettel arra, hogy e függeléknek nem célja a matematikai részletek kimerítő tárgyalása, ez utóbbi pontban csak arra törekszünk, hogy az alkalmazandó felbontási és beágyazási technikát, valamint a kétszintű programozás algoritmusát világosan leírjuk. Az egzakt bizonyítások iránt érdeklődő olvasót más publikációkra utaljuk.[1]

[1] Lásd [82], [103]. A „kétszintű programozás" alkalmazását egy — a könyv 24. fejezetében leírt modelltől közgazdasági tartalmát tekintve teljesen eltérő — feladatra, rövid lejáratú külkereskedelmi optimumszámításra a [104] dolgozat írja le.

H.2. A teljes központi információs feladat

Legyen

$$\begin{aligned} &\mathbf{A}x \leqq \mathbf{b}, \quad x \geqq 0, \quad \mathbf{c}'x \to \max! \\ &y'\mathbf{A} \geqq \mathbf{c}', \quad y \geqq 0, \quad y'\mathbf{b} \to \min! \end{aligned} \tag{H.1}$$

az általános modell teljes központi információs feladatában (röviden TKI feladatában) a primál, illetve a duál változat kanonikus[2] alakja. A TKI feladat primál változóját (az x vektort) *TKI programnak*, duál változóját (az y vektort) *TKI árnyékrendszernek* nevezzük. Jelölje $\mathbf{X}$ a *megengedett TKI programok*, $\mathbf{X}^*$ pedig az *optimális TKI programok* halmazát, továbbá $\mathbf{Y}$ a *megengedett TKI árnyékárrendszerek*, $\mathbf{Y}^*$ pedig az *optimális TKI árnyékárrendszerek* halmazát:

$$\mathbf{X} = \{x : \mathbf{A}x \leqq \mathbf{b}, \ x \geqq 0\}, \quad \mathbf{X}^* = \{x^* : x^* \in \mathbf{X}, \ \mathbf{c}'x^* = \max_{x \in \mathbf{X}} \mathbf{c}'x\} \tag{H.2}$$

$$\mathbf{Y} = \{y : y'\mathbf{A} \geqq \mathbf{c}', \ y \geqq 0\}, \quad \mathbf{Y}^* = \{y^* : y^* \in \mathbf{Y}, \ y^{*\prime}\mathbf{b} = \min_{y \in \mathbf{Y}} y'\mathbf{b}\}. \tag{H.3}$$

Feltételezzük, hogy a TKI feladat *megoldható*, azaz létezik optimális TKI program: $\mathbf{X}^* \neq \emptyset$. Ismeretes,[3] hogy ekkor létezik optimális TKI árnyékárrendszer is: $\mathbf{Y}^* \neq \emptyset$, továbbá a primál változat maximális és a duál változat minimális célfüggvényértéke megegyezik; közös értékük a TKI feladat Φ *optimuma*:

$$\Phi = \max_{x \in \mathbf{X}} \mathbf{c}'x = \min_{y \in \mathbf{Y}} y'\mathbf{b} = \mathbf{c}'x^* = y^{*\prime}\mathbf{b} \quad (x^* \in \mathbf{X}^*, \ y^* \in \mathbf{Y}^*). \tag{H.4}$$

A TKI feladat megoldhatósága egyébként ekvivalens azzal a feltételezéssel, hogy megengedett TKI program és megengedett TKI árnyékárrendszer *is* létezik:[4]

$$\mathbf{X} \neq \emptyset \quad \text{és} \quad \mathbf{Y} \neq \emptyset. \tag{H.5}$$

H.3. Szektorbontás

Legyen

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1, \ \ldots, \ \mathbf{A}_n], \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}' = [\mathbf{c}_1', \ \ldots, \ \mathbf{c}_n'] \tag{H.6}$$

[2] Minden lineáris programozási feladat primál-duál változata a (H.1) szimmetrikus alakra transzformálható.

[3] Lásd pl. *Goldman, A. J.—Tucker, A. W.* [46], Corollary 1A, 60. old.

[4] Lásd pl. *Goldman, A. J.—Tucker, A. W.* [46], Theorem 2, 61. old.

a TKI feladat primál változatában az $\mathbf{A}$ mátrix, az $\mathbf{x}$ TKI program és a $\mathbf{c}'$ TKI célfüggvényvektor egymásnak megfelelő particionálása. (H.1) helyett ekkor a vele ekvivalens

$$\text{(H.7)} \qquad \left\{\begin{array}{l} \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1+\ldots+\mathbf{A}_n\mathbf{x}_n\leqq\mathbf{b} \\ \mathbf{x}_1\qquad\qquad\qquad\qquad\geqq\mathbf{0} \\ \qquad\cdot \\ \qquad\qquad\cdot \\ \qquad\qquad\qquad\cdot \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\mathbf{x}_n\geqq\mathbf{0} \\ \mathbf{c}_1'\mathbf{x}_1+\ldots+\mathbf{c}_n'\mathbf{x}_n\to\max! \end{array}\right\} \quad \text{ill.} \quad \left\{\begin{array}{l} \mathbf{y}'\mathbf{A}_1\qquad\qquad\qquad\geqq\mathbf{c}_1' \\ \qquad\cdot \\ \qquad\qquad\cdot \\ \qquad\qquad\qquad\cdot \\ \qquad\qquad\qquad\mathbf{y}'\mathbf{A}_n\geqq\mathbf{c}_n' \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\mathbf{y}\geqq\mathbf{0} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\mathbf{y}'\mathbf{b}\to\min! \end{array}\right\}$$

alakot használhatjuk.

Ha a $\mathbf{b}$ korlátvektorral egyező méretű $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ vektorok összege $\mathbf{b}$, tehát ezek kielégítik az

$$\text{(H.8)} \qquad \mathbf{u}_1+\ldots+\mathbf{u}_n=\mathbf{b}$$

korlátfelosztási feltételt, akkor a belőlük összeállított

$$\text{(H.9)} \qquad \mathbf{u}=\begin{bmatrix}\mathbf{u}_1\\ \vdots \\ \mathbf{u}_n\end{bmatrix}$$

vektort *központi programnak*, az $\mathbf{u}_i$ részvektort az $\mathbf{u}$ központi program *i-edik szektorkomponensének* nevezzük, az $\mathbf{u}$ *központi program* (vagy az $\mathbf{u}_i$ szektorkomponens) *melletti i-edik szektorfeladaton* pedig az

$$\text{(H.10)} \qquad \left\{\begin{array}{llll} \mathbf{A}_i\mathbf{x}_i\leqq\mathbf{u}_i, & \mathbf{x}_i\geqq\mathbf{0}, & \mathbf{c}_i'\mathbf{x}_i\to\max! \\ \mathbf{y}_i'\mathbf{A}_i\geqq\mathbf{c}_i', & \mathbf{y}_i\geqq\mathbf{0}, & \mathbf{y}_i'\mathbf{u}_i\to\min! \end{array}\right.$$

lineáris programozási feladatot fogjuk érteni ($i=1, \ldots, n$). (H.10)-ben $\mathbf{x}_i$ az *i-edik szektorprogram*, $\mathbf{y}_i$ az *i-edik szektorárnyékár-rendszer*. Az $\mathbf{u}_i$ szektorkomponens melletti i-edik szektorfeladatban jelölje $\mathbf{X}_i(\mathbf{u}_i)$ a *megengedett szektorprogramok*, $\mathbf{X}_i^*(\mathbf{u}_i)$ pedig az *optimális szektorprogramok* halmazát, továbbá $\mathbf{Y}_i$ a *megengedett szektorárnyékár-rendszerek*, $\mathbf{Y}_i^*(\mathbf{u}_i)$ pedig az *optimális szektorárnyékár-rendszerek* halmazát:

$$\text{(H.11)} \qquad \left\{\begin{array}{l} \mathbf{X}_i(\mathbf{u}_i)=\{\mathbf{x}_i:\mathbf{A}_i\mathbf{x}_i\leqq\mathbf{u}_i,\ \mathbf{x}_i\geqq\mathbf{0}\}, \\ \mathbf{X}_i^*(\mathbf{u}_i)=\{\mathbf{x}_i^*:\mathbf{x}_i^*\in\mathbf{X}_i(\mathbf{u}_i),\ \mathbf{c}_i'\mathbf{x}_i^*=\max\limits_{\mathbf{x}_i\in\mathbf{X}_i(\mathbf{u}_i)}\mathbf{c}_i'\mathbf{x}_i\} \end{array}\right.$$

$$\text{(H.12)} \qquad \left\{\begin{array}{l} \mathbf{Y}_i=\{\mathbf{y}_i:\mathbf{y}_i'\mathbf{A}_i\geqq\mathbf{c}_i',\ \mathbf{y}_i\geqq\mathbf{0}\}, \\ \mathbf{Y}_i^*(\mathbf{u}_i)=\{\mathbf{y}_i^*:\mathbf{y}_i^*\in\mathbf{Y}_i,\ \mathbf{y}_i^*\mathbf{u}_i=\min\limits_{\mathbf{y}_i\in\mathbf{Y}_i}\mathbf{y}_i'\mathbf{u}_i\} \end{array}\right.$$

$(i=1, \ldots, n)$.

H.4. Értékelhető központi programok

Keressük annak feltételét, hogy valamennyi szektorfeladat megoldható legyen. Mivel (H.12) és (H.3) egybevetéséből

$$\text{(H.13)} \qquad \mathbf{Y}=\mathbf{Y}_1\cap\ldots\cap\mathbf{Y}_n$$

adódik, és a TKI feladat megoldhatóságára tett feltételezésünk miatt (H.5) szerint $\mathbf{Y} \neq \emptyset$, következik, hogy

$$\mathbf{Y}_i \neq \emptyset \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{H.14}$$

Ebből az $\mathbf{u}_i$ melletti i-edik szektorprogramozás megoldhatóságára két szükséges és elégséges feltételt is levezethetünk. Az első: a (H.5.) alatt idézett tételből

$$\mathbf{X}_i(\mathbf{u}_i) \neq \emptyset. \tag{H.15}$$

A második: $\mathbf{y}_i'\mathbf{u}_i$ alulról korlátos az $\mathbf{Y}_i$ halmazon.[5] Ez utóbbit célszerű más alakra hozni. Legyen

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{Y}_i^{\wedge} + \overline{\mathbf{Y}}_i^{\prec} = \{\mathbf{Y}_i\mathbf{q}_i + \mu_i\overline{\mathbf{Y}}_i\overline{\mathbf{q}}_i : \mathbf{1}'\mathbf{q}_i = \mathbf{1}'\overline{\mathbf{q}}_i = 1,\ \mathbf{q}_i \geqq \mathbf{0},\ \overline{\mathbf{q}}_i \geqq \mathbf{0},\ \mu_i \geqq 0\} \tag{H.16}$$

az $\mathbf{Y}_i$ konvex poliedrikus halmaz kanonikus felbontása.[6] $\mathbf{y}_i'\mathbf{u}_i$ korlátosságának feltétele az $\mathbf{Y}_i$ halmazon ekkor az

$$\overline{\mathbf{Y}}_i'\mathbf{u}_i \geqq \mathbf{0} \tag{H.17}$$

alakba írható.

Nevezzük *értékelhető központi programok*nak azokat a központi programokat, amelyek mellett valamennyi szektorfeladat megoldható. (H.8) és (H.17) szerint az értékelhető központi programok $\dot{\mathbf{U}}$ halmazára az alábbi előállítást adhatjuk:

$$\dot{\mathbf{U}} = \left\{\begin{bmatrix}\dot{\mathbf{u}}_1\\ \vdots \\ \dot{\mathbf{u}}_n\end{bmatrix} : \dot{\mathbf{u}}_1 + \ldots + \dot{\mathbf{u}}_n = \mathbf{b},\ \ \overline{\mathbf{Y}}_1'\dot{\mathbf{u}}_1 \geqq \mathbf{0},\ \ldots,\ \overline{\mathbf{Y}}_n'\dot{\mathbf{u}}_n \geqq \mathbf{0}\right\}. \tag{H.18}$$

$\dot{\mathbf{U}}$ tehát konvex poliedrikus halmaz.

H.5. Generátorhalmazok

Jelölje $\mathbf{X}(\dot{\mathbf{u}})$ azon TKI programok halmazát, amelyek az $\dot{\mathbf{u}} = [\dot{\mathbf{u}}_1', \ldots, \dot{\mathbf{u}}_n]'$ értékelhető központi program melletti megengedett szektorprogramokból állíthatók össze:

$$\mathbf{X}(\dot{\mathbf{u}}) = \mathbf{X}_1(\dot{\mathbf{u}}_1) \times \ldots \times \mathbf{X}_n(\dot{\mathbf{u}}_n) = \left\{\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1\\ \vdots \\ \mathbf{x}_n\end{bmatrix} : \mathbf{x}_1 \in \mathbf{X}_1(\dot{\mathbf{u}}_1),\ \ldots,\ \mathbf{x}_n \in \mathbf{X}_n(\dot{\mathbf{u}}_n)\right\}. \tag{H.19}$$

[5] Lásd pl. *Goldman, A. J.—Tucker, A. W.* [46], Corollary 1B, 60. old.

[6] *Goldman, A. J.* [45], 44—49. old. $\mathbf{Y}_i$ az $\mathbf{Y}_i$ halmaz extrém pontjaiból álló mátrix. Ha $\mathbf{Y}_i$ korlátos, definíciószerűen legyen $\overline{\mathbf{Y}}_i = \mathbf{0}$. Egyébként $\overline{\mathbf{Y}}_i$ pedig az $\mathbf{y}_i'\mathbf{A}_i \geqq \mathbf{0}'$, $\mathbf{y}_i \geqq \mathbf{0}$ redukált homogén feltételeknek megfelelő valószínűségi vektorokból álló $\overline{\mathbf{Y}}_i$ halmaz extrém pontjaiból álló mátrix.

Az összes értékelhető programokból álló $\dot{\mathbf{U}}$ halmaz egy (valódi vagy nem valódi) $\mathbf{U}$ részhalmazáról azt mondjuk, hogy *generálja* $\mathbf{X}$-et, vagy hogy $\mathbf{U}$ az $\mathbf{X}$ *generátorhalmaza*, ha

$$\mathbf{X} = \bigcup_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \mathbf{X}(\mathbf{u}). \tag{H.20}$$

$\mathbf{U} = \dot{\mathbf{U}}$ esetén fennáll (H.20), azaz az összes értékelhető központi programból álló nem üres konvex poliedrikus $\dot{\mathbf{U}}$ halmaz generálja a megengedett TKI programokból álló $\mathbf{X}$ halmazt. Ezt két lépésben láthatjuk be.

1. (H.5) miatt $\mathbf{X} \neq \emptyset$. Legyen $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1', \ldots, \mathbf{x}_n']' \in \mathbf{X}$ és definiáljuk az $\dot{\mathbf{u}}_1 = \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1$, $\ldots$, $\dot{\mathbf{u}}_{n-1} = \mathbf{A}_{n-1}\mathbf{x}_{n-1}$, $\dot{\mathbf{u}}_n = \mathbf{b} - (\dot{\mathbf{u}}_1 + \ldots + \dot{\mathbf{u}}_{n-1})$ komponenseket. Világos, hogy $\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}_i(\dot{\mathbf{u}}_i)$, tehát $\mathbf{X}_i(\dot{\mathbf{u}}_i) \neq \emptyset$ $(i = 1, \ldots, n)$, s ezért (H.15) miatt $\dot{\mathbf{u}} = [\dot{\mathbf{u}}_1', \ldots, \dot{\mathbf{u}}_n']'$ értékelhető központi program, $\dot{\mathbf{U}} \neq \emptyset$, $\dot{\mathbf{U}}$ tehát *nem üres* konvex poliedrikus halmaz. Ezenfelül $\mathbf{x} \in \mathbf{X}(\dot{\mathbf{u}})$, és mivel minden $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$ TKI programhoz a fenti konstrukció szolgáltat egy ilyen $\dot{\mathbf{u}} \in \mathbf{U}$ központi programot, következik, hogy $\mathbf{X} \subset \bigcup_{\dot{\mathbf{u}} \in \dot{\mathbf{U}}} \mathbf{X}(\dot{\mathbf{u}})$.

2. Ha $\dot{\mathbf{u}} = [\dot{\mathbf{u}}_1', \ldots, \dot{\mathbf{u}}_n']' \in \dot{\mathbf{U}}$ és $\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}_i(\dot{\mathbf{u}}_i)$, azaz $\mathbf{A}_i\mathbf{x}_i \leqq \dot{\mathbf{u}}_i$, $\mathbf{x}_i \geqq \mathbf{0}$ $(i = 1, \ldots, n)$, akkor a (H.8) alatti korlátfelosztási feltétel miatt az $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1', \ldots, \mathbf{x}_n']'$ vektorra $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1 + \ldots + \mathbf{A}_n\mathbf{x}_n \leqq \dot{\mathbf{u}}_1 + \ldots + \dot{\mathbf{u}}_n = \mathbf{b}, \mathbf{x} = [\mathbf{x}_1', \ldots, \mathbf{x}_n']' \geqq \mathbf{0}$, tehát $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$. Ezért $\mathbf{X}(\dot{\mathbf{u}}) \subset \mathbf{X}$ és így $\bigcup_{\dot{\mathbf{u}} \in \dot{\mathbf{U}}} \mathbf{X}(\dot{\mathbf{u}}) \subset \mathbf{X}$.

1.-ből és 2.-ből $\mathbf{X} = \bigcup_{\dot{\mathbf{u}} \in \dot{\mathbf{U}}} \mathbf{X}(\dot{\mathbf{u}})$.

A (H.20) alatti generáló tulajdonsággal az összes értékelhető központi programok egy nem üres konvex poliedrikus halmazt alkotó *valódi* $\mathbf{U}$ részhalmaza is rendelkezhet. Speciális alakú $\mathbf{A}$ mátrix esetén például (H.7) az

$$\mathbf{A}_1^{\#}\mathbf{x}_1 + \ldots + \mathbf{A}_n^{\#}\mathbf{x}_n \leqq \mathbf{b}^{\#} \tag{H.21}$$

$$\begin{cases} \mathbf{A}_1^0\mathbf{x}_1 & \leqq \mathbf{b}_1^0 \\ \quad \cdot & \\ \quad\quad \cdot & \\ \quad\quad\quad \cdot & \\ & \mathbf{A}_n^0\mathbf{x}_n \leqq \mathbf{b}_n^0 \end{cases} \tag{H.22}$$

$$\mathbf{x}_1 \geqq \mathbf{0}, \ \ldots, \ \mathbf{x}_n \geqq \mathbf{0} \tag{H.23}$$

$$\mathbf{c}_1'\mathbf{x}_1 + \ldots + \mathbf{c}_n'\mathbf{x}_n \to \max! \tag{H.24}$$

alakot öltheti (itt $\mathbf{A}_1^0\mathbf{x}_i \leqq \mathbf{b}_1^0$ a TKI feladat olyan feltételeit foglalja össze, amelyek csak az i-edik szektorra vonatkoznak: e feltételeket az i-edik szektor *speciális szektorfeltételei*nek nevezhetjük). Célszerű itt a központi programot is

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_i^{\#} \\ \mathbf{u}_{i1}^0 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{in}^0 \end{bmatrix} \qquad i = 1, \ldots, n \tag{H.25}$$

alakban felvenni, és ebben az esetben a korlátfelosztási feltételt az

$$\text{(H.26)} \qquad \begin{cases} \mathbf{u}_1^{*} + \ldots + \mathbf{u}_n^{*} = \mathbf{b}^{*} \\ \mathbf{u}_{1i}^{0} + \ldots + \mathbf{u}_{ni}^{0} = \mathbf{b}_i^{0} \end{cases} \qquad i = 1, \ldots, n$$

egyenletek fejezik ki. Jelölje $\dot{\mathbf{U}}$ az összes értékelhető központi programok halmazát, $\mathbf{U}$ pedig $\dot{\mathbf{U}}$ azon részhalmazát, amelyben minden szektor teljes egészében „megkapja" a speciális szektorfeltételeiben szereplő korlátokat, azaz legyen

$$\text{(H.27)} \qquad \mathbf{U} = \{\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_n \end{bmatrix} : \mathbf{u} \in \dot{\mathbf{U}},\ \mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^{*} \\ \mathbf{b}_1^{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \ldots, \mathbf{u}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_n^{*} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{b}_n^{0} \end{bmatrix}\}.$$

Világos, hogy $\mathbf{U}$ nem üres konvex poliedrikus részhalmaza $\dot{\mathbf{U}}$-nak, amely nem tartalmaz szükségképpen minden értékelhető központi programot: pl. $\mathbf{b}^{*} \geqq \mathbf{0}$, $\mathbf{b}_i^{0} > \mathbf{0}$ $(i = 1, \ldots, n)$ esetén $\mathbf{U} \subset \dot{\mathbf{U}}$, de $\mathbf{U} \neq \dot{\mathbf{U}}$.

H.6. Kétszintű feladat

Legyen $\mathbf{U}$ olyan nem üres konvex poliedrikus részhalmaza $\dot{\mathbf{U}}$-nak, amely generálja $\mathbf{X}$-et. Rögzítsük $\mathbf{U}$-t és nevezzük elemeit *megengedett központi programo*knak. Tetszőleges $\mathbf{u} = [\mathbf{u}_1', \ldots, \mathbf{u}_n']'$ megengedett központi programra értelmezve vannak az $\mathbf{U}$-hoz tartozó

$$\text{(H.28)} \qquad \varphi_i(\mathbf{u}_i) = \max_{\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}_i(\mathbf{u}_i)} \mathbf{c}_i' \mathbf{x}_i = \min_{\mathbf{y}_i \in \mathbf{Y}_i} \mathbf{y}_i' \mathbf{u}_i$$

*szektoroptimumo*k $(i = 1, \ldots, n)$ és ezek összege, a

$$\text{(H.29)} \qquad \varphi(\mathbf{u}) = \varphi_1(\mathbf{u}_1) + \ldots + \varphi_n(\mathbf{u}_n)$$

összoptimum. Ezek $\mathbf{u}_i$-nek, illetve $\mathbf{u}$-nak kvázilineáris, folytonos konkáv függvényei. Ha ugyanis $\mathbf{y}_{i1}, \ldots, \mathbf{y}_{iN_i}$ jelölik $\mathbf{Y}_i$ extrém pontjait, tehát (H.16)-ban $\mathbf{Y}_i = [\mathbf{y}_{i1}, \ldots, \mathbf{y}_{iN_i}]$ írható, $\mathbf{u}$ értékelhető volta miatt

$$\text{(H.30)} \qquad \varphi_i(\mathbf{u}_i) = \min_{\mathbf{y}_i \in \mathbf{Y}_i} \mathbf{y}_i' \mathbf{u}_i = \min \{\mathbf{y}_{i1}' \mathbf{u}_i, \ldots, \mathbf{y}_{iN_i}' \mathbf{u}_i\};$$

$\varphi_i(\mathbf{u}_i)$ tehát véges sok lineáris függvény alsó burkolója $(i = 1, \ldots, n)$, s így ugyanez áll $\varphi(\mathbf{u})$-ra is.

A TKI feladatból a (H.6) szektorbontással és a megengedett központi programhalmaz fenti módon rögzített megválasztásával származó *kétszintű feladat*on az alábbiakban részletezett feladatot értjük:

(1) „Központi szinten": meghatározandók a maximális összoptimumot biztosító megengedett központi programok, más szóval: megoldandó

$$\text{(H.31)} \qquad \mathbf{u} \in \mathbf{U}, \quad \varphi(\mathbf{u}) \to \max!$$

konkáv programozási feladat: meghatározandó az *optimális központi programok*ból álló

$$\mathbf{U}^* = \{\mathbf{u}^* : \varphi(\mathbf{u}^*) = \max_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \varphi(\mathbf{u})\} \tag{H.32}$$

halmaz.

(2) „Szektori szinten": minden szektorban meghatározandók az optimális központi programkomponensekhez tartozó optimális szektorprogramok, más szóval: minden $\mathbf{u}^* = [\mathbf{u}_1^{*\prime}, \ldots, \mathbf{u}_n^{*\prime}]' \in \mathbf{U}^*$ mellett megoldandók a

$$\mathbf{A}_i \mathbf{x}_i \leqq \mathbf{u}_i^*, \quad \mathbf{x}_i \geqq \mathbf{0}, \quad \mathbf{c}_i' \mathbf{x}_i \to \max! \tag{H.33}$$

szektorfeladatok, tehát meghatározandók a (H.11) alatt definiált $\mathbf{X}_i^*(\mathbf{u}_i^*)$ halmazok ($i = 1, \ldots, n$).

(3) Összeállítandók az optimális központi programok melletti optimális szektorprogramokból nyerhető TKI programok, más szóval: meghatározandó az

$$\mathbf{X}^*(\mathbf{u}^*) = \mathbf{X}_1^*(\mathbf{u}_1^*) \times \ldots \times \mathbf{X}_n^*(\mathbf{u}_n^*) = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^* \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^* \end{bmatrix} : \mathbf{x}_1^* \in \mathbf{X}_1^*(\mathbf{u}_1^*), \ldots, \mathbf{x}_n^* \in \mathbf{X}_n^*(\mathbf{u}_n^*) \right\} \tag{H.34}$$

halmazok egyesítése, az $\bigcup_{\mathbf{u}^* \in \mathbf{U}^*} \mathbf{X}^*(\mathbf{u}^*)$ halmaz.

A TKI feladat és a fent definiált kétszintű feladat kapcsolatát az alábbi tétel mutatja meg:

1. TÉTEL. *Megoldható TKI feladatból származó tetszőleges kétszintű feladat is megoldható, és megoldása ekvivalens a TKI feladat megoldásával:*

$$\mathbf{U}^* \neq \emptyset \quad \text{és} \quad \mathbf{X}^* = \bigcup_{\mathbf{u}^* \in \mathbf{U}^*} \mathbf{X}^*(\mathbf{u}^*). \tag{H.35}$$

Az összoptimum maximális értéke a TKI feladat optimumával egyenlő:

$$\max_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \varphi(\mathbf{u}) = \max_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} \mathbf{c}'\mathbf{x} = \Phi. \tag{H.36}$$

Bizonyítás.

A tétel állításai leolvashatók az alábbiból:

$$\Phi = \max_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} \mathbf{c}'\mathbf{x} = \max \{\mathbf{c}'\mathbf{x} : \mathbf{x} \in \bigcup_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \mathbf{X}(\mathbf{u})\} = \max_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \max_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}(\mathbf{u})} \mathbf{c}'\mathbf{x} = \tag{H.37}$$

$$= \max_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \max_{\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}_i(\mathbf{u}_i)} \mathbf{c}_i' \mathbf{x}_i \right\} = \max_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \varphi(\mathbf{u}).$$

H.7. Poliedrikus játék

A kétszintű feladat „központi szintjén" megoldandó konkáv programozási feladat célfüggvénye a $\varphi(\mathbf{u})$ összoptimum: ez a függvény a TKI feladat adataival és a szektorbontással csak implicit alakban van megadva. Ezért

a kétszintű feladatot a megoldásra alkalmasabb alakra hozzuk. Jelölje $\mathbf{V}$ a (H.12) szerinti *megengedett szektorárnyékárrendszer-együttes*ek halmazát:

$$\text{(H.38)} \qquad \mathbf{V}=\mathbf{Y}_1\times\ldots\times\mathbf{Y}_n=\{\mathbf{v}=\begin{bmatrix}\mathbf{y}_1\\ \vdots\\ \mathbf{y}_n\end{bmatrix}:\mathbf{y}_1\in\mathbf{Y}_1,\ \ldots,\ \mathbf{y}_n\in\mathbf{Y}_n\}.$$

Az összoptimumra az alábbi előállítást nyerjük:

$$\text{(H.39)} \qquad \varphi(\mathbf{u})=\sum_{i=1}^{n}\varphi_i(\mathbf{u}_i)=\sum_{i=1}^{n}\min_{\mathbf{y}_i\in\mathbf{Y}_i}\mathbf{y}_i'\mathbf{u}_i=\min_{\substack{\mathbf{y}_i\in\mathbf{Y}_i\\ i=1,\ldots,n}}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{y}_i'\mathbf{u}_i=\min_{\mathbf{v}\in\mathbf{V}}\mathbf{v}'\mathbf{u}.$$

Ebből a TKI optimumra (H.36) alapján a következőt írhatjuk:

$$\text{(H.40)} \qquad \Phi=\max_{\mathbf{u}\in\mathbf{U}}\min_{\mathbf{v}\in\mathbf{V}}\mathbf{v}'\mathbf{u}.$$

Definiáljunk ezek után egy poliedrikus játékot[7] a következőképpen: legyen $\mathbf{U}$ a maximalizáló, $\mathbf{V}$ pedig a minimalizáló fél stratégiahalmaza, a $\mathbf{v}'\mathbf{u}$ homogén bilineáris függvény ($\mathbf{u}\in\mathbf{U}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{V}$) pedig a játék kifizetési függvénye. A maximalizáló felet a „központtal", a minimalizáló felet a „szektoregyüttessel" lehet azonosítani;[8] ennek megfelelően megengedett központi program helyett *központi stratégiát*, megengedett szektorárnyékárrendszer-együttes helyett *szektoregyüttes-stratégiát* mondhatunk és mindkét stratégia esetén beszélhetünk e stratégiának az egyes szektorokra eső *komponens*eiről. Az így definiált játékot a megfelelő *kétszintű feladatból* vagy a *TKI feladatból* adott szektorbontással és a megengedett központi programhalmaz adott megválasztásával *származó poliedrikus játék*nak nevezzük és röviden ($\mathbf{U}$, $\mathbf{V}$)-vel jelöljük. A (H.40) reláció azt fejezi ki, hogy a TKI feladat optimuma a belőle származó poliedrikus játék maximin (alsó) értéke. A TKI feladat, a belőle származó kétszintű feladat és poliedrikus játék közti kapcsolattal foglalkozik az alábbi

2. TÉTEL. *Megoldható TKI feladatból származó poliedrikus játék is megoldható, és értéke a TKI optimummal egyenlő. A „központi fél" optimális stratégiái a megfelelő kétszintű feladatban fellépő optimális központi programok. A „szektoregyüttes fél" optimális stratégiái között mindig van olyan stratégia, amelynek szektorkomponensei megegyeznek; annak szükséges és elégséges feltétele, hogy egy szektoronként megegyező komponensű szektorstratégia optimális legyen, az, hogy egy tetszőleges központi stratégiával szemben optimális ellenstratégia legyen;*[9] *megegyező szektorkomponensű optimális szektorstratégiában az azonos szektorkomponens optimális TKI árnyékárrendszert alkot és viszont: bármely optimális TKI árnyékárrendszerből mint szektoronként megegyező komponensből felépített szektorstratégia optimális a poliedrikus játékban.*

[7] Vö. *Wolfe, P.* [179]. Esetünkben $m=n$, $X=\mathbf{U}$, $Y=\mathbf{V}$, $A=$egységmátrix.

[8] Lásd a „person" definícióját pl. *McKinsey, J. C. C.* [124] könyvében (4. old., 3. bekezdés).

[9] $\hat{\mathbf{v}}\in\mathbf{V}$ az $\mathbf{u}\in\mathbf{U}$ központi stratégiával szemben optimális ellenstratégia, ha $\hat{\mathbf{v}}'\mathbf{u}=\min_{\mathbf{v}\in\mathbf{V}}\mathbf{v}'\mathbf{u}=\varphi(\mathbf{u})$.

Bizonyítás:

1. Megoldható TKI feladat esetén a Φ TKI-optimum létezik és véges, másrészt (H.40) szerint az $(\mathbf{U}, \mathbf{V})$ poliedrikus játék max-min értékével egyenlő. Ebből *Wolfe, P.* [179] tétele szerint következik, hogy Φ egyben e játék minimax (felső) értéke is:

$$\Phi = \max_{\mathbf{u}\in\mathbf{U}} \min_{\mathbf{v}\in\mathbf{V}} \mathbf{v}'\mathbf{u} = \min_{\mathbf{v}\in\mathbf{V}} \sup_{\mathbf{u}\in\mathbf{U}} \mathbf{v}'\mathbf{u}, \tag{H.41}$$

tehát $(\mathbf{U}, \mathbf{V})$ megoldható, értéke Φ és mindkét félnek vannak optimális stratégiái.

2. Mivel (H.39) szerint $\varphi(\mathbf{u})$ a $\mathbf{v}'\mathbf{u}$ kifizetési függvény minimuma a $\mathbf{V}$ halmazon, a központi fél optimális stratégiáiból álló halmaz megegyezik a (H.32) alatti $\mathbf{U}^*$ halmazzal.

3. A (H.3)—(H.12) jelöléseket használva először megmutatjuk, hogy

$$\mathbf{Y}_1^*(\mathbf{u}_1) \cap \ldots \cap \mathbf{Y}_n^*(\mathbf{u}_n) = \begin{cases} \mathbf{Y}^*, & \text{ha } \mathbf{u}\in\mathbf{U}^* \\ \emptyset, & \text{ha } \mathbf{u}\notin\mathbf{U}^*, \end{cases} \tag{H.42}$$

tehát csak az optimális központi stratégiákkal szemben van — de itt mindig van — szektoronként megegyező komponensű optimális ellenstratégia, s a közös komponens optimális TKI-árnyékárrendszer. (H.42) bizonyításának első feleként megmutatjuk, hogy $\mathbf{y}^*\in\mathbf{Y}$, $\mathbf{u}^*\in\mathbf{U}^*$ esetén $\mathbf{y}^*\in\mathbf{Y}_i^*(\mathbf{u}_i^*)$ $(i=1, \ldots, n)$ áll fenn. Ellenkező esetben ui. $\Phi = \varphi(\mathbf{u}^*) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\mathbf{u}_i^*) = \sum_{i=1}^{n} \min_{\mathbf{y}_i\in\mathbf{Y}_i} \mathbf{y}_i'\mathbf{u}_i^* < \sum_{i=1}^{n} \mathbf{y}^{*\prime}\mathbf{u}_i^* =$ $= \mathbf{y}^{*\prime} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{u}_i^* = \mathbf{y}^{*\prime}\mathbf{b} = \Phi$ lenne, ami lehetetlen. (H.42) bizonyításának második felében megmutatjuk, hogy fordítva: $\hat{\mathbf{y}}\in\mathbf{Y}_i^*(\hat{\mathbf{u}}_i)$, $i=1, \ldots, n$ esetén $\hat{\mathbf{y}}\in\mathbf{Y}^*$ és $\hat{\mathbf{u}}\in\mathbf{U}^*$ áll fenn. Legyen ui. $\mathbf{y}\in\mathbf{Y}$ tetszőleges; ekkor $\mathbf{y}'\mathbf{b} = \mathbf{y}' \sum_{i=1}^{n} \hat{\mathbf{u}}_i = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{y}'\hat{\mathbf{u}}_i \geqq$ $\geqq \sum_{i=1}^{n} \min_{\mathbf{y}_i\in\mathbf{Y}_i} \mathbf{y}_i'\hat{\mathbf{u}}_i = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\hat{\mathbf{u}}_i) = \varphi(\hat{\mathbf{u}}) = \sum_{i=1}^{n} \hat{\mathbf{y}}'\hat{\mathbf{u}}_i = \hat{\mathbf{y}}' \sum_{i=1}^{n} \hat{\mathbf{u}}_i = \hat{\mathbf{y}}'\mathbf{b}$, tehát $\mathbf{y}'\mathbf{b} \geqq \hat{\mathbf{y}}'\mathbf{b}$ áll fenn, azaz $\hat{\mathbf{y}}\in\mathbf{Y}^*$. Következik még ebből, hogy $\varphi(\hat{\mathbf{u}}) = \mathbf{y}'\mathbf{b} = \Phi$, tehát $\hat{\mathbf{u}}\in\mathbf{U}^*$. Ezzel (H.42)-t bebizonyítottuk. A 2. tétel bizonyításának teljessé tételéhez most már csak azt kell igazolnunk, hogy tetszőleges $\mathbf{y}^*$ optimális TKI árnyékárrendszer esetén a szektoronként megegyező $\mathbf{y}^*$ komponensű $\tilde{\mathbf{v}}^* = [\mathbf{y}^{*\prime}, \ldots, \mathbf{y}^{*\prime}]'$ szektorstratégia optimális szektorstratégia. Ehhez elegendő kimutatni, hogy tetszőleges $\mathbf{u}^*\in\mathbf{U}^*$ optimális központi stratégiával együtt $\tilde{\mathbf{v}}^*$ a $\mathbf{v}'\mathbf{u}$ függvény $(\mathbf{U}, \mathbf{V})$-beli $(\mathbf{u}^*, \tilde{\mathbf{v}}^*)$ nyeregpontját alkotja. Legyen tehát $\mathbf{u}^* = [\mathbf{u}_1^{*\prime}, \ldots, \mathbf{u}_n^{*\prime}]'$ a választott optimális központi stratégia, $\mathbf{u} = [\mathbf{u}_1', \ldots, \mathbf{u}_n']'\in\mathbf{U}$, illetve $\mathbf{v} = [\mathbf{y}_1', \ldots, \mathbf{y}_n']'\in\mathbf{V}$ tetszőlegesek. Ekkor

$$\tilde{\mathbf{v}}^{*\prime}\mathbf{u} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{y}^{*\prime}\mathbf{u}_i = \mathbf{y}^{*\prime} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{u}_i = \mathbf{y}^{*\prime}\mathbf{b} = \Phi = \mathbf{y}^{*\prime} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{u}^* i =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \mathbf{y}^{*\prime}\mathbf{u}_i^* = \tilde{\mathbf{v}}^{*\prime}\mathbf{u}^* \leqq \sum_{i=1}^{n} \mathbf{y}_i'\mathbf{u}_i^* = \mathbf{v}'\mathbf{u}^*,$$

azaz $\tilde{\mathbf{v}}^{*\prime}\mathbf{u} \leqq \tilde{\mathbf{v}}^{*\prime}\mathbf{u}^* \leqq \mathbf{v}'\mathbf{u}^*$. Ezzel a 2. tétel bizonyítását befejeztük.

A TKI feladatot tehát visszavezettük a belőle származó $(\mathbf{U}, \mathbf{V})$ poliedrikus játék megoldására. A megoldásra olyan módszert keresünk, amely kihasználja a feladat felbontottságát, és a központban, illetve a szektorokban külön-külön elvégezhető részletszámításokból épül fel. Ehhez szükséges néhány regularitási feltételt bevezetnünk. (A H.12. pontban meg fogjuk mutatni, hogy minden lineáris programozási feladat felbontható úgy, hogy a belőle származó poliedrikus játék reguláris legyen az alább részletezett értelemben.) Definiáljuk az *értékelhető szektorstratégia* vagy *értékelhető szektorárnyékárrendszer-együttes* fogalmát: ezen olyan $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$ szektorstratégiát értünk, amellyel szemben létezik optimális központi ellenstratégia, más szóval: amelynél az

$$\mathbf{u} \in \mathbf{U}, \quad \mathbf{v}'\mathbf{u} \to \max! \tag{H.43}$$

lineáris programozás megoldható. Nevezzünk *regulárisnak* egy poliedrikus játékot, ha valamennyi szektorstratégiája értékelhető. Vegyük itt tekintetbe, hogy a kétszintű feladat definíciója szerint $\mathbf{U}$ minden eleme értékelhető központi stratégia, tehát olyan $\mathbf{u}$ központi program, amelyre a

$$\mathbf{v} \in \mathbf{V}, \quad \mathbf{v}'\mathbf{u} \to \min! \tag{H.44}$$

lineáris programozás megoldható. Reguláris poliedrikus játék esetén tehát mindkét fél mindegyik stratégiájával szemben létezik optimális ellenstratégia. Ebből következik, hogy minden reguláris poliedrikus játék stratégiailag redukálható[10] egy mátrixjátékra.[11] Legyen ugyanis $\mathbf{U} = \mathbf{U}^{\triangle} + \overline{\mathbf{U}}^{<}$, illetve $\mathbf{V} = \mathbf{V}^{\triangle} + \overline{\mathbf{V}}^{<}$ a szereplő stratégiahalmazok kanonikus felbontása. Ekkor $\mathbf{U}$ elemei $\mathbf{u} = \mathbf{U}\mathbf{p} + \lambda\overline{\mathbf{U}}\overline{\mathbf{p}}$ alakúak ($\mathbf{p}$ és $\overline{\mathbf{p}}$ valószínűségi vektorok, λ nem-negatív szám), $\mathbf{V}$ elemei pedig $\mathbf{v} = \mathbf{V}\mathbf{q} + \mu\overline{\mathbf{V}}\overline{\mathbf{q}}$ alakúak ($\mathbf{q}$ és $\overline{\mathbf{q}}$ valószínűségi vektorok, μ nem negatív szám), a (H.43)—(H.44) programozások célfüggvénye tehát

$$\begin{aligned} \mathbf{v}'\mathbf{u} &= (\mathbf{q}'\mathbf{V}' + \mu\overline{\mathbf{q}}'\overline{\mathbf{V}}')(\mathbf{U}\mathbf{p} + \lambda\overline{\mathbf{U}}\overline{\mathbf{p}}) = \\ &= \mathbf{q}'\mathbf{V}'\mathbf{U}\mathbf{p} + \lambda\mathbf{q}'\mathbf{V}'\overline{\mathbf{U}}\overline{\mathbf{p}} + \mu\overline{\mathbf{q}}'\overline{\mathbf{V}}'\mathbf{U}\mathbf{p} + \lambda\mu\overline{\mathbf{q}}'\overline{\mathbf{V}}'\overline{\mathbf{U}}\overline{\mathbf{p}} \end{aligned} \tag{H.45}$$

alakba írható. Ebből

$$\begin{aligned} \sup_{\mathbf{u}\in\mathbf{U}} \mathbf{v}'\mathbf{u} &= \sup_{\mathbf{p},\lambda,\overline{\mathbf{p}}} (\mathbf{q}'\mathbf{V}' + \mu\overline{\mathbf{q}}\overline{\mathbf{V}}')(\mathbf{U}\mathbf{p} + \lambda\overline{\mathbf{U}}\overline{\mathbf{p}}) = \\ &= \max_{\mathbf{p}} (\mathbf{q}'\mathbf{V}'\mathbf{U} + \mu\overline{\mathbf{q}}\mathbf{V}'\mathbf{U})\mathbf{p} + \\ &\quad + \sup_{\lambda\geqq 0} \lambda \cdot \{\max_{\mathbf{p}} (\mathbf{q}'\mathbf{V}'\overline{\mathbf{U}} + \mu\overline{\mathbf{q}}'\overline{\mathbf{V}}'\overline{\mathbf{U}})\overline{\mathbf{p}}\}. \end{aligned} \tag{H.46}$$

[10] Akkor mondjuk itt, hogy egy játék *stratégiailag redukálható* egy másik játékra, ha ez utóbbi megoldható és minden megoldása (optimális stratégiapárja) egyben az eredeti játéknak is megoldása.

[11] A mátrixjáték definícióját lásd pl. *Karlin, S.* [63] könyvében a 17. oldalon.

Mivel valamennyi $\mathbf{v}$ értékelhető, a (H.46) alatti összeg $\mathbf{q}$, μ és $\bar{\mathbf{q}}$ minden választása mellett véges. Ebből először is következik, hogy $\mathbf{q}$, μ, $\bar{\mathbf{q}}$ minden választása mellett

$$\max_{\bar{\mathbf{p}}} (\mathbf{q}'\mathbf{V}'\bar{\mathbf{U}} + \mu\bar{\mathbf{q}}'\bar{\mathbf{V}}'\bar{\mathbf{U}})\bar{\mathbf{p}} \leqq 0 \Rightarrow \mathbf{q}'\mathbf{V}'\bar{\mathbf{U}} + \mu\bar{\mathbf{q}}'\bar{\mathbf{V}}'\bar{\mathbf{U}} \leqq \mathbf{0} \tag{H.47}$$

áll fenn. Speciálisan $\mu = 0$ választással minden $\mathbf{q}'$-re $\mathbf{q}'\mathbf{V}'\bar{\mathbf{U}} \leqq \mathbf{0}$, azaz

$$\mathbf{V}'\bar{\mathbf{U}} \leqq \mathbf{0}. \tag{H.48}$$

Másrészt minden $\bar{\mathbf{q}}'$-re $\bar{\mathbf{q}}'\bar{\mathbf{V}}'\mathbf{U} \leqq \mathbf{0}$, különben μ-t elég nagy pozitív értékűnek választva (H.47) nem teljesülne. Ebből

$$\bar{\mathbf{V}}'\bar{\mathbf{U}} \leqq \mathbf{0}. \tag{H.49}$$

Hasonló okoskodással látható be a (H.44) elemzésével, hogy

$$\bar{\mathbf{V}}'\mathbf{U} \geqq \mathbf{0} \tag{H.50}$$

és

$$\bar{\mathbf{V}}'\bar{\mathbf{U}} \geqq \mathbf{0} \tag{H.51}$$

(H.49) és (H.51) egybevetésével tehát összefoglalólag:

$$\mathbf{V}'\bar{\mathbf{U}} \leqq \mathbf{0}, \quad \bar{\mathbf{V}}'\bar{\mathbf{U}} = \mathbf{0}, \quad \bar{\mathbf{V}}'\mathbf{U} \geqq \mathbf{0}. \tag{H.52}$$

Vegyük észre, hogy a poliedrikus játék regularitásával ekvivalens fenti feltételekből következik, hogy tetszőleges $\mathbf{u} = \mathbf{U}\mathbf{p} + \lambda\bar{\mathbf{U}}\bar{\mathbf{p}} \in \mathbf{U}$ stratégiához található az $\mathbf{u}^{\triangle} = \mathbf{U}\mathbf{p} \in \mathbf{U}^{\triangle}$ stratégia, amelynél

$$\mathbf{v}'\mathbf{u} \leqq \mathbf{v}'\mathbf{u}^{\triangle}, \quad \text{ha} \quad \mathbf{v} \in \mathbf{V} \tag{H.53}$$

és tetszőleges $\mathbf{v} = \mathbf{V}\mathbf{q} + \mu\bar{\mathbf{V}}\bar{\mathbf{q}} \in \mathbf{V}$ stratégiához található a $\mathbf{v}^{\triangle} = \mathbf{V}\mathbf{q} \in \mathbf{V}^{\triangle}$ stratégia, amelynél

$$\mathbf{v}'\mathbf{u} \geqq \mathbf{v}^{\triangle\prime}\mathbf{u}, \quad \text{ha} \quad \mathbf{u} \in \mathbf{U}, \tag{H.54}$$

azaz $\mathbf{U}$-nak $\mathbf{U}^{\triangle}$-n kívüli, illetve $\mathbf{V}$-nek $\mathbf{V}^{\triangle}$-n kívüli elemeit az $\mathbf{U}^{\triangle}$, illetve $\mathbf{V}^{\triangle}$-beli elemekkel lehet (tágabb értelemben) dominálni.

Ezért az $(\mathbf{U}, \mathbf{V})$ poliedrikus játék stratégiailag redukálható az $(\mathbf{U}^{\triangle}, \mathbf{V}^{\triangle})$ poliedrikus játékra: ez pedig izomorf a $\mathbf{V}'\mathbf{U}$ kifizetési mátrixú mátrixjátékkal.

H.9. Fiktív lejátszás

Rá kell itt mutatnunk arra, hogy a $\mathbf{V}'\mathbf{U}$ mátrixjáték csak implicit formában van megadva, hiszen a $\mathbf{V}'\mathbf{U}$ mátrixot nem ismerjük közvetlenül, csak azt tudjuk, hogy $\mathbf{U}$ a központi, $\mathbf{V}$ pedig a szektorokban szereplő egyenlőtlenségrendszerekkel meghatározott $\mathbf{U}$, illetve $\mathbf{V}$ konvex poliedrikus halmazok extrém pontjaiból összeállított mátrixok.

Ha tehát egy $(\mathbf{U}, \mathbf{V})$ reguláris poliedrikus játék egy megoldását e $\mathbf{V}'\mathbf{U}$ mátrixú mátrixjáték megoldásával akarjuk meghatározni, a direkt számítási

eljárásokat — az eredeti TKI feladat méreteivel legalábbis azonos méretű számítás nehézségeitől eltekintve — már csak ezért sem lehet alkalmazni. Felhasználható azonban a *Brown—Robinson*-féle *fiktív lejátszási* módszer.[12] Az előbbiek szerint reguláris poliedrikus játék minden $\mathbf{u} \in \mathbf{U}$ központi stratégiájával szemben megadható egy $\mathbf{v}^*(\mathbf{u}) \in \mathbf{V}^\triangle$ optimális ellenstratégia és minden $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$ szektorstratégiával szemben megadható egy $\mathbf{u}^*(\mathbf{v}) \in \mathbf{U}^\triangle$ optimális ellenstratégia, amelyekre tehát

$$\text{(H.55)} \qquad \mathbf{v}^*(\mathbf{u})'\mathbf{u} = \min_{\mathbf{v} \in \mathbf{V}} \mathbf{v}'\mathbf{u}, \qquad \mathbf{v}'\mathbf{u}^*(\mathbf{v}) = \max_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \mathbf{v}'\mathbf{u}$$

áll fenn. $\mathbf{v}^*(\mathbf{u})$ meghatározását az $\mathbf{u}$, $\mathbf{u}^*(\mathbf{v})$ meghatározását pedig a $\mathbf{u}$ *reguláris értékelésének* nevezzük. [Mindkét típusú reguláris értékelés egy-egy lineáris programozási feladat megoldását (pontosabban bázismegoldásának meghatározását) jelenti.] Az $(\mathbf{U}, \mathbf{V})$ reguláris poliedrikus játék *reguláris fiktív lejátszásán* az $\mathbf{U}^\triangle$-be eső $\mathbf{u}^*\langle 1\rangle$, $\mathbf{u}^*\langle 2\rangle$, ..., $\mathbf{u}^*\langle N\rangle$, ..., illetve a $\mathbf{V}^\triangle$-be eső $\mathbf{v}^*\langle 1\rangle$, $\mathbf{v}^*\langle 2\rangle$, ..., $\mathbf{v}^*\langle N\rangle$, ... stratégiasorozatok alábbi szabály szerint történő megkonstruálását értjük:

1. szakasz. I. lépés: választunk egy tetszőleges $\mathbf{u}^{(1)} \in \mathbf{U}^\triangle$ központi stratégiát. II. lépés: (e szakaszban per definitionem) $\mathbf{u}^*\langle 1\rangle = \mathbf{u}^{(1)}$. III. lépés ($\mathbf{u}^*\langle 1\rangle$ reguláris értékelése): $\mathbf{v}^{(1)} = \mathbf{v}^*(\mathbf{u}^*\langle 1\rangle)$ meghatározása. IV. lépés: (e szakaszban per definitionem) $\mathbf{v}^*\langle 1\rangle = \mathbf{v}^{(1)}$.

Ezután rátérünk a 2., 3., ... szakaszra.

N-edik szakasz ($N = 2, 3, \ldots$). I. lépés ($\mathbf{v}^*\langle N-1\rangle$ reguláris értékelése): $\mathbf{u}^{(N)} = \mathbf{u}^*(\mathbf{v}^*\langle N-1\rangle)$ meghatározása. II. lépés („keverés" az előző szakaszbeli taggal): $\mathbf{u}^*\langle N\rangle = \frac{N-1}{N}\mathbf{u}^*\langle N-1\rangle + \frac{1}{N}\mathbf{u}^{(N)}$ kiszámítása. III. lépés ($\mathbf{u}^*\langle N\rangle$ reguláris értékelése): $\mathbf{v}^{(N)} = \mathbf{v}^*(\mathbf{u}^*\langle N\rangle)$ meghatározása. IV. lépés („keverés" az előző szakaszbeli taggal): $\mathbf{v}^*\langle N\rangle = \frac{N-1}{N}\mathbf{v}^*\langle N-1\rangle + \frac{1}{N}\mathbf{v}^{(N)}$ kiszámítása.

Mivel minden reguláris poliedrikus játék stratégiailag redukálható egy mátrixjátékra, a (H.41) alatti minimax-relációban sup helyett max írható. E relációból az értékelések definíciója alapján könnyen levezethető, hogy az N-edik szakaszbeli $\Phi^*\langle N\rangle = \max_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \mathbf{v}^*\langle N-1\rangle'\mathbf{u} = \max_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}^\triangle} \mathbf{v}^*\langle N-1\rangle'\mathbf{u} = \mathbf{v}^*\langle N-1\rangle'\mathbf{u}^{(N)}$ *felső optimum* ($N = 2, 3, \ldots$) felső becslést, a $\varphi^*\langle N\rangle = \min_{\mathbf{v} \in \mathbf{V}} \mathbf{v}'\mathbf{u}^*\langle N\rangle = \min_{\mathbf{v} \in \mathbf{V}^\triangle} \mathbf{v}'\mathbf{u}^*\langle N\rangle = \mathbf{v}^{(N)'}\mathbf{u}^*\langle N\rangle$ *alsó optimum* ($N = 1, 2, \ldots$) pedig alsó becslést ad a Φ TKI optimumra:

$$\text{(H.56)} \qquad \Phi^*\langle N\rangle \geqq \Phi \quad (N = 2, 3, \ldots); \qquad \varphi^*\langle N\rangle \leqq \Phi \quad (N = 1, 2, \ldots).$$

Ugyanis

$$\text{(H.57)} \qquad \Phi^*\langle N\rangle = \max_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \mathbf{v}^*\langle N-1\rangle'\mathbf{u} \geqq \min_{\mathbf{v} \in \mathbf{V}} \max_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \mathbf{v}'\mathbf{u} = \Phi$$

és

$$\text{(H.58)} \qquad \varphi^*\langle N\rangle = \min_{\mathbf{v} \in \mathbf{V}} \mathbf{v}'\mathbf{u}^*\langle N\rangle \leqq \max_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \min_{\mathbf{v} \in \mathbf{V}} \mathbf{v}'\mathbf{u} = \Phi.$$

[12] *Brown, G. W.* [16], [17]; *Robinson, Julia* [150]. Részletes referálásra: *Karlin, S.* [63], 179—189. oldalak.

Mivel továbbá a sorozatok konstrukciójuk miatt a V'U mátrixjáték fiktív lejátszását is jelentik, érvényes a Brown—Robinson-tétel, tehát

$$\lim_{N\to\infty} \Phi^*\langle N\rangle = \lim_{N\to\infty} \varphi^*\langle N\rangle = \Phi \tag{H.59}$$

és az $\{\mathbf{u}^*\langle N\rangle\}$, illetve $\{\mathbf{v}^*\langle N\rangle\}$ sorozatok torlódási pontjai optimális központi, illetve szektorstratégiák.

H.10. Az iteráció leállítása: δ-optimális megoldás

A reguláris fiktív lejátszás iterációjának *δ-leállításán* (δ tetszőlegesen kicsiny pozitív szám) értjük a fenti konstrukció alábbi befejezését: Legyen N_δ az a legkisebb pozitív egész szám, amelyre

$$\Phi^*\langle N_\delta\rangle - \varphi^*\langle N_\delta\rangle \leqq \delta \quad \text{vagy} \quad \Phi^*\langle N_\delta+1\rangle - \varphi^*\langle N_\delta\rangle \leqq \delta \tag{H.60}$$

teljesül: (H.56) és (H.59) alapján tetszőlegesen kicsiny pozitív δ számhoz található ilyen N_δ. Ekkor: 1. Az iterációt az N_δ-adik szakasz III., vagy az $(N_\delta+1)$-edik szakasz I. lépésében abbahagyjuk [aszerint, hogy (H.60)-ban az első vagy a második egyenlőtlenség teljesült]. 2. A szektorokban megoldjuk az

$$\mathbf{A}_i\mathbf{x}_i \leqq \mathbf{u}_i^*\langle N_\delta\rangle, \quad \mathbf{x}_i \geqq \mathbf{0}, \quad \mathbf{c}_i'\mathbf{x}_i \to \max! \qquad i=1,\ldots,n \tag{H.61}$$

lineáris programozásokat. 3. Az itt nyert $\mathbf{x}_i^{\delta*}$ szektorprogramokból összeállítjuk az $\mathbf{x}^{\delta*}=[\mathbf{x}_1^{\delta*\prime}, \ldots, \mathbf{x}_n^{\delta*\prime}]'$ megengedett TKI programot. Mivel $\mathbf{c}'\mathbf{x}^{\delta*} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{c}_i'\mathbf{x}_i^{\delta*} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{y}_i^*(\mathbf{u}_i^*\langle N_\delta\rangle)'\mathbf{u}_i^*\langle N_\delta\rangle = \mathbf{v}^*(\mathbf{u}^*\langle N_\delta\rangle)'\mathbf{u}^*\langle N_\delta\rangle = \varphi^*\langle N_\delta\rangle$, (H.60) alapján

$$\Phi - \delta \leqq \mathbf{c}'\mathbf{x}^{\delta*} \leqq \Phi. \tag{H.62}$$

A (H.62) fennállását röviden úgy jellemezzük, hogy $\mathbf{x}^{\delta*}$-ot *δ-optimális TKI programnak* nevezzük.

H.11. Az árnyékárak „egalizálódása"

Kiegészítésül foglalkozunk azzal az esettel, amelyben az $(\mathbf{U}, \mathbf{V})$ poliedrikus játék a szektoregyüttes fél számára egyértelműen oldható meg. Ebből következik, hogy redukáltja, a V'U mátrixú mátrixjáték is ilyen tulajdonságú, s így az idézett Brown—Robinson-tétel szerint a $\{\mathbf{v}^*\langle N\rangle\}$ sorozat konvergens és határértéke az egyértelmű optimális szektorstratégia. A 2. tétel 3. része alapján ez a határérték nem más, mint az a szektorárnyékárrendszer-együttes, amelynek minden szetorkomponense a (fenti feltételekből következően) egyértelmű optimális TKI árnyékárrendszer.

A 8—11. pontokban kapott eredményeket az alábbi tételbe foglalhatjuk össze:

3. TÉTEL. *Megoldható TKI feladatból származó reguláris poliedrikus játék reguláris fiktív lejátszásával a TKI feladat véges sok lépésben tetszőleges pontossággal megoldható abban az értelemben, hogy tetszőlegesen kicsiny pozitív δ esetén a reguláris fiktív lejátszás δ-leállítása δ-optimális TKI programra vezet.*

Ha a reguláris poliedrikus játék emellett a szektoregyüttes fél számára egyértelműen oldható meg, a reguláris fiktív lejátszása során nyert kevert szektorstratégiasorozatban az egyes szektorokra jutó komponensek „egalizálódnak", azaz közös határértékhez, mégpedig az optimális TKI árnyékárrendszerhez konvergálnak.

H.12. Egy általános felbontási és beágyazási technika

(1) Az **A** mátrixot — esetleges oszlopcserék végrehajtása után — olyan $\mathbf{A}_i$ részekre bontjuk, amelyeknek sorvektorai állandó előjelűek. Pontosabban: ha $\mathbf{A}=[\mathbf{A}_1, \ldots, \mathbf{A}]$ és

(H.63) $$\mathbf{A}_i=\begin{bmatrix}\mathbf{a}'_{i1}\\ \vdots \\ \mathbf{a}'_{im}\end{bmatrix} \qquad i=1, \ldots, n$$

akkor megköveteljük, hogy valamennyi $\mathbf{a}'_{ik}$ vektor vagy **0**, vagy **0**-tól különböző nem negatív, illetve nem pozitív vektor legyen. Ez annyit jelent, hogy értelmezhetőknek tételezzük fel az $\mathbf{I}_k^+$, $\mathbf{I}_k^0$, $\mathbf{I}_k^-$ $(k=1, \ldots, m)$ és $\mathbf{K}_i^+$, $\mathbf{K}_i^0$, $\mathbf{K}_i^-$ $(i=1, \ldots, n)$ indexhalmazokat az alábbiakkal:[13]

(H.64) $$\mathbf{a}_{ik}\begin{Bmatrix}\geqq\\ =\\ \leqq\end{Bmatrix}\mathbf{0}, \quad \text{ha} \quad i\in\begin{Bmatrix}\mathbf{I}_k^+\\ \mathbf{I}_k^0\\ \mathbf{I}_k^-\end{Bmatrix}, \quad 1\leqq k\leqq m,$$

illetve

(H.65) $$\mathbf{a}_{ik}\begin{Bmatrix}\geqq\\ =\\ \leqq\end{Bmatrix}\mathbf{0}, \quad \text{ha} \quad k\in\begin{Bmatrix}\mathbf{K}_i^+\\ \mathbf{K}_i^0\\ \mathbf{K}_i^-\end{Bmatrix}, \quad 1\leqq i\leqq n.$$

(2) Szektoronként bevezetünk egy-egy primál segédváltozót, tehát a TKI feladatot egy új, $\mathbf{A}^0$, $\mathbf{x}^0$, $\mathbf{c}^0$ elemekkel jellemezhető feladatba ágyazzuk bele. Itt

(H.66) $$\begin{cases}\mathbf{A}^0=[\mathbf{A}_1^0, \ldots, \mathbf{A}_n^0], \ \mathbf{A}_i^0=[\mathbf{a}_{i1}^0, \ldots, \mathbf{a}_{im}^0]',\\ \mathbf{a}_{ik}^{0\prime}=\begin{cases}[-1, \mathbf{a}'_{ik}], \text{ ha } k\in\mathbf{K}_i^-\\ [0, \mathbf{a}'_{ik}] \text{ egyébként}\end{cases}\\ \mathbf{x}^0=[\mathbf{x}_1^{0\prime}, \ldots, \mathbf{x}_n^{0\prime}]', \ \mathbf{x}_i^0=[x_i^0, \mathbf{x}_i']'\\ \mathbf{c}^{0\prime}=[\mathbf{c}_1^{0\prime}, \ldots, \mathbf{c}_n^{0\prime}], \ \mathbf{c}_i^{0\prime}=[-c_0, \mathbf{c}_i'].\end{cases}$$

A c_0 számot elég nagyra kell választani. Elegendő, ha pl.

(H.67) $$c_0>\max_{\mathbf{y}\in\mathbf{Y}^\Delta}\mathbf{1}'\mathbf{y}.$$

Az i-edik szektorfeladat most primál, illetve duál alakban a következő $(\mathbf{u}_i=[u_{i1}, \ldots, u_{in}]', \ \mathbf{y}_i=[y_{i1}, \ldots, y_{im}]')$:

(H.68) $$\begin{cases}\mathbf{a}'_{ik}\mathbf{x}_i\leqq u_{ik}, & \text{ha} \quad k\in\mathbf{K}_i^+\\ x_i^0+(-\mathbf{a}_{ik})'\mathbf{x}_i\geqq -u_{ik}, & \text{ha} \quad k\in\mathbf{K}_i^-\\ \mathbf{x}_i\geqq\mathbf{0}\\ -c_0x_i^0+\mathbf{c}_i'\mathbf{x}_i\to\max!\end{cases}$$

[13] $\mathbf{a}\geqq\mathbf{0}$ azt jelenti, hogy **a** minden komponense nem-negatív, de van köztük határozottan pozitív is (azaz $\mathbf{a}\neq\mathbf{0}$). Hasonló értelemben használjuk az $\mathbf{a}\leqq\mathbf{0}$ relációt is.

$$
\text{(H.69)}\qquad
\begin{cases}
\sum\limits_{k\in \mathbf{K}_i^+} \mathbf{a}_{ik}y_{ik} - \sum\limits_{k\in \mathbf{K}_i^-} (-\mathbf{a}_{ik})y_{ik} \geqq \mathbf{c}_i \\
\sum\limits_{k\in \mathbf{K}_i^-} y_{ik} \leqq c_0 \\
y_{ik} \geqq 0, \quad k\in \mathbf{K}_i^+ \cup \mathbf{K}_i^- \\
\sum\limits_{k\in \mathbf{K}_i^+} u_{ik}y_{ik} - \sum\limits_{k\in \mathbf{K}_i^-} (-u_{ik})y_{ik} \to \min!
\end{cases}
$$

(3) A központi programot az alábbi feltételekkel korlátozzuk ($\mathbf{b}=[b_1, \ldots, b_m]'$):

$$
\text{(H.70)}\qquad
\begin{cases}
\sum\limits_{i\in \mathbf{I}_k^+} u_{ik} - \sum\limits_{i\in \mathbf{I}_k^-} (-u_{ik}) = b_k \\
\sum\limits_{i\in \mathbf{I}_k^-} (-u_{ik}) \leqq u_k^0 \qquad\qquad k=1, \ldots, m \\
u_{ik}\geqq 0, \quad \text{ha} \quad i\in \mathbf{I}_k^+; \quad -u_{ik}\geqq 0, \quad \text{ha} \quad i\in \mathbf{I}_k^-.
\end{cases}
$$

Az u_k^0 számokat elég nagyra kell választani. Ha N_k jelenti az $\mathbf{A}$ mátrix k-adik sorában álló negatív együtthatók abszolút értékei közül a legnagyobbikat, ekkor elegendő, ha

$$
\text{(H.71)}\qquad u_k^0 > \max\left\{-b_k;\ N_k \cdot \max_{\mathbf{x}\in \mathbf{X}^\Delta} \mathbf{1}'\mathbf{x}\right\} \qquad k=1, \ldots, m.
$$

(4) A mondott feltételek mellett az új TKI feladatból e felbontással származó kétszintű feladat, illetve poliedrikus játék (H.8) értelmében reguláris lesz, tehát alkalmazható lesz rá a H.2—H.11. alatt vázolt algoritmus. A (H.67) és (H.71) választások mellett, továbbá az új TKI feladat optimális primál programjaiban $x_1^0 = \ldots = x_n^0 = 0$ áll, más szóval: ezek lényegében az eredeti feladatban is optimálisak.

A központi programozás, tehát a (H.70) feltételek melletti maximalizálás árnyékár-együtthatókból képzett célfüggvénnyel igen egyszerűen megoldható „mikroprogramozásokká" esik szét. Mégpedig, ha i_k^+ és i_k^- az

$$
\text{(H.72)}\qquad y_{i_k^+,k} = \max_{i\in \mathbf{I}_k^+} y_{ik} \qquad y_{i_k^-,k} = \min_{i\in \mathbf{I}_k^-} y_{ik}
$$

relációkkal definiált indexek, akkor az y_{ik} árnyékárak melletti „optimális" központi program a következő:

(*a*) Mindazon k indexekre, amelyekre $y_{i_k^+,k} \geqq y_{i_k^-,k}$ áll fenn,

$$
\text{(H.73)}\qquad u_{ik} = \begin{cases} u_k^0 + b_k, & \text{ha} \quad i = i_k^+ \\ -u_k^0, & \text{ha} \quad i = i_k^- \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}
$$

(*b*) Mindazon k indexekre, amelyekre $y_{i_k^+,k} < y_{i_k^-,k}$ áll fenn,

$$
\text{(H.74)}\qquad u_{ik} = \begin{cases} \max\{0, b_k\}, & \text{ha} \quad i = i_k^+ \\ \min\{0, b_k\}, & \text{ha} \quad i = i_k^- \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}
$$

I. A tervjavítási eljárás

Amint azt a 28.6. szakasz jelezte: az 1966—1970. évi kísérleti többszintű népgazdasági programozás számítási feladatát egy félig formalizált, félig heurisztikus módszerrel oldottuk meg, amelyet tervjavítási eljárásnak nevezünk. (Első angol nyelvű ismertetésekor használtuk az „ember—gép"-tervezés elnevezést is.)

Az eljárást a szerző dolgozta ki. Részletes leírása korábbi publikációiban található.[1] Itt csupán nagyon röviden foglaljuk össze a módszer lényegét. A tárgyalás egyszerűsítésére eltekintünk attól, hogy a 28. fejezetben leírt, gyakorlatilag ténylegesen alkalmazott modell háromszintű volt. Ehelyett egy kétszintű problémával foglalkozunk. Ennek megfelelően nem használjuk az institucionális jellegű „minisztérium" és „ágazat" elnevezéseket, hanem az alsó szint egységeit szektoroknak nevezzük.

A felbontás előtti lineáris programozási probléma, a nagy feladat szerkezete a következő:[2]

$$
\text{(I.1)}\qquad
\begin{cases}
\mathbf{A}_1^{(1)}\mathbf{x}_1+\mathbf{A}_2^{(1)}\mathbf{x}_2+\ldots+\mathbf{A}_n^{(1)}\mathbf{x}_n\leqq\mathbf{b}^{(1)}\\
\mathbf{A}_1^{(2)}\mathbf{x}_1\qquad\qquad\qquad\qquad\leqq\mathbf{b}_1^{(2)}\\
\qquad\mathbf{A}_2^{(2)}\mathbf{x}_2\qquad\qquad\leqq\mathbf{b}_2^{(2)}\\
\qquad\qquad\cdot\qquad\qquad\cdot\\
\qquad\qquad\cdot\qquad\qquad\cdot\\
\qquad\qquad\cdot\qquad\qquad\cdot\\
\qquad\qquad\qquad\mathbf{A}_n^{(2)}\mathbf{x}_n\leqq\mathbf{b}_n^{(2)}\\
\mathbf{x}_1\geqq\mathbf{0},\ \mathbf{x}_2\geqq\mathbf{0},\ \ldots\ \mathbf{x}_n\geqq\mathbf{0}\\
\mathbf{c}_1'\mathbf{x}_1+\mathbf{c}_2'\mathbf{x}_2+\ldots+\mathbf{c}_n'\mathbf{x}_n\to\max.
\end{cases}
$$

Az i-edik ($i=1,\ \ldots,\ n$) szektorban többször végzünk számítást. A k-adik számításban a következő szektorfeladatot kell megoldani:

$$
\text{(I.2)}\qquad
\begin{cases}
\mathbf{A}_i^{(1)}\mathbf{x}_i\leqq\mathbf{u}_i(k)\\
\mathbf{A}_i^{(2)}\mathbf{x}_i\leqq\mathbf{b}_i^{(2)}\\
\mathbf{x}_i\geqq\mathbf{0}\\
\mathbf{g}_i'(k)\mathbf{x}_i\to\max.
\end{cases}
$$

[1] Lásd [223] és [225]. E cikkek részletesen leírják azt is, hol tér el a közelítő eljárás az egzakt *Dantzig—Wolfe*-algoritmustól.

[2] Az *I.* függelékben kényelmesebb a lineáris programozási feladat feltételi rendszerét egyenlőtlenség formájában megadni, eltérően a könyvben szereplő korábbi ismertetésektől, amelyekben mindig egyenlőség formájában írtuk fel őket. Mindkét leírás az általánosság megszorítása nélkül alkalmazható.

Jelöljük $\mathbf{x}_i(k)$-val a k-adik szektorfeladat optimális megoldását.

Mielőtt a számítást megkezdjük, már ismerjük az (I.2) feladat egy *megengedett* megoldását, a komparatív szektorfeladatot. A mi gyakorlati számításunkban ezt a nem matematikai módszerekkel kiszámított hivatalos népgazdasági tervből vettük át. Jelöljük $\mathbf{x}_i(1)$-gyel.

Nevezzük szektoroptimális programnak és jelöljük $\mathbf{x}_i(2)$-vel annak a szektorfeladatnak a megoldását, amelyben a központi feltételek $\mathbf{u}_i(2)$ korlátvektorát és $\mathbf{g}_i(2)$ célfüggvény-együttható vektorát a következőképpen állítottuk elő:

$$\mathbf{u}_i(2) = \mathbf{A}_i^{(1)}\mathbf{x}_i(1), \tag{I.3}$$

$$\mathbf{g}_i(2) = \mathbf{c}_i. \tag{I.4}$$

Tapasztalatunk szerint a szektoroptimális program célfüggvényértéke mindig kedvezőbb volt a komparatív programénál. Más szóval: ha el is fogadjuk „szektor összesen" méretekben a hivatalos tervet [ezt jelenti az (I.3) kikötés], *ezen belül* a modellel végzett számítás kedvezőbb összetételű konkrét beruházási, termelési és külkereskedelmi részprogramot talál, mint a nem matematikai tervezéssel kidolgozott részletes $\mathbf{x}_i(1)$ hivatalos szektorális program.

További számítások céljaira az $\mathbf{x}_i(k)$ szektorprogram felhasználásával meghatároztuk a $\mathbf{t}_i(k)$ vektort, a szektor k-adik tervjavaslatát és a $\gamma_i(k)$-t, a k-adik célfüggvény-hozzájárulást:

$$\mathbf{t}_i(k) = \mathbf{A}_i^{(1)}\mathbf{x}_i(k), \tag{I.5}$$

$$\gamma_i(k) = \mathbf{c}_i'\mathbf{x}_i(k). \tag{I.6}$$

A tervjavaslat az i-edik szektor k-adik programjának megfelelő, aggregált „szektor összesen" input-output előirányzat, a modell központi feltételeire vonatkozóan. Ha tehát például a modell első sora a létszámkeret, úgy a $\mathbf{t}_i(k)$ vektor első komponense megadja: a k-adik szektorprogram végrehajtásához összesen mennyi létszám szükséges az i-edik szektorban. A célfüggvény-hozzájárulás pedig azt jelzi, hogy a k-adik szektorprogram mennyivel járul hozzá a népgazdaság eredményéhez, mégpedig az eredeti c célfüggvénnyel mérve. A $\gamma_i(k)$ célfüggvény-hozzájárulás mindenképpen az eredeti célfüggvényhez való hozzájárulást méri, függetlenül attól, hogy a k-adik szektorprogram kiszámításakor milyen $\mathbf{g}_i(k)$ célfüggvény-együttható vektorral dolgoztunk.

Az eljárás iteratív. A következőkben ismertetésre kerülő központi számításokat tekintve összesen Z számú iterációt hajtunk végre. Minden iterációban — amint azt majd később részletesebben is ismertetjük — egy vagy több tervjavaslatot állítunk elő, mindegyik szektorban a hozzájuk tartozó célfüggvény-hozzájárulásokkal együtt. Ezeket „gyűjtjük" a számítógépben. A későbbi iterációk során sem dobjuk el a korábbiakat. Jelöljük $k_i(z)$-vel az i-edik szektorban a z-edik központi számításig $(3 \leqq z \leqq Z)$ összegyűlt tervjavaslatok, illetve célfüggvény-hozzájárulások számát, beleértve az 1. sorszámú és a 2. sorszámú szektoroptimális tervjavaslatot, a hozzá tartozó célfüggvény-hozzájárulással. A tervjavaslatokat a $k_i(z)$ számú oszlopból álló $\mathbf{T}_i(z)$ mátrixban, a célfüggvény-hozzájárulásokat pedig a $k_i(z)$ számú komponensből álló $\boldsymbol{\gamma}_i(z)$ vektorban foglaljuk össze. Ezek felhasználásával képezzük a z-edik iteráció központi feladatát:

$$
(I.7)\qquad
\begin{cases}
\mathbf{T}_1(z)\mathbf{y}_1(z)+\mathbf{T}_2(z)\mathbf{y}_2(z)+\ldots+\mathbf{T}_n(z)\mathbf{y}_n(z)\leqq\mathbf{b}_0^{(1)} \\
\mathbf{1}'\mathbf{y}_1(z) = 1 \\
\mathbf{1}'\mathbf{y}_2(z) = 1 \\
\cdots\cdots \\
\mathbf{1}'\mathbf{y}_n(z) = 1 \\
\mathbf{y}_1(z)\geqq\mathbf{0},\ \mathbf{y}_2(z)\geqq\mathbf{0},\ \ldots,\ \mathbf{y}_n(z)\geqq\mathbf{0} \\
\boldsymbol{\gamma}_1'(z)\mathbf{y}_1(z)+\boldsymbol{\gamma}_2'(z)\mathbf{y}_2(z)+\ldots+\boldsymbol{\gamma}_n'(z)\mathbf{y}_n(z)\to\max.
\end{cases}
$$

Az $\mathbf{y}'(z)=[\mathbf{y}_1'(z), \mathbf{y}_2'(z), \ldots, \mathbf{y}_n'(z)]$ s ú l y v e k t o r a központi feladat ismeretlenje. Amint az az (I.7) képletből kitűnik, egy-egy vektorra vonatkozóan a súlyok összege 1. Ha a központ egyetlen tervjavaslatot fogad el, és az összes többit elveti, úgy az elfogadott javaslat súlya 1, a többié pedig 0. Ha azonban kettő vagy több tervjavaslatot kombinál, „kever", úgy a súlyok az elfogadás mértékét, a kombináció arányát mutatják. Például a 7. tervjavaslat súlya 0,3, a 9.-é 0,5 és a 12.-é 0,2.

Az egzakt *Dantzig—Wolfe*-eljárás szigorú szabályt ad arra, hogyan kell a $(z+1)$-edik iteráció keretében új tervjavaslatot képezni. A szabály lényege az, hogy a z-edik iteráció központi feladatának duális megoldásaként kapott árnyékárakkal kell egy profitmaximalizálási feladatot megoldani a szektorokban. Az így előállított új optimális szektorprogram alapján képzett tervjavaslatot és célfüggvény-hozzájárulást kell a $(z+1)$-edik iteráció központi feladatába új oszlopként beiktatni.

Az általunk alkalmazott közelítő eljárás csupán az 1. és 2. tervjavaslat képzéséhez adott egyértelmű szabályt. Az összes többi tervjavaslatot a tervezők belátásuk szerint, az $[\mathbf{u}_i(k), \mathbf{g}_i(k)]$ vektorpárok alkalmas megválasztásával állítják elő.[3] A korlátvektor és a célfüggvény meghatározásához egyrészt felhasználjuk a z-edik iterációig végzett számítások kvantitatív eredményeit. (Például az árnyékárakat, a korlátok kimerülésének mértékét stb.) Részben pedig támaszkodhatunk a konkrét tervezési problémával kapcsolatos közgazdasági ismereteinkre, tapasztalatainkra. Itt most csupán röviden ismertetünk néhány általános szempontot az $[\mathbf{u}_i(k), \mathbf{g}_i(k)]$ vektorpárok képzéséhez.

A) Tegyük fel, hogy valamely központi erőforrás szűkös.

A.1. A szűkös erőforrás szektorális keretét csökkentjük $\mathbf{u}_i(k)$ meghatározásakor, vagy

A.2. célfüggvényként a szűkös erőforrás felhasználásának minimalizálását írjuk elő.

B) Tegyük fel, hogy valamely központi erőforrásból felesleg van. Ebben az esetben az erőforrást elosztó szektorális keretet felemelhetjük. Ugyanakkor csökkentjük egy másik, az előbbit helyettesíteni képes szűkös erőforrás keretét. Például a központi számokból kitűnt, hogy beruházási erőforrásból felesleg van, létszámból pedig hiány. Ilyenkor növeljük a szektor beruházási keretét, és csökkentjük a létszámkeretet. A módosítás helyettesítésre készteti a szektort a következő tervjavaslat előállításakor.

[3] A $[\mathbf{u}_i(k), \mathbf{g}_i(k)]$ vektorpár kijelölése az eljárás egyedüli heurisztikus lépése. Minden egyéb lépés formalizált és gépesíthető.

C) Központilag összehasonlítjuk a szektorális számítások eredményeit. Egyrészt megfigyelhetők a primális programok. Ha az egyik szektorban felesleg van olyan erőforrásból, amelynek kerete egy másikban kimerült, úgy érdemes átcsoportosítanunk. Hasonló újraelosztáshoz ad támpontot a szektorális árnyékárak összehasonlítása is. Elvehetjük a központi erőforrás egy részét attól a szektortól, amely kevésbé hatékonyan hasznosítja, azaz alacsonyabb árnyékárat jelez, és átadjuk a másiknak, ahol az árnyékár magasabb. Ez tulajdonképpen a 24. fejezetben leírt módszer fő gondolatának átvételét jelenti nem algoritmikus, heurisztikus formában.

Az *A)*, *B)*, *C)* szempontok kombinálhatók egymással. Ráadásul akár az $\mathbf{u}_i(k)$ korlátvektor, akár a $g_i(k)$ célfüggvény-együttható vektor megadható paraméteres alakban. Ez esetben egyetlen paraméteres programozással egész sor tervjavaslat állítható elő. Általában nem kell a z-edik és a $(z+1)$-edik központi számítás között mereven, szektoronként egy új tervjavaslatot képezni. Lehetséges, hogy egyik-másik szektorban érdemes akár 5 vagy 10 új tervjavaslatot kiszámítani. Eközben lesz olyan szektor, amelyben egyetlen új tervjavaslatot sem dolgozunk ki, mert nem bízunk az eddigi javaslatok érdemleges módosításának lehetőségeiben.

A szektorszámítások után az új tervjavaslatokat a hozzájuk tartozó célfüggvény-hozzájárulásokkal együtt hozzáillesztjük a korábbiakhoz. Most már a kibővített $\mathbf{T}_i(z+1)$ mátrixokkal és $\boldsymbol{\gamma}_i(z+1)$ vektorokkal végezzük el a következő (I.7) típusú központi számítást.

Minden központi számítás alkalmával meghatározzuk a célfüggvény értékét, és összehasonlítjuk a komparatív programéval. Az iterációkat akkor hagyjuk abba, amikor a kiinduláshoz képest elért javulást elégségesnek tartjuk. A záró iteráció sorszámát — mint már említettük — Z-vel jelöljük. Ilyenkor még hátra van egy zárólépés:

$$\mathbf{x}(Z)=\mathbf{X}(Z)\mathbf{y}(Z), \tag{I.8}$$

ahol az $\mathbf{X}(Z)$ mátrix oszlopai mindazoknak a tervjavaslatoknak az alapjául szolgáló programok, amelyeket a Z-edik iterációig előállítottunk, és a központi számításokba rendre beiktattunk. Az (I.8) szorzás elvégzésével megkapjuk az $\mathbf{x}(Z)$ javított népgazdasági programot, a nagy feladat közelítő megoldását.

Az eljárás következő tulajdonságai bizonyíthatók.

1. Az $\mathbf{x}(Z)$ javított program az (I.1) nagy feladat megengedett megoldása.

2. A javított program célfüggvényértéke okvetlenül kedvezőbb a kiinduló komparatív programénál.

3. Az eljárás monoton. Egy-egy iteráció után a célfüggvény értéke nem romlik, sőt valószínűleg javul.

Az eljárás hatékonysága az alkalmazó ügyességétől — az $[\mathbf{u}_i(k), g_i(k)]$ vektorpárok szerencsés megválasztásától — függ. Ezzel kapcsolatban, gyakorlati tapasztalataink alapján, az eljárás következő tulajdonságait szeretnénk megemlíteni.

A lineáris programozás szimplex jellegű algoritmusai a megengedett programok halmazán csúcspontról csúcspontra ugranak. Eközben rendszerint tervezői szempontból igen kedvezőtlen csúcspontról indulnak, és csak számos iteráció után, lassan érnek el közgazdaságilag jól értelmezhető, kedvező

célfüggvényértékű programokhoz. Ezzel szemben tervjavítási eljárásunk a halmaz egy belső pontjáról indul, és belső pontnál fejeződik be. Csakhogy most már az induló program is jól értelmezhető (hivatalos program), és ügyes heurisztikus lépések esetén aránylag hamar, három-négy iterációval lényeges javulást érhetünk el.

Az ismertetett tulajdonságok miatt nevezzük a számítási módszert *tervjavítási eljárásnak.*[4]

Bármely szigorúan formalizált eljárás esetén a számítás csupán a számítógépbe betáplált adatinputot és a menetközben nyert részeredményeket használhatja fel információként. Ezzel szemben eljárásunkban — mint említettük — figyelembe vehetők „modellen kívüli" információk is. Így például felhasználhatók a tervezők gyakorlati ismeretei arról, hol várhatók a népgazdaságban szűkösségek és feleslegek, melyik szektorban miféle input-output átcsoportosítást érdemes végrehajtani, hol vannak helyettesítési lehetőségek stb.

További előny, hogy eljárásunkban a tervjavaslatoknak jellegzetes „profiljuk", markáns közgazdasági tulajdonságuk lehet. Például kiszámítunk egy „energiatakarékos tervet", vagy egy „dollármérleget javító tervet" stb. — aszerint, hogy a korlátvektor és a célfüggvény előírásakor milyen közgazdasági szempontokat érvényesítettünk. Így tehát az y súlyvektor is világosabb közgazdasági értelmezést kaphat. A súlyvektor ebben az esetben ugyanis különböző lehetséges szektorfejlesztési stratégiák relatív súlyát közli.

Különösen jól használható az eljárás olyankor, amikor nem egyetlen nagy feladat egyetlen optimális megoldását akarjuk kiszámítani, hanem gazdaságpolitikai elemzés céljaira számítássorozatot végzünk. Az ismertetett eljárás segítségével ilyenkor ugyanabból a tervjavaslat-együttesből többféle nagy programozási feladat közelítő megoldását „keverhetjük ki".

Egyébként a tervjavítási eljárás alkalmazása nem zárja ki egzakt módszer alkalmazását. Megtehetjük, hogy előbb a tervjavítási eljárással végzünk néhány lépést, s utána a már így javított programból kiindulva térünk át valamely egzakt dekompozíciós algoritmusra.[5] Ez esetben tehát a tervjavítási eljárás az egzakt algoritmus előkészítő szakaszának minősül.

A tervjavítási eljárást — mint említettem — eredményesen alkalmaztuk az 1966—1970. évi ötéves tervhez kapcsolódó népgazdasági programozásban. A számítások során az első iterációkban rendszerint olyan programokhoz jutottunk, amelyekben pozitív súlyt kaptak a komparatív és a szektoroptimális tervjavaslatok mellett más tervjavaslatok is.

A javított programok számottevő célfüggvényérték-javulást mutatnak ki a komparatív programhoz képest. Néhány példa:

— A lakossági fogyasztást maximáló program 5,2%-kal több fogyasztást biztosít, mint a komparatív program.

[4] Korábban a módszer megjelölésére rendszeresen használtuk a „közelítő eljárás" elnevezést. A név jogosultságát többen vitatták. Az irodalomban ugyanis gyakran alkalmazzák ezt az elnevezést olyan algoritmusokra, amelyek nem érik ugyan el véges számú lépésben egy feladat egzakt megoldását, de konvergálnak a megoldás felé, s kellő számú iteráció esetén *tetszés szerinti pontossággal* megközelíthetik. A „közelítés" elnevezés azonban nincsen szigorúan lefoglalva erre, s ezért megengedhető, hogy mi lazább értelemben használjuk; olyan eljárásra, mely a fentiekben leírt tulajdonságokkal rendelkezik.

[5] Az említett cikkek leírják a *Dantzig—Wolfe*-eljárásra való áttérés technikáját.

— Az élőmunka-felhasználást minimáló program 6%-ot takarít meg a komparatív program létszámigényéhez képest.

— A tőkés devizamérleget optimalizáló program 136 millió dollárral javította az ország dolláregyenlegét a komparatív programhoz képest.

A felsorolt számottevő többlethozamokat úgy értük el, hogy eközben tulajdonképpen nem is merítettük ki a közelítő eljárásban rejlő lehetőségeket. Aránylag kevés tervjavaslatot dolgoztunk ki, kevés iterációt tettünk meg, mert sürgetett az idő. Újabb hasonló számítás esetén, a tapasztalatokból okulva, a munka jobb megszervezésével hatékonyabban alkalmazhatnánk a közelítő eljárást.

J. A népgazdasági programozás keretében végzett „tőke—munka" vizsgálat és a termelési elmélet kapcsolatáról

J.1. Hasonlóságok és eltérések

A 28.8. szakaszban — a 28.4. táblázat kapcsán — leírtam azt a számítássorozatot, amelyet az 1966—1970. évekre vonatkozó népgazdasági programozás keretében végeztünk a „tőke—munka"-helyettesítés tanulmányozására. Lépésről lépésre csökkentettük a létszámkeretet, miközben a beruházások felhasználását minimalizáltuk. A 28.8. szakaszban már foglalkoztam e számítások gyakorlati gazdaságpolitikai értékelésével. Kíséreljük meg most e számítássorozat értelmezését az ún. termelési elméletnek *(production theory)*, az aggregált makroökonómiai termelési függvények irodalmának fogalomrendszerében.[1]

Vezessük be a következő jelöléseket:

Y = extern kibocsátás. A programozási szféra által az 1970. évi lakossági és közületi fogyasztás, beruházás, felújítás és készletképzés, valamint a külső szférában folyó termelési anyagfelhasználás céljaira kibocsátott termék. Az extern kibocsátás speciális részének tekintjük a programozási szféra devizamérlegeinek aktív egyenlegeit is;

L = a programozási szféra által 1970-ben igénybevett létszám;

K = a programozási szféra által 1966—1970-ben igénybevett bruttó beruházás.

Felhívom a figyelmet arra, hogy az itt jelzett K érdemlegesen különbözik a termelési függvények irodalmában szereplő K-tól. A termelési függvényekkel foglalkozó szerzők rendszerint egy „állomány" *(stock)* jellegű nagyságot jelölnek így: a mi tervezési problémánkra konkretizálva az 1970. évi bruttó vagy nettó állóalap kaphatná ezt a jelölést. Mi viszont a beruházási felhasználások 1966—1970. évi „folyamának" *(flow)* adtuk a K szimbólumot. Az említett közgazdasági kategóriák kapcsolatát a következő oldalon közölt kis táblázatban mutatjuk be; előjelekkel soroljuk fel a tételeket, amelyek összegezése vezet el a nettó vagy bruttó állóalaphoz.

Mint látjuk, a modellünkben szereplő K és a termelési függvények irodalmában szereplő nettó vagy bruttó állóalap nemcsak hogy nem esik egybe, hanem ráadásul nem is csak konstans tagokban különbözik, de a tervtől, a programtól függő, változó tagokban is. Így tehát nem beszélhetünk hiánytalan analógiáról a mi mostani népgazdasági programozási modellünk segítségével előállított makroökonómiai termelési függvények, valamint a szokványos termelési függvények között. Semmi akadálya nem lenne azonban annak, hogy más számításokban ne csak bruttó beruházási kerettel, hanem termelési alappal (is) számoljunk. Ez esetben az analógia szorosabbá válna.

[1] Erre az irodalomra már utaltunk a 18. fejezetben.

Nettó állóalaphoz	Bruttó állóalaphoz	Konstans vagy a terv függvénye?
+ 1966. január 1-i induló nettó állóalap	+ 1966. január 1-i induló bruttó állóalap	Konstans
+ Bruttó beruházás 1966—1970-ben		A terv függvénye: a mi modellünkben szereplő bruttó beruházás (saját definíciónkban K-val jelölve)
	+ Nettó beruházás 1966—1970 (Bruttó beruházás felújítás nélkül)	A terv függvénye
− Kiselejtezés 1966—1970	− Kiselejtezés 1966—1970	A terv függvénye
− Értékcsökkenési leírás 1966—1970		A terv függvénye
Nettó állóalap 1970. dec. 31.	Bruttó állóalap 1970. dec. 31.	

Miután tisztáztuk Y, K és L speciális, a mi modellünkből adódó definícióját, a következő alakú aggregált termelési függvénnyel végezzük a továbbiakban elemzésünket:

$$Y = f(K, L). \tag{J.1}$$

Programozási modellünkben feltételeztük, hogy az extern kibocsátás (lényegében a hivatalos program szintjén) rögzítve van, azaz $Y = \text{const}$. Így L-t megállapíthatjuk K függvényében:

$$L = g(K). \tag{J.2}$$

A (J.2) függvénynek hét pontban kiszámított értékét adtuk meg a 28.4. táblázat első két számoszlopában. A 28.3. ábra középső vonala egy *izokvantumgörbe*, amelyet ezeknek az adatoknak az alapján szerkesztettünk: adott Y előállításához milyen (K, L) kombinációk alkalmazhatók.

Miben hasonlít és miben különbözik ez a görbe a termelési függvények elméletéből jól ismert hasonló $L = g(K)$ izokvantumgörbéktől? (Túl K-nak a szokásostól eltérő definíciójától, amelyet már tárgyaltunk.)

1. Míg aggregált termelési függvényekből rendszerint sima, kétszer differenciálható izokvantumgörbéket vezetnek le, a mi görbénk szakaszosan lineáris. Az eltérés több körülménnyel magyarázható.

a) Tételezzük fel, hogy a feltételrendszert általában rögzítettük volna; L-lel, mint *folytonosan* változó paraméterrel végeztünk volna paraméteres programozást. Ez esetben megismertük volna L-nek azokat az $L^{(1)}$, $L^{(2)}$, ... *karakterisztikus értékeit*, amelyeknél ugrás, minőségi változás (báziscsere) következik be az optimális program szerkezetében.

Ha ezt tesszük, akkor is szakaszosan lineáris izokvantumgörbéhez jutottunk volna, de itt a töréspontok megfelelnének L karakterisztikus értékeinek.

Az a tény tehát, hogy nem sima, hanem szakaszosan lineáris izokvantumgörbénk van, eleve következik abból a tényből, hogy a görbét egy lineáris

programozási modellel állítottuk elő, amelyben véges számú aktivitás szerepel, s a tőke—munka-kombinációk változásai a program szerkezetének változásai, báziscserék révén fejeződnek ki.

b) Minél több változó szerepel a modellben, rendszerint annál több karakterisztikus értékhez jutunk valamely (L', L'') intervallumon belül, tehát annál inkább kisimul az izokvantumgörbe.

A mi modellünk igen nagy számú változót tartalmaz — ebből a szempontból tehát kedvezőek lettek volna a feltételek a görbe kisimulásához. Viszont kénytelenek voltunk közelítő eljárást alkalmazni, egzakt eljárás helyett, ami akadályozta a modellt abban, hogy mindenkor a legkedvezőbb tőke—munka-kombinációt válassza ki. Ez tehát a „kisimulás" ellen ható tényező.

c) Ráadásul nem végeztünk folytonos paraméteres programozást, hanem — a számítási feladat megkönnyítésére — csupán L önkényesen kiválasztott hét $L_1, \ldots, L_7$ diszkrét értékeihez számítottuk ki a programot. Mivel a programok konvex kombinációi is kielégítik a feltételeket, a $[K_1, L_1], \ldots, [K_7, L_7]$ pontokat egyenesekkel kötöttük össze. Így szakaszosan lineáris görbéhez jutunk. Ez azonban abban különbözik az *a)* pontban említett szakaszosan lineáris görbétől, hogy a töréspontok nem L karakterisztikus értékeinek felelnek meg, hanem L önkényesen kiválasztott pontjai.[2]

Az izokvantumgörbe nem sima, szakaszosan lineáris jellege nem jelent érdemleges eltérést a termelési elmélet hasonló görbéitől. Ez inkább formai különbségnek minősül, amely modellünk egyszerűsítésével (linearitás, véges számú aktivitás, diszkrét paraméteres programozás, közelítő eljárás) függ össze.

A 28.3. ábrán bemutattuk a modellünkkel nyert izokvantumgörbe alatt, szaggatott vonallal, annak az izokvantumgörbének feltételezett elhelyezkedését is, amelyet akkor kaptunk volna, ha folytonos paraméteres programozással és egzakt eljárással számoltunk volna. Ez esetben ugyanazon Y-hoz kevesebb K és L is elég lenne — tehát a görbe a miénk alatt helyezkedik el.

2. Az aggregált termelési függvények paramétereit rendszerint idősorok alapján, regressziószámítással becsülik. Az így kapott termelési függvény, illetve az ebből levezetett izokvantumgörbe azt adja meg: adott Y extern kibocsátás előállításához milyen (K, L) kombinációk vehetők igénybe, ha a tőke és munka allokációja a *szokásos*, a múltban ténylegesen tapasztalt hatékonysággal történik. Ezzel szemben a mi izokvantumgörbénk azt adja meg:

[2] Merő véletlen következtében szemléletesen ki is tűnik ez a mi számítássorozatunkból is. Történetesen két általunk önkényesen választott pont, $L = 1543{,}9$ és $1576{,}1$ közé *nem* esik karakterisztikus érték. Mi azonban — ezt előre nem tudván — az $L = 1560$ pontnál is végeztünk számítást.

Azt a tényt, hogy az [1543,9; 1576,1] intervallumon belül nincs karakterisztikus érték, két körülmény is jelzi:

a két ponthoz tartozó (K, L) kombinációhoz tartozó pontokat összekötve egy egyenest kapunk, s az $L = 1560$ ponthoz tartozó (K, L) kombináció *rajta fekszik* ezen az egyenesen;

az $L = 1560$ paraméterállásokhoz és az $L = 1543{,}9$ paraméterállásokhoz tartozó optimális programok árnyékárrendszere azonos; a létszámkeret árnyékára mindkettőnél 84 000 Ft/fő.

A diszkrét paraméteres programozás esetén — mint a példa mutatja — megállapítható, ha két nem szomszédos paraméterérték közé *nem* esett karakterisztikus érték. De általában nem állapítható meg a fordítottja:

vajon két szomszédos paraméterérték közé esett-e karakterisztikus érték?

mennyi K és L kell adott Y előállításához, ha *efficiensen*[3] kombináljuk a két tényezőt. Emlékeztetünk arra, hogy modellünkben Y-t rögzítettük, s L értékét rendre változtatva azt számítottuk ki: mi a program, ha minimális beruházást használunk fel.

Az így kapott speciális izokvantumgörbét *efficiens határvonalnak (efficiency frontier)* nevezi az irodalom. Az ugyanezen Y-hoz tartozó, statisztikai úton meghatározott izokvantumgörbe feltehetően efölött húzódik, azaz több tőkét és munkát igényel azonos termeléshez. Ezt szemlélteti a 28.3. ábrán a legfelső görbe. Mint látjuk: a mi izokvantumgörbénk a statisztikailag várható izokvantumgörbe és az efficiensebb (egzaktabb eljárásokon alapuló) görbe közé esik.

3. Izokvantumgörbénk *konvex*. Ez megfelel a termelési elméletben feltételezett görbék szokásos tulajdonságainak.

Az izokvantumgörbének ez a tulajdonsága ismert közgazdasági összefüggést fejez ki; a létszámot csökkentve, egyre szűkösebb létszámviszonyok közt, mind több és több beruházás kell egy-egy fő felszabadításához.

J.2. Termelési függvények meghatározása

Kísérletet tettünk, hogy regressziószámítással becslést adjunk egy termelési függvény paramétereire, a 28.4. táblázatban közölt adatok alapján.[4] A könyv 29.6. szakasza kifejt egy tervezésmódszertani elgondolást, makroösszefüggések számszerűsítésére. A most ismertetésre kerülő számítás kizárólag ennek az ötletnek szemléltetésére és első kipróbálására hivatott; így tehát nem tulajdonítottunk nagy jelentőséget a termelési függvénytípus kiválasztásának. Ennek megfelelően a lehető legegyszerűbb formát választottuk, a *Cobb—Douglas*-függvényt, azt is a legszimplább elsőfokú homogén alakban:

$$Y = AK^{\beta}L^{1-\beta}. \tag{J.3}$$

Itt ismételten felhívjuk a figyelmet a J.1. szakaszban elmondottakra: a mi K változónk nem azonos a *Cobb—Douglas*-függvény szokásos K-jával, ennek megfelelően a mi β-nk sem esik egybe a szokványos β tőkekitevővel.

A mi jelenlegi (J.3) függvényünk β-jának közgazdasági tartalma: a bruttó beruházási keret 1%-os emelése hány %-kal emeli az extern kibocsátást. Ez tehát *az extern kibocsátásnak a bruttó beruházás szerinti elaszticitása.*

A (J.3) termelési függvényhez a következő izokvantumgörbe tartozik:

$$K^{\beta}L^{1-\beta} = \frac{Y}{A} = \text{const.}, \tag{J.4}$$

vagy logaritmizálva:

$$\beta \log K + (1-\beta) \log L = \text{const.} \tag{J.5}$$

E lineáris egyenletből akár log K-t, akár log L-et fejezzük ki „független" változóként, utána egyszerű lineáris regressziószámítás alapján becsülhető az ismeretlen paraméter értéke. A 28.4. táblázatban adott pontokat felhasználva,

[3] Közelítő eljárás esetén: megközelítően efficiensen.
[4] A regressziószámítást *Wellisch P.* végezte.

az első esetben a $\hat{\beta} = 0{,}38$, a második esetben a $\hat{\beta} = 0{,}36$ becslést kapjuk. A függvény illeszkedésének jóságát kifejező determinációs együttható:

(J.6) $$r^2 = 0{,}9380.$$

Ez azt mutatja, hogy az illeszkedés megfelelőnek tekinthető.

Érdemes elgondolkodni a β paraméter viszonylag magas értékén, a *Cobb—Douglas*-függvény rendszerint ennél alacsonyabb tőkeelaszticitási kitevőihez képest. Ez részben következhet abból, hogy a mi K változónk, amint arra ismételten rámutattunk, bruttó beruházás, nem pedig termelési alap. Úgy tűnik azonban, hogy a paraméter magas értékének közgazdasági jelentése van: a termelési alap viszonylagos szűkösségét mutatja, a létszám ehhez viszonyított bőségéhez képest. Az elemzés más pontjai ugyanerre engednek következtetni, így pl. a létszámmegtakarító beruházások nagyon rövid, 2—4 éves megtérülési ideje; az árnyékárak alapján számított kalkulatív eszközlekötési járulék magas értéke stb. (Lásd az előbbiről a 28.4., az utóbbiról a 28.7. táblázatot.)

Irodalomjegyzék

E jegyzék nem tekinthető sem a távlati tervezés, a beruházásgazdaságossági számítások, sem a matematikai programozás teljes bibliográfiájának. Kizárólag azokat a műveket soroljuk fel, amelyekre a könyvben hivatkozás történik.

Folyóiratcikkeknél az évszám előtti szám az évfolyamra, az évszám utáni számok pedig az oldalszámokra utalnak. Azoknál a folyóiratoknál, amelyek egy-egy éven belül megjelenő számaik oldalait nem számozzák folytonosan, megadtuk azt is: melyik számban jelent meg a hivatkozott cikk. Ez az utalás az évszám után történik, a „No." rövidítés után, vagy pedig megadjuk a megjelenés napját.

Könyvek, cikkek, tanulmányok

[1] ACKOFF, R. L. (szerk.): *Progress in Operations Research*, Vol. 1. New York—London: Wiley, 1961.

[2] ARNOFF, E. L.—SENGUPTA, S. S.: „Mathematical programming", lásd [1], 105—210.

[3] ARROW, K. J.: „Alternative approaches to the theory of choice in risk-taking situations", *Econometrica*, 19 (1951) 404—437.

[4] ARROW, K. J.—DEBREU, G.: „Existence of an equilibrium for a competitive economy", *Econometrica*, 22 (1954) 265—290.

[5] ARROW, K. J.—HURWICZ, L.—UZAWA, H.: *Studies in Linear and Non-Linear Programming*. Stanford: Stanford University Press, 1958.

[6] ARROW, K. J.—CHENERY, H. B.—MINHAS, B. S.—SOLOW, R. M.: „Capital-labor substitution and economic efficiency", *The Review of Economics and Statistics*, 43 (1961) 225—250.

[7] ARROW, K. J.—HURWCZ, L.: „Decentralization and computation in resource allocation", *Essays in Economics and Econometrics*, Chapel Hill, N. C.: University of North Carolina Press, 1960.

[8] AUGUSTINOVICS M.: „Az 1965. évi sakktábla-mérleg", lásd [109], 157—165.

[9] BAUMOL, W. J.: *Economic Theory and Operational Analysis*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1962.

[10] BERK, J. M.—HASELBARTH, J. E.: „Cost capacity data", *Chemical Engineering*, 67 (1960. dec. 12.) 172; 68 (1961. jan. 23.) 161.

[11] BODEWIG, E.: *Matrix Calculus*. Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1956.

[12] BOGNÁR J.: *Kereslet és keresletkutatás a szocializmusban*. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1961.

[13] BOULDING, K. E.: „Welfare Economics", lásd [50], 1—36.
[14] BRÓDY A.: „Az ágazati kapcsolatok mérlege és a közvetett beruházások", *Közgazdasági Szemle*, 7 (1960) 561—580.
[15] BRÓDY A.: *Az ágazati kapcsolatok modellje*. Budapest: Akadémiai Kiadó, 1964.
[16] BROWN G. W.: „Some notes on computation of games solutions", RAND Corporation D-436, 1949.
[17] BROWN, G. W.: „Iterative solution of games by fictitious play", lásd [69], 374—376.
[18] CHARNES, A.—LEMKE, C. E.: *Minimization of Non-linear Separable Functions*. Pittsburgh: Carnegie Institute of Technology, 1954.
[19] CHARNES, A.—COOPER, W. W.—HENDERSON, A.: *An Introduction to Linear Programming*. New York: Wiley, 1953.
[20] CHERNOFF, H.: „Rational selection of decision functions", *Econometrica*, 22 (1954) 422—443.
[21] CHURCHMAN, C. W.—ACKOFF, R. L.—ARNOFF, E. L.: *Introduction to Operations Research*. New York: Wiley, 1957.
[22] COURTILLOT, M.: „Programmation linéaire. Étude de la modification de tous les parametres", *Comptes Rendus de Séanses de l'Académie des Sciences*, 247 (1958) 670—673.
[23] CRAMÉR, H.: *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton: Princeton University Press, 1957.
[24] CSEPINSZKY, A.: „Some problems of the interdependence of the producing branches in agriculture", lásd [109], 112—121.
[25] CSIKÓS NAGY B.: *A szocialista árképzés*. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1961.
[26] CUKOR GY.—ROMÁN Z.: „Az ágazati kapcsolatok mérlegének felhasználása az ipar ágazati szerkezetének vizsgálatára és tervezésére", *Magyar Tudományos Akadémia Közgazdaságtudományi Intézetének Közleményei*, (1960) No. 9.
[27] DANTZIG, G. B.: „On the significance of solving linear programming problems with some integer variables", *Econometrica*, 28 (1960) 30—44.
[28] DANTZIG, G. B.—WOLFE, P.: „Decomposition principle for linear programs", *Operations Research*, 8 (1960) 101—111.
[29] DANTZIG, G. B.—WOLFE, P.: „The decomposition algorithm for linear programs", *Econometrica*, 29 (1961) 767—778.
[30] DAVIES, M.—VERHULST, M. (szerk.): *Operational Research in Practice*. London: Pergamon, 1958.
[31] DEAN, J.: *Managerial Economics*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1959.
[32] DEÁK A.: *Egyes vegyi folyamatok termelési költségeinek elemzési módszere* (kandidátusi értekezés, kéziratban), Budapest: 1962.
[33] DEÁK J.-né—NEMES F.-né: „A beruházások utólagos vizsgálata", *Figyelő*, 5 (1961) No. 23.
[34] DEÁK J.-né: „A termelés közvetlen és közvetett állóeszközigényességi mutatójáról", *Pénzügyi Szemle*, 7 (1963) No. 7. 13—21.
[35] DEBREU, G.: *Theory of Value*. New York: Wiley, 1959.
[36] DOMAR, E. D.: *Essays in the Theory of Economic Growth*, New York: Oxford University Press, 1957.
[37] DORFMAN, R.—SAMUELSON, P. A.—SOLOW, R. M.: *Linear Programming and Economic Analysis*. New York: McGraw Hill, 1958.
[38] DOUGLAS, P. H.: *The Theory of Wages*. New York: MacMillan, 1934.

[39] DÖME J.—HOÓS J.—KATÓCS A.: „A szintetikus anyagmérleg", *Közgazdasági Szemle*, 11 (1964) 899—911.
[40] FRISCH, R.: *A Survey of Types of Economic Forecasting and Programming, and a brief description of the Oslo Channel Model.* Oslo: University of Oslo, 1961.
[41] FRISS I. (szerk.): *A Magyar Tudományos Akadémia Közgazdaságtudományi Intézetének Évkönyve*, III. 1960—1961. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1962.
[42] GANCZER S.: *Árszámítások modern matematikai módszerekkel* (kandidátusi értekezés, kéziratban). Budapest: 1962.
[43] GASS, S. I.: *Linear Programming.* New York: McGraw Hill, 1958.
[44] GERLE GY.: „A beruházások gazdaságosságának vizsgálata", megjelent a *Beruházások gazdasági hatékonysága* c. kötetben. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1959.
[45] GOLDMAN, A. J.: „Resolution and separation theorems for polyhedral convex tests", lásd [93], 41—51.
[46] GOLDMAN, A. J.—TUCKER, A. W.: „Theory of linear programming", lásd [93], 53—97.
[47] ХАЧАТУРОВ, Т.: «Проблемы экономической эффективности капиталовложений в социалистическом хозяйстве», *Вопросы экономики*, (1957) № 2. 106—121.
[48] ХАЧАТУРОВ, Т.: «Экономическая эффективность комплексной механизации и автоматизации производства», *Вопросы экономики*, (1959) № 12. 61—74.
[49] HADLEY, G.: *Linear Programming.* Reading—London: Addison—Wesley, 1962.
[50] HALEY, B. F. (szerk.): *A Survey of Contemporary Economics.* Homewood: Irwin, 1952.
[51] HAVAS P.: „Az ágazati kapcsolatok mérlegének felhasználása exportgazdaságossági számításokhoz", *Statisztikai Szemle*, 38 (1960) 352—363.
[52] HAVAS P.: „Az exportgazdaságosság átlagos színvonala és határértékei", *Közgazdasági Szemle*, 9 (1962) 1346—1364.
[53] HAYEK, F. (szerk.): *Collectivist Economic Planning.* London: Routledge, 1935.
[54] HICKS, J. R.: *Value and Capital.* Oxford: Clarendon Press, 1957.
[55] HICKS, J. R.: „Thoughts on the theory of capital — The Corfu conference", *Oxford Economic Papers*, 12 (1960) 123—132.
[56] HOCH R.: „Az indifferencia felületekről szóló tanítás elméleti alapjainak bírálata", lásd [41], 331—362.
[57] HOUTHAKKER, H. S.: „The present state of consumption theory", *Econometrica*, 29 (1961) 704—740.
[58] HURWICZ, L.: „Optimality criteria for decision making under ignorance" *Cowles Commision Discussion Paper, Statistics* (1951), No. 370.
[59] HURWICZ, L.: „Programming in linear spaces", lásd [5], 38—102. old.
[60] ISARD, W.—SCHOOLER, E. W.—VIETORISZ, T.: *Industrial Complex Analysis and Developments. A Case Study of Refinery-Petrochemical-Synthetic Fibre Complexes.*, New York: Wiley, 1959.
[61] JÁVORKA E.—BERÉNYI J.: *Jövedelmek a munkabéren felül.* Budapest: Kossuth, 1960.
[62] КАНТОРОВИЧ, Л. В.: *Экономический расчет наилучего использоеания ресурсов.* Москва: Издателъство АН СССР, 1959.
[63] KARLIN, S.: *Mathematical Methods and Theory in Games, Programming, and Economics.* Reading (Mass. USA): Addison—Wesley, 1959.
[64] KATAOKA, S.: „A stochastic programming model", *Econometrica*, 31 (1963), 181—196.

[65] KÁDAS K.: *Az emberi munka termelékenységének statisztikai vizsgálata a magyar gyáriparban. A Cobb—Douglas-féle statisztikai törvény kiegészítése.* Budapest: Hornyánszky, 1944.

[66] KÁDÁR I.: „Az ágazati kapcsolatok mérlegének építőipari felhasználásáról" lásd [109], 204—210.

[67] KNIGHT, F. H.: *Risk, Uncertainty and Profit.* Boston: Houghton-Mifflin, 1921.

[68] KOOPMANS, T. C.: „Analysis of production as an efficient combination of activities", lásd [69] 33—97.

[69] KOOPMANS, T. C. (szerk.): *Activity Analysis of Production and Allocation.* New York—London: Wiley—Chapman, 1951.

[70] KORNAI J.: *A gazdasági vezetés túlzott központosítása.* Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1957.

[71] KORNAI J.: *Overcentralization in Economic Administration.* Oxford: Oxford University Press, 1959.

[72] KORNAI J.: „A műszaki fejlesztés és a beruházások gazdaságosságának számítása", *Közgazdasági Szemle,* 7 (1960) 670—684.

[73] KORNAI J.: „Egy iparág optimális beruházási tervének meghatározása lineáris programozással", *Közgazdasági Szemle* 8 (1961), 570—585.

[74] KORNAI J.: *A központi és ágazati programozások összekapcsolása* (kéziratban). Budapest: Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai Központja, 1961.

[75] KORNAI J.: *A beruházások matematikai programozása.* Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1962.

[76] KORNAI J.—HOLLÓ J.-né—MARCSÁNYI Z.—SIMÁN M.—RIMLER J.—WELLISCH P.: *A ruházati ipar ágazati kapcsolatainak mérlege* (sokszorosítva). Budapest: Textilipari Kutató Intézet. 1962.

[77] KORNAI J.—KOTÁNYI F.—PAPP Z.—PÉCSI J.—SZABÓ L.—WELLISCH P.: *A pamutszövőipar optimális beruházási programjának meghatározása* (sokszorosítva). Budapest: Textilipari Kutató Intézet, 1960.

[78] KORNAI J.—LIPTÁK T.: *A nyereségérdekeltség matematikai vizsgálata.* Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1959.

[79] KORNAI J.—LIPTÁK T.: „A mathematical investigation of some economic effects of profit sharing in socialist firms", *Econometrica,* 30 (1962), 140—161.

[80] KORNAI J.—LIPTÁK T.: *Kétszintű tervezés* (sokszorosítva). Budapest: Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai Központja, 1962.

[81] KORNAI J.—LIPTÁK T.: „Kétszintű tervezés: Játékelméleti modell és iteratív számítási eljárás népgazdasági távlati tervezési feladatok megoldására", *A Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Kutató Intézetének Közleményei,* 7 (1962) 577—621.

[82] KORNAI J.—LIPTÁK T.: „Two-level planning", *Econometrica,* 33 (1965) 141—169.

[83] KORNAI J.—LIPTÁK T.—VIDOS T.: *Gazdasági számítás a magyar műszálgyártás fejlesztési programjának meghatározására* (sokszorosítva). Budapest: Szervesvegyipari és Műanyagipari Kutatóintézet, 1960.

[84] KORNAI J.—MARTOS B.: „Az ágazati kapcsolatok mérlegének felhasználása az alumíniumipar optimális fejlesztési programjának meghatározására", lásd [109] 193—203.

[85] KORNAI J.—TARDOS M.—VERDEN F.—FREY T.: *A magyar műszálgyártás fejlesztésének matematikai programozása* (sokszorosítva). Budapest: Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai Központja, 1963.

[86] KORNAI J.—WELLISCH P.: „A kalkulatív kamatláb és bértarifa a hosszú lejáratú gazdaságossági számításokban", *Közgazdasági Szemle*, 10 (1963) 1456—1475, 11 (1964) 76—91.

[87] КОРНАИ, Й.—ВЕЛЛИШ, П.: «Процентная ставка в перспективных расчетах по экономической эффективности», *On political economy and econometrics — Essays in honour of Oskar Lange*. Warszawa: PWN — Polish Scientific Publishers, 1964. (247—286 old.)

[88] КОРОТКЕВЧ, Б. С.: «Развитие производства синтетических каучуков». *Журнал Всесоюзного Химического Общества им, Д. И. Менделеева*, 6 (1961) № 1. 69—74.

[89] KÖLBEL, H.—SCHULZE, J.: *Projektierung und Vorkalkulation in der chemischen Industrie*. Berlin—Göttingen—Heidelberg: Springer, 1960.

[90] KREKÓ B.: *Lineáris programozás*. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1962.

[91] KREKÓ B.: *Mátrixszámítás*. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1964.

[92] KUHN, H. W.—TUCKER, A. W.: „Nonlinear Programming" lásd [135], 481—492.

[93] KUHN, H. W.—TUCKER, A. W. (szerk.): *Linear Inequalities and Related Systems*. Princeton: Princeton University Press, 1956.

[94] KÜNZI, H. P.—KRELLE, W.: *Nichtlineare Programmierung*, Berlin—Göttingen—Heidelberg: Springer, 1962.

[95] LANGE, O.: *Price Flexibility and Employment*. Bloomington: Principia, 1944.

[96] LANGE, O.: *Introduction to Econometrics*. Oxford—Warszawa: Pergamon—PWN, 1962.

[97] LANGE, O.: *Ekonomia Polityczna*. Vol. I. Warszawa: Panstwowe Wydawnictwo Naukowo, 1959.

[98] ЛЕНИН В. И.: «Аграрный вопрос и ‚критики Маркса'». *Сочинения, Том 5*. 87—202. Москва: Госполитиздат, 1949.

[99] LEONTIEF, W.: *The Structure of American Economy, 1919—1939*. New York: Oxford University Press, 1953.

[100] LEONTIEF, W. (szerk.): *Studies in the Structure of the American Economy*. New York: Oxford University Press, 1953.

[101] LERNER, A. P.: *The Economics of Control*. New York: MacMillan, 1947.

[102] LIPTÁK T.: *Kétszintű tervezés (Módosított matematikai rész)*, (sokszorosítva). Budapest: Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai Központja, 1962.

[103] LIPTÁK T.: „Two-level programming", *Colloquium on Applications of Mathematics to Economics, Budapest, 1963*, Budapest: Akadémiai Kiadó, 1965, 243—253.

[104] LIPTÁK T.—NAGY A.: *A magyar pamutszövet-kivitel rövid lejáratú optimumszámításának modellje* (sokszorosítva). Budapest: Hungarotex—Magyar Kereskedelmi Kamara, 1962. Rövidített angol változat: „A short-run optimization model of Hungarian cotton fabric exports", *Economics of Planning*, 3 (1963) 117—140.

[105] LIPTÁK T.—NAGY A.: *A külkereskedelmi optimumszámítások eredményének összehasonlítása hányad- és összegtípusú célfüggvény alkalmazása esetén* (sokszorosítva). Budapest: Magyar Kereskedelmi Kamara, 1963.

[106] LUCE, R. D.—RAIFFA, H.: *Games and Decisions*. New York: Wiley, 1958.

[107] LUKÁCS L.: „Összefüggések a beruházások gazdaságossága és az érdekeltség között", lásd [41], 237—248.

[108] LUKÁCS O.: „Az első magyar ágazati kapcsolati mérleg összeállítása és felhasználása", *Közgazdasági Szemle*, 7 (1960) 168—175.

[109] LUKÁCS O. (szerk.): *Az ágazati kapcsolati mérlegek összeállításának és felhasználásának kérdései.* Budapest: Akadémiai Kiadó, 1962.
[110] LUKÁCS O.: „A magyar ágazati kapcsolati mérlegek és összeállításuk statisztikai alapjai", lásd [109], 19—27.
[111] LUTZ, F.—LUTZ, V.: *The Theory of the Investment of the Firm.* Princeton: Princeton University Press, 1951.
[112] MACSKÁSSY H.—VIDOS T.: *A műanyagok szerepe hazánk és a világ anyaggazdálkodásában* (kéziratban). Budapest: Szervesvegyipari és Műanyagipari Kutatóintézet, 1960.
[113] MAGYAR J.: *A saját források szerepe a beruházások finanszírozásában* (soksz.). Budapest: Magyar Beruházási Bank, 1963.
[114] MALINVAUD, E.: „Programmes d'expansion et taut d'intéret", *Econometrica,* 27 (1959) 215—227.
[115] MALINVAUD, E.: *Decentralised Procedures for Planning.* (soksz.) Cambridge: International Economic Association, 1963.
[116] МАЛИШЕВ, И. С.: *Общественный учет труда и цена при социализме.* Москва: Соцэкгиз, 1960.
[117] MANDEL M.—SZUNYOGH Z.—VARGA J.: „A termelő beruházások gazdaságossági számításának módszere", *Közgazdasági Szemle,* 5 (1958) 257—272.
[118] MARKOWITZ, H. M.: *Portfolio Selection.* New York—London: Wiley—Chapman, 1959.
[119] MARTOS B.—KORNAI J.—NAGY A.: „Lineáris programozási modell a magyar alumíniumipar távlati tervezéséhez", *Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai Központjának Tájékoztatója,* (1961) No. 7. 53—74.
[120] MÁRIÁS A.: *A termelés mennyisége és a termelési költségek közötti összefüggések iparvállalatokban* (kandidátusi értekezés, kéziratban). Budapest: 1962.
[121] MARX, K.: *Das Kapital, Vol. I—II—III.* Berlin: Dietz, 1948.
[122] MASSÉ, P.: „Économie et stratégie", lásd 30, 114—131.
[123] McKENZIE, L.: „Turnpike theorems for a generalized Leontief model", *Econometrica,* 31 (1963) 165—180.
[124] McKINSEY, J. C. C.: *Introduction to the Theory of Games.* New York: McGraw Hill, 1952.
[125] MENDERSHAUSEN, H.: „On the significance of Professor Douglas' production function", *Econometrica,* 6 (1938), 143—153.
[126] MERK, G.: „Wahrscheinlichkeitstheorie und Investitionstheorie", *Weltwirtschaftliches Archiv,* 81—1 (1958), 66—78.
[127] MILNOR, J.: „Games against Nature", lásd [165], 49—59.
[128] MONTIAS, J. M.: „On the consistency and efficiency of central plans", *The Review of Economic Studies,* 29 (1962) 280—290.
[129] MORVA T.: *„A társadalmi termék-mérleg szerepe a népgazdasági tervezésben"* (kandidátusi értekezés, kéziratban), Budapest: 1962.
[130] MSZTISZLAVSZKIJ, P.: „A beruházások hatékonyságának néhány kérdéséről" *Magyar—Szovjet Közgazdasági Szemle,* 3 (1949), 724—727.
[131] NAGY T.—ESZE ZS.: „A többcsatornás ipari termelői ártípus", *Közgazdasági Szemle,* 10 (1963), 15—29.
[132] NEMÉNYI I. (szerk.): *A beruházások és felújítások finanszírozása.* Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1959.
[133] NEUMANN, J.: „A model of general economic equilibrium", *The Review of Economic Studies,* 13 (1945—46), 1—9.

[134] NEUMANN, J.—MORGENSTERN, O.: *Theory of Games and Economic Behaviour.* Princeton: Princeton University Press, 1953.

[135] NEYMAN, J. (szerk.): *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability.* Berkeley—Los Angeles: University of California Press, 1951.

[136] НОВОЖИЛОВ, В. В.: «Измерение затрат и их результатов в социалистическом хозяйстве». См. [138] 42—213.

[137] НЕМЧИНОВ, В. С.: «Стоимость и цена при социализме», *Вопросы экономики,* (1960) № 12. 75—103.

[138] НЕМЧИНОВ, В. С. (ред.): *Применение математики в экономических исследованиях. Том 1.* Москва: Издательство социально-экономической литературы, 1961.

[139] NYITRAI V.: „Az ágazati kapcsolatok mérlege inverzéről", lásd [109], 81—88.

[140] PAJESTKA, J.: *Zatrudnienie i inwestycje a wzrost gospodarczy.* Warszawa: Panstwowe Wydawnictwo Naukowe, 1961.

[141] PETERS, S. M.: *Plant Design and Economics for Chemical Engineers.* New York: McGraw Hill, 1958.

[142] PIGOU, A. C.: *The Economics of Welfare.* London: MacMillan, 1946.

[143] RADNÓTI É.: *A fogyasztási szerkezet sajátosságai a háztartásstatisztikai adatok tükrében és azok felhasználása a keresleti prognózis készítésénél* (sokszorosítva). Budapest: Magyar Tudományos Akadémia Közgazdaságtudományi Intézete, 1962.

[144] RÁCZ A.—ÚJLAKI ZS.: „Az ágazati kapcsolatok 1957. évi mérlegének inverze", *Statisztikai Szemle,* 38 (1960), 1216—1230.

[145] RÁCZ A.—ÚJLAKI ZS.: „A népgazdasági költségszint és termelékenység alakulásának elemzése az ágazati kapcsolatok mérlege alapján", *Statisztikai Szemle,* 40 (1962) 533—549, 643—658.

[146] RÁCZ J.: *Állóalap-számítások a hosszú távlati tervezésben* (sokszorosítva). Budapest: Magyar Tudományos Akadémia Közgazdaságtudományi Intézete, 1962.

[147] RADNER, R.: „Paths of economic growth that are optimal with regard only to final states: A turnpike theorem", *Review of Economic Studies,* 28 (1961) 98—104.

[148] RÉNYI A.: *Valószínűségszámítás.* Budapest: Tankönyvkiadó, 1954.

[149] RIMLER J.: „A ruházati ipar ágazati kapcsolatainak mérlegéről", *Ipari és Építőipari Statisztikai Értesítő,* 12 (1961), 446—452.

[150] ROBINSON, Julia: „An iterative method of solving a game", *Annals of Mathematics,* 54 (1961), 296—301.

[151] SADOWSKI, W.: „W sprawie ekonometrycznej koncepcji wzrostu gospodarczege", *Ekonomista* (1962), 824—835.

[152] SAMUELSON, P. A.: *Foundations of Economic Analysis.* Cambridge: Harvard University Press, 1948.

[153] SAVAGE, L. J.: *The Foundations of Statistics,* New York: Wiley, 1954.

[154] SCHNEIDER, E.: *Wirtschaftlichkeitsrechnung.* Tübingen—Zürich: Mohr—Polygraphischer Verlag, 1957.

[155] SHACKLE, G. L. S.: *Expectation in Economics.* Cambridge: Cambridge University Press, 1952.

[156] SIMON GY.—KONDOR GY.: „A külkereskedelmi kapcsolatok optimalizálása", *Közgazdasági Szemle,* 7 (1960), 822—839.

[157] SIMON GY.—KONDOR GY.: „Ágazati kapcsolati részmérlegek és kombinált alkalmazásuk néhány kérdése", lásd [109], 108—116.

[158] SIMON GY.—KONDOR GY.: „A gazdasági optimumszámítások problémái Kantorovics és Novozsilov műveiben", *Magyar Tudományos Akadémia Közgazdaságtudományi Intézetének Tájékoztató Közleményei* (1963), No. 2.

[159] SIMON GY.—KONDOR GY.: *A gazdasági hatékonyság értékelésének néhány problémája* (sokszorosítva). Budapest: Magyar Tudományos Akadémia Közgazdaságtudományi Intézete, 1963.

[160] SOLOW, R. M.: „A contribution to the theory of economic growth", *Quarterly Journal of Economics*, 70 (1956), 65—94.

[161] SOLOW, R. M.: „Technical change and the aggregate production function", *The Review of Economics and Statistics*, 30 (1957), 312—320.

[162] СТЕПАНКОВ, А.: «О методике определения экономической эффективности капитальных вложений в промышленность СССР», *Вопросы экономики*, (1960) № 6, 93—100.

[163] СТРУМИЛИН, С. Г.: «Фактор времени в проектировках капитальных вложений», *Известия Академии Наук*, (1946) № 3, 195—215.

[164] THEIL, H.: *Economic Forecast and Policy*. Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1958.

[165] THRALL, R. M.—COOMBS, C. H.—DAVIS, R. L. (szerk.): *Decision Processes*. New York: Wiley, 1954.

[166] TINBERGEN, J.: *Ökonometria*. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1957.

[167] TINBERGEN, J.—BOS, H. C.: *Mathematical Models of Economic Growth*. New York: McGraw Hill, 1962.

[168] TRZECIAKOWSKI, W.: „A külkereskedelem optimalizálása a tervgazdaságban", *Közgazdasági Szemle*, 9 (1962), 577—588.

[169] TURÁNSZKY M.: „A beruházások gazdaságosságának fogalma és értékelése", megjelent a *Beruházások gazdasági hatékonysága* c. kötetben. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1959.

[170] ÚJLAKI ZS.: „Az ágazati kapcsolatok mérlege a távlati tervezésben", *Figyelő*, 8 (1964) No. 30.

[171] UZAWA, H.: „Neutral inventions and the stability of growth equilibrium", *The Review of Economic Studies*, 28 (1961), 117—124.

[172] VARGA J.: „Felhalmozás és gazdaságosság", *Közgazdasági Szemle*, 6 (1959), 522—536.

[173] VÁZSONYI, A.: *Scientific Programming in Business and Industry*. New York: Wiley, 1958.

[174] VINER, J.: „Cost curves and supply curves", *Zeitschrift für Nationalökonomie*, 3 (1931), 23—46.

[175] WAELBROECK, J.: „La grande controverse sur la planification et la théorie économique mathématique contemporaine", *Cahiers de L'ISEA* (1964. février) No. 146, 3—24.

[176] WALD, A.: *Statistical Decision Functions*. New York: Wiley, 1950.

[177] WECKSTEIN, R. S.: „On the use of the theory of probability in economics", *The Review of Economic Studies*, 20—3 (1952—1953), 191—198.

[178] WILLIAMS, R.: „Six-tenths factor. Aids in approximating costs", *Chemical Engineering*, 54 (1947) No. 12., 124.

[179] WOLFE, P.: „Determinateness of polyhedral games", lásd [93], 195—198.

Hivatalos anyagok, közlemények

[180] Академия Наук СССР: *Типовая методика определения экономической эффективности капитальных вложений и новой техники в народном хозяйстве СССР*. Москва: Госпланиздат. 1960.

[181] Центральное Статистическое Управление: *Народное хозяйство СССР в 1960 году.* Москва: Госстатиздат, 1961.
[182] FEDERAL TRADE COMISSION: *Economic Report on Antibiotic Manufacture.* Washington: United States Government Printing Office, 1958.
[183] KOMISJA PLANOWANIA PRZY RADZIE MINISTRÓW: *Instrukcja ególna w sprawie metodyki badan ekonomicznej efektywnosci inwestycji.* Warszawa: 1960.
[184] KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL: *Adatok és adalékok a népgazdaság fejlődésének tanulmányozásához, 1949—1955.* Budapest: 1957.
[185] KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL: *Statisztikai Évkönyv, 1957,* Budapest: Statisztikai Kiadó V., 1958.
[186] KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL: *Az ágazati kapcsolatok mérlege, 1957.* Budapest: 1959.
[187] KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL: *A magyar népgazdaság ágazati kapcsolatainak mérlege, 1959.* Budapest: 1961.
[188] KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL: *Statisztikai Évkönyv, 1961.* Budapest: Statisztikai Kiadó V., 1962.
[189] KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL: *Ipari termelői és fogyasztói árak és árarányok vizsgálata.* Budapest: 1963.
[190] KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL: „A népgazdaság állóeszközei 1959—61", *Statisztikai Időszaki Közlemények* (1963), No. 53.
[191] KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL: *A magyar népgazdaság ágazati kapcsolatainak mérlege az 1961. évben.* Budapest: 1964.
[192] MAGYAR GAZDASÁGKUTATÓ INTÉZET: *Különféle textilipari nyersanyagok termelése és áralakulása.* Budapest: 1943.
[193] MAGYAR KERESKEDELMI KAMARA: *Tőkés árupiacok. A világ műanyagtermelésének fejlődése* (sokszorosítva). Budapest: 1960.
[194] ORSZÁGOS ÁRHIVATAL: „Az értékár-, a termelési ár és a többcsatornás ipari ártípusszámítások az 1959. évi ÁKM 77 termelő ágazatra egyszerűsített változatával", *Árpolitikai jelentés* (1964) No. 6.
[195] ORSZÁGOS TERVHIVATAL—PÉNZÜGYMINISZTÉRIUM—ÉPÍTÉSÜGYI MINISZTÉRIUM: *Beruházási Kódex.* Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1963.
[196] STATISTISCHES BUNDESAMT: „Grosshandelspreise. Grundstoffe, *Preise, Löhne, Wirtschaftsrechnungen.* (1954—1960) Reihe 9. Teil II., III.
[197] —: *A Magyar Szocialista Munkáspárt VII. Kongresszusa.* Budapest: Kossuth, 1959.
[198] —: „A Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem 1960. évi tudományos ülésszaka", *Közgazdasági Szemle,* 7 (1960), 1087—1104.
[199] —: „Markets for materials", *Modern Plastics,* 37 (1959), 89—112.
[200] —: „Prices", *Chemical Engineering News* (állandó rovat), (1950—1960).

Az irodalomjegyzék kiegészítése

A következőkben azokat a forrásmunkákat soroljuk fel, amelyekre a könyv második kiadásához írott új részek (mind az új 28—30. fejezet, mind pedig a régi kiadás szövegébe beiktatott új lábjegyzetek) hivatkoznak, s amelyek az első kiadás irodalomjegyzékének [1]—[200] tételei között nem szerepeltek.

[201] BÁGER G.—MORVA T.—SZABÓ L.: „A középlejáratú népgazdasági terv programozása", *Közgazdasági Szemle*, 16 (1969) 895—906.
[202] BÁGER G.—MORVA T.: *Principal Features of the Mathematical Model of the Fourth Five-Year Plan of Hungary and the Most Important Experiences* (soksz.) Geneva—Varna: United Nations Economic Mission for Europe, 1970.
[203] BALAS, E.: „An additive algorithm for solving linear programs with zero-one variables", *Operations Research*, 13 (1965) 517—546.
[204] BALAS, E.: „Discrete programming by the filter method", *Operations Research*, 15 (1967) 915—957.
[205] BRÓDY A. et al.: *Gazdasági fejlődés és tervezés*. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1970.
[206] CHARNES, A.—COOPER, W. W. and SYSMONDS, G. H.: „Cost horizons and certainty equivalents: an approach to stochastic programming of heating oil", *Management Science*, 4 (1958) 235—264.
[207] DANTZIG, G. B.—MADANSKY, A.: „On the solution of two stage linear programs under uncertainty", *Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Math. Stat. and Probability*. Berkeley and Los Angeles: University of California Press, 1961, Vol. I. 165—176.
[208] DARVAS GY.—ÚJLAKI ZS.: „Új vonások a IV. ötéves tervkoncepció összeállításában", *Közgazdasági Szemle*, 17 (1970) 1092—1100.
[209] DICKER M.—HAMZA L.: *Építő- és építőanyag-ipari középtávú tervezés lineáris programozási modellje — Számítási eredmények I—II.* (kéziratban). Budapest: Építőipari Számítástechnikai és Ügyvitelgépesítési Vállalat, 1971.
[210] FILEP GY.: „Az építőipari Számítástechnikai és Ügyvitelgépesítési Vállalat matematikai közgazdasági kutatásai", *Szigma*, 3 (1970) 157—159.
[211] FRISS I. (szerk.): *Reform of the Economic Mechanism in Hungary*. Budapest: Akadémiai Kiadó, 1969.
[212] GADÓ O. (szerk.): *Közgazdasági szabályozórendszerünk továbbfejlesztése*. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1970.
[213] GADÓ O. (szerk.): *Reform of the Economic Mechanism in Hungary: Development 1968—1971*. Budapest: Akadémiai Kiadó, 1972.
[214] GANCZER S. (szerk.): *Gazdasági tervezés és programozás*. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1973.
[215] GEOFFRION, A.: „Elements of large-scale mathematical programming", *Management Science, Theory*, 16 (1970) 652—707.
[216] GOMORY, R. E.: „An algorithm for integer solutions to linear programs" [218], 269—302.
[217] GOREUX, L. M.—MANNE, A. S. (szerk.): *Multi-level Planning: Case Studies in Mexico*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company (sajtó alatt).
[218] GRAVES, R. L.—WOLFE, P. (szerk.): *Recent Advances in Mathematical Programming*. New York: McGraw Hill, 1963.
[219] JÓNÁS A.—VÁGÓ J.: „Programozási eredmények az élelmiszergazdaság tervezésében", *Közgazdasági Szemle*, 18 (1971) 283—299.
[220] KATE, A. E.: *Decomposition of Linear Programs by Direct Distribution* (soksz.). Rotterdam: Netherland School of Economics, 1970.
[221] KORNAI J.: „A többszintű népgazdasági programozás modellje", *Közgazdasági Szemle*, 15 (1968) 54—68.
[222] KORNAI J.: „A többszintű népgazdasági programozás gyakorlati alkalmazásáról", *Közgazdasági Szemle*, 15 (1968) 173—190.

[223] KORNAI J.: „Közelítő eljárás lineáris programozási feladatok dekompozíciós számítására", *Szigma*, 2 (1969) 24—46.
[224] KORNAI J.: „Multi-level programming — A first report on the model and on the experimental computations", *European Economic Review*, 1 (1969) 134—191.
[225] KORNAI J.: „Man-machine planning", *Economics of Planning*, 9 (1969) 209—234.
[226] KORNAI J.: *Anti-Equilibrium*. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1971.
[227] KORNAI J.: *Anti-Equilibrium*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1971.
[228] KORNAI J.: „Gondolatok a többszintű tervezési rendszerekről", *Közgazdasági Szemle*, 18 (1971) 1047—1065.
[229] KORNAI J.: *Erőltetett vagy harmonikus növekedés*. Budapest: Akadémiai Kiadó, 1972.
[230] KORNAI J.: *Rush versus Harmonic Growth*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1972.
[231] KORNAI J.: „Thoughts on multi-level planning systems", [217].
[232] KORNAI J.—RIMLER J.: „Tervmodellek alapján számított makrofüggvények: elvek és módszerek", *Szigma*, 5 (1972) 49—57.
[233] KORNAI J.—ÚJLAKI ZS.: „Összevont programozási modell alkalmazása az ötéves tervezésben", *Közgazdasági Szemle*, 14 (1967) 552—565.
[234] KORNAI J.—ÚJLAKI ZS.: „Application of an aggregate programming model in five-year planning", *Acta Oeconomica*, 2 (1967) 327—344.
[235] KOVÁCS L. B.: „A diszkrét programozás módszerei és alkalmazása gazdasági problémák megoldására", *Szigma*, 2 (1969) 137—158.
[236] LAND, A. H.—DOIG, A. G.: „An automatic method of solving discrete programming problems", *Econometrica*, 28 (1960) 497—520.
[237] LANGE, O.: „On the economic theory of socialism", [239].
[238] LAWLER, E. L.—WOOD, D. E.: „Branch-and-bound methods: A survey", *Operations Research*, 14 (1966) 699—719.
[239] LIPINCOTT, B. (szerk.): *On the Economic Theory of Socialism*. Minneapolis: University of Minneapolis Press, 1938.
[240] LIPTÁK T.: *A Balas-féle szitálási módszer és kiterjesztése tisztán alternatív — 0 vagy 1 — (beruházási) változócsoportokat, továbbá mellettük folytonos változókat is tartalmazó nagyméretű lineáris programozási feladatok megoldására* (kéziratban). Budapest: Országos Tervhivatal — Építőipari Számítástechnikai és Ügyvitelgépesítési Vállalat, 1969.
[241] LITTLE, I. M. D.—MIRRLESS, J. A.: *Manual of Industrial Project Analysis in Developing Countries. Vol II*. Paris: Development Centre of the O.E.C.D., 1968.
[242] MALINVAUD, E.: „Decentralized Procedures for Planning", [243], 170—208.
[243] MALINVAUD, E.—BACHARACH, M. O. L. (szerk.): *Activity Analysis in the Theory of Growth and Planning*. London—Melbourne—Toronto—New York: MacMillen—St. Martin's Press, 1967.
[244] MANNE, A. S.: „Sufficient conditions for optimality in an infinite horizon development plan", *Econometrica*, 38 (1970) 18—38.
[245] MANNE, A. S.: „DINAMICO, a dynamic multi-sector, multi-skill model", [217].
[246] MILLER, B. L.—WAGNER, H. M.: „Chance constraines programming with joint constraints", *Operation Research*, 13 (1965) 930—945.
[247] NEUBERGER, E. „Libermanism, Computopia, and Visible Hand: The question of informational efficiency", *American Economic Review*, 56 (1966) 131—144.

[248] NYERS R.: *Gazdaságpolitikánk és a gazdasági mechanizmus reformja.* Budapest: Kossuth, 1968.
[249] NYERS R.: *25 kérdés és válasz gazdaságpolitikai kérdésekről.* Budapest: Kossuth, 1969.
[250] NYERS R.: *Economic Reform in Hungary: Twenty-five Questions and Twenty-five Answers.* Budapest: Pannonia Press, 1969.
[251] PÖLÖSKEI P.—SZAKOLCZAY GY.: „Az ágazati CES termelési függvényszámítások újabb eredményei és egyes módszertani tapasztalatai", *Szigma,* 5 (1972) 3—21.
[252] PRÉKOPA A.: „Contributions to the theory of stochastic programming", *Mathematical Programming* (sajtó alatt).
[253] PRÉKOPA A.: „*Sztochasztikus rendszerek optimalizálási problémái*" (kéziratban), Budapest: 1970.
[254] PREST, A. R.—TURVEY, R.: „Cost-Benefit Analysis: A Survey", *Economic Journal,* 75 (1965) 683—735.
[255] RIMLER J.: „A termelési függvények elméletéről", *Közgazdasági Szemle,* 13 (1966) 1067—1080.
[256] RIMLER J.: „A munka és az állóalap korlátozott helyettesíthetőségéről", *Közgazdasági Szemle,* 14 (1967) 1072—1082, 1225—1234.
[257] RIMLER J.—DÁNIEL ZS.: „Tervmodellek alapján számított makrofüggvények: numerikus alkalmazás", *Szigma,* 5 (1972) 59—79.
[258] RIMLER J.—DÁNIEL ZS.—KORNAI J.: „Macrofunctions computed on the basis of plan models", *Acta Oeconomica,* 7 (1972). 375—406.
[259] SIMON GY.: „Optimális tervezés reflektorprogramozással", [205], 27—59.
[260] SZABÓ L.: *A könnyűipar IV. ötéves tervének megalapozása matematikai programozással* (kéziratban), Budapest: Könnyűipari Szervezési Intézet, 1968.
[261] SZAKOLCZAY GY.—STAHL J.: „Ágazati termelési függvények a magyar iparban", *Közgazdasági Szemle,* 14 (1967) 739—757.
[262] SZAKOLCZAY GY.—STAHL J.: „Erklärungen von Produktion und Produktionspotential durch CES-Funktionen für Ungarn und USA", *IFO-Studien,* 13 (1967) 59—94.
[263] SZAKOLCZAY GY.—STAHL J.: „Increasing or decreasing return to scale in the constant elasticity of substitution production function", *Review of Economics and Statistics,* 51 (1969) 84—90.
[264] SZAKOLCZAY GY.—PÖLÖSKEI P.: „Termelési függvények felírása technológiai adatok alapján", *Szigma,* 5 (1972) 25—45.
[265] SZÉLL A. (szerk.): *Beruházási Jogszabálygyűjtemény* (soksz.). Budapest: Állami Fejlesztési Bank, 1972.
[266] ÚJLAKI ZS.: „Az összevont programozási modell felhasználása a IV. ötéves tervkoncepció kidolgozásában", *Közgazdasági Szemle,* 16 (1969) 1033—1046.
[267] ÚJLAKI ZS.: „Hosszútávú többperiódusos összevont (B_2) programozási modell", *Szigma,* 2 (1969) 299—312.
[268] ÚJLAKI ZS.: „A programvariánsok szerepe a IV. ötéves tervkoncepció megalapozásában", *Gazdaság,* 4 (1970) No. 4. 35—56.
[269] ÚJLAKI ZS.: „Application of an aggregate programming model in preparing the fourth five-year plan", *Acta Oeconomica,* 5 (1970) 55—72.
[270] ÚJLAKI ZS.: „*Economic Policy and the Use of Linear Programming*" (soksz.), Budapest: National Planning Office, 1970.
[271] ÚJLAKI ZS.: *A Multi-Technological, Multi-Periodic Model for Hungarian Twenty-Year Planning* (soksz.), Budapest: National Planning Office, 1970.

[272] ÚJLAKI ZS.—KORNAI J.: *Második jelentés az összevont népgazdasági programozásról* (soksz.). Budapest: Országos Tervhivatal — Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai Központ, 1966.

[273] VARGA J.—VÁNDORFFY J.—VEÉR B.: „A lineáris programozás alkalmazásának tapasztalatai a vállalati középtávú tervezésben, *Közgazdasági Szemle*, 19 (1972) 699—713.

[274] WALRAS, L.: *Elements of Pure Economics, or the Theory of Social Wealth*. London: George Allen, 1954.

[275] WEITZMAN, M.: „Iterative multi-level planning with production targets", *Econometrica*, 38 (1970) 50—55.

[276] WETS, R.: „Programming under uncertainty: The complete problem", *Zeitschrift für Warscheinlichkeitstheorie*, 4 (1965) 316—339.

[277] —: *Népgazdasági programozás (1966—1970)* (soksz.). Budapest: Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai Központja — Országos Tervhivatal Tervgazdasági Intézete, 1—29. tájékoztató, 1963—1968.

Táblázatok jegyzéke

1.1. A hagyományos tervmutatószám-rendszer specifikált mérlegeinek sémája 29
3.1. A magyar input-output-táblák 54
5.1. A gépberuházás és az építés aránya a pamutiparban 74
5.2. A korszerű gépek által teljesített előkészítői szolgáltatás a pamutiparban 75
5.3. A pamutipari szövőgéppark korszerűsítése 75
5.4. A pamutipari előkészítő kapacitása a szövöde igényének százalékában .. 76
7.1. Költségfüggvény-típusok osztályozása 89
7.2. Degressziós kitevők a műszáliparban 98
7.3. A termelés koncentrációjának hatása a műszáliparban 99
8.1. Pamutipari beruházási variánsok 106
8.2. A beruházási javaslatok szelekciója a könnyűiparban 110
9.1. Az engedélyezési okmányok előirányzatai és teljesítésük 120
9.2. A teljesítési arányok és gyakorisági megoszlásuk 122
10.1. A csévéváltós gép kritikus fordulatszáma 131
11.1. Rangsorolás a középérték alapján 137
11.2. Rangsorolás a „pesszimista érték" alapján 138
11.3. Rangsorolás az „optimista érték" alapján 138
13.1. Választási problémák biztos és bizonytalan alternatívák között 155
13.2. A bizonytalan konzekvenciájú döntéssel kapcsolatos közvéleménykutatás eredménye 155
13.3. A biztonsági szintre vonatkozó következtetés 156
14.1. Műszálipari programok a várható érték szerint rangsorolva 163
14.2. A műszálipari programok biztonsági értéke 164
14.3. A műszálipari programok a szórás szerint rangsorolva 167
18.1. A g_n mutatók ágazati átlagai 207
18.2. A kamatos beruházási hitelkeret igénybevétele 208
18.3. Paraméteres programozás a pamutiparban az eszközlekötési tényező függvényében 225
18.4. Párhuzamos programozás a pamutiparban kétféle eszközlekötési tényezővel 226
19.1. Műanyagok és műszálak árindex idősora 232
19.2. Egyes módszerek árindex idősora 237
20.1. Az aktuális devizaárfolyamok fő árucsoportonként 246
20.2. Szektoronkénti devizaárfolyamok eltérése az átlagtól 247
20.3. Paraméteres programozás a műszáliparban a dollárárfolyam függvényében 251
21.1. Az input-output-tábla szektorainak átlagos árváltozása „kétcsatornás" árak esetén 253
21.2. Az aktuális árrendszer és a kalkulatív értékelések eltérései 254

22.1. Paraméteres programozás a pamutiparban a kibocsátási kötelezettség függvényében 264
22.2. A célfüggvény értéke a pamutiparban a kibocsátási kötelezettség függvényében 266
22.3. A tervmódosítás következményei a pamutiparban 268
22.4. A pamutipari modellel végzett érzékenységi vizsgálatok 271
22.5. A műszálipari modellel végzett érzékenységi vizsgálatok 273
28.1. A korlátozó feltételek áttekintése 343
28.2. A dollároptimális termelés szóródása a hivatalos program körül 354
28.3. Régi üzem, rekonstrukció és új üzem aránya 355
28.4. A termelési alap és a létszám kombinációi 357
28.5. A létszám differenciális mutatói 359
28.6. Rubel/dollár differenciális mutatók 361
28.7. Eszközlekötési tényezők becslése 363
28.8. Az árnyékárak relatív szórása az összevont modellben 364
29.1. Az újabb ágazati programozások áttekintése 368
29.2. A hivatalos döntés és a matematikai modell közti párbeszéd 384
29.3. Terv-makrofüggvények 389
30.1. Három dekompozíciós eljárás összehasonlítása 398
30.2. A dekompozíciós eljárás mint deskriptív modell 405

B.1. A benzol áralakulása 420
B.2. A terilén áralakulása 421
B.3. Az akrilnitril áralakulása 421
B.4. Árelőrebecslések a műszáliparban 422
B.5. Korrelációs becslések a műszáliparban 423
F.1. A nemzeti jövedelem, a termelési alap és a létszám idősorai 438
F.2. Fontosabb termelési viszonyszámok idősorai 439
F.3. Az üzembe nem helyezett beruházások állománya 440
F.4. A termékösszetétel változásának hatása 440
F.5. Az ipari állóalapok extenzív kihasználása 441
F.6. A felhalmozási hányad és a reálbérindex idősorai 442
F.7. A felhalmozási hányad tőkés országokban 443
F.8. A regressziós függvények jellemzői 446
F.9. A termelési alap hatékonyságának átlagai és szórásai 447
F.10. A reálbérek változásának regressziós egyenletei 447
F.11. A termelési függvény paraméterei 449

Névmutató

Ackoff, R. L. 317, 485, 486
Allais, M. 212
Arnoff, E. L. 126, 317, 485, 486
Arrow, K. J. 90, 134, 143, 160, 213, 305, 402, 403, 485
Augustinovics, M. 20, 48, 485

Bacharach, M. O. L. 495
Báger, G. 14, 339, 371, 494
Balas, E. 103, 494
Barone, E. 304, 305
Baumol, W. J. 85, 141, 485
Berényi, J. 454, 487
Berk, J. M. 97, 485
Bod, P. 339
Bodewig, E. 36, 485
Bognár, J. 315, 485
Bos, H. C. 319, 492
Boulding, K. E. 307, 325, 486
Bródy, A. 20, 36, 44, 185, 186, 486, 494
Brown, G. W. 469, 470, 486
Bulgakov, N. S. 215

Cauchy, A. L. 427
Charnes, A. 73, 90, 169, 486, 494
Chenery, H. B. 213, 485
Chernoff, H. 134, 160, 486
Churchmann, C. W. 317, 486
Clark, J. B. 210, 211
Cobb, C. W. 210, 213, 217, 219, 387, 448, 482, 483
Coombs, C. H. 492
Cooper, W. W. 73, 169, 486, 494
Courtillot, M. 132, 486
Cramér, H. 122, 123, 147, 486
Csepinszky, A. 486
Csikós Nagy, B. 255, 486
Cukor, Gy. 20, 185, 486

Dancs, I. 339
Dániel, Zs. 14, 363, 380, 387, 496
Dantzig, G. B. 86, 169, 281, 301, 304, 351, 395, 473, 475, 477, 486, 494
Darvas, Gy. 494
Davies, M. 486
Davis, R. L. 492
Dean, J. 85, 97, 236, 237, 486
Deák, A. 94, 339, 486
Deák, J.-né 119, 184, 486
Debreu, G. 305, 327, 485, 486
Desroussaux, J. 212
Dicker, M. 369, 494
Doig, A. G. 103, 495
Domar, E. D. 443, 486
Dorfman, R. 44, 212, 325, 486
Douglas, P. H. 210, 213, 217, 219, 387, 448, 482, 483, 486
Döme, J. 52, 487
Drecin, J. 13

Esze, Zs. 177, 454, 456, 490

Farkas, K. 13, 367
Filep, Gy. 339, 369, 494
Földeák, J.-né 78
Frey, T. 61, 73, 78, 415, 488
Frisch, R. 280, 285, 303, 487
Friss, I. 377, 487, 494
Frivaldszky, S. 301
Fülöp, S. 61
Futó, L. 78

Gadó, O. 377, 494
Ganczer, S. 188, 253, 487, 494
Gass, S. 73, 129, 263, 287, 416, 487
Geoffrion, A. 395, 494
Gerle, Gy. 456, 487
Goldman, A. J. 459, 461, 487
Gomory, R. E. 103, 494
Goreux, L. M. 494
Graves, R. L. 494

Hacsaturov, T. 429, 451, 456, 457, 487
Hadley, G. 73, 487
Haley, B. F. 487
Hamza, L. 494
Haselbarth, J. E. 97, 485
Havas, P. 186, 250, 251, 487
Hayek, F. 304, 487
Henderson, A. 73, 486
Hicks, J. R. 151, 211, 487
Hoch, R. 327, 487
Holló, J.-né 488
Hoós, J. 52, 487
Houthakker, H. S. 327, 487
Hurwicz, L. 90, 141, 152, 305, 324, 402, 403, 485, 487

Isard, W. 97, 487

Jávorka, E. 454, 487
Jónás, A. 14, 339, 371, 494

Kantorovics, L. V. 220, 280, 334, 452, 456, 487
Karlin, S. 73, 87, 287, 291, 324, 327, 467, 469, 487
Kataoka, S. 150, 487
Kate, A. 397, 401, 494
Katócs, A. 52, 487
Kádár, I. 488
Kádas, K. 436, 488
Knight, F. H. 151, 488
Kondor, Gy. 220, 257, 280, 334, 451, 452, 455, 456, 491, 492
Koopmans, T. C. 307, 324, 488
Korotkevics, B. Sz. 102, 489
Kotarbinszki, T. 17
Kotányi, F. 61, 488
Kovács, L. B. 103, 495
Kováts, G. 78
Kölbel, H. 97, 489
Krekó, B. 36, 73, 287, 489
Krelle, W. 90, 489
Kuhn, H. W. 90, 324, 489
Künzi, H. P. 90, 489

Land, A. H. 103, 495
Lange, O. 17, 44, 151, 401, 402, 403, 408, 489, 495
Laplace, P. S. 141, 152
Lawler, E. L. 103, 495
Lemke, C. E. 486
Lenin, V. I. 215, 489
Leontief, W. 44, 46, 192, 280, 489
Lerner, A. P. 307, 489
Lipincott, B. 495
Lipták, T. 20, 78, 92, 94, 103, 143, 280, 325, 395, 426, 458, 488, 489, 495
Little, I. M. D. 259, 495
Luce, R. D. 134, 141, 489
Lukács, L. 104, 121, 489
Lukács, O. 489, 490
Lutz, F. 181, 430, 490
Lutz, V. 181, 430, 490

Macskássy, H. 235, 490
Madansky, A. 169, 494
Magyar, J. 208, 490
Malinvaud, E. 218, 281, 304, 305, 402, 490, 495
Malisev, I. Sz. 454, 456, 490
Mandel, M. 230, 452, 490
Manne, A. S. 382, 494, 495
Marcsányi, Z. 61, 488
Markowitz, H. M. 167, 490
Martos, B. 13, 20, 79, 185, 339, 488, 490
Máriás, A. 94, 490
Marx, K. 16, 490
Massé, P. 61, 490
McKenzie, L. 212, 490
McKinsey, J. C. 465, 490
Megyeri, E. 454
Mendershausen, H. 219, 490
Merk, G. 143, 490
Miller, B. L. 169, 495
Milnor, J. 134, 141, 490
Minhas, B. S. 213, 485
Mirrless, J. A. 259, 495
Montias, J. M. 110, 490
Morgenstern, O. 134, 491
Morva, T. 48, 371, 490, 494
Msztiszlavszkij, P. 453, 490

Nagy, A. 20, 79, 325, 339, 489, 490
Nagy, T. 20, 177, 454, 456, 490
Neményi, I. 67, 490
Nemes, F.-né 486
Neuberger, E. 412, 495
Neumann, J. 134, 212, 218, 490, 491
Neymann, F. 491
Novozsilov, V. V. 452, 491
Nyemcsinov, V. Sz. 454, 456, 491
Nyers, R. 377, 496
Nyilas, A. 436
Nyitrai, V. 45, 491

Pajestka, J. 448, 491
Papp, Z. 488
Pareto, V. 304, 325
Pécsi, J. 61, 488
Peters, S. M. 97, 491
Phelps, E. S. 212
Pigou, A. C. 187, 491
Pongrácz, T. 339
Pölöskei, P. 450, 496
Prékopa, A. 169, 496
Prest, A. R. 259, 496

Rácz, A. 45, 186, 491
Rácz, J. 436, 438, 440, 441, 491
Radner, R. 212, 491
Radnóti, É. 491
Raiffa, H. 134, 141, 489
Rényi, A. 122, 123, 491
Rimler, J. 13, 20, 189, 339, 387, 390, 450, 488, 491, 495, 496
Robinson, Joan 212
Robinson, Julia 469, 470, 491
Román, Z. 185, 486

Sadowski, W. 448, 491
Samuelson, P. A. 44, 212, 307, 325, 327, 486, 491
Savage, L. J. 134, 160, 491
Schneider, E. 430, 491
Schooler, E. W. 97, 487
Schulze, J. 97, 489
Sengupta, S. S. 126, 485
Shackle, G. L. S. 143, 491
Simán, M. 488

Simon, Gy. 220, 257, 280, 334, 397, 403, 405, 451, 452, 455, 456, 491, 492, 496
Sivák, J. 339
Solow, R. M. 44, 196, 212, 213, 325, 485, 486, 492
Somogyi, M. 436
Stahl, J. 496
Swan, T. 212
Sysmonds, G. H. 169, 494
Szabó, J. 14
Szabó, L. 13, 61, 339, 369, 371, 488, 494, 496
Szakolczai, Gy. 450, 496
Szatmári, G. 339
Széll, A. 496
Sztyepankov, A. 454, 492
Sztrumilin, Sz. G. 453, 492
Szunyogh, Z. 230, 452, 490

Tardos, M. 78, 231, 240, 339, 419, 488
Tarlós, B. 78
Tarnay, Gy. 301
Taylor, F. W. 402
Theil, H. 243, 492
Thrall, R. M. 492
Tinbergen, J. 219, 319, 492
Trzeciakowski, W. 280, 334, 492
Tucker, A. W. 90, 324, 459, 461, 487, 489
Turánszky, M. 41, 453, 456, 492
Turvey, R. 259, 496

Ujlaki, Zs. 45, 51, 186, 363, 491, 492, 494, 495, 496
Uzawa, H. 90, 92, 196, 485, 492

Vágó, J. 371, 494
Vándorffy, J. 496
Varga, J. 230, 369, 452, 490, 492, 496
Vázsonyi, A. 90, 492
Veér, B. 369, 496
Verden, F. 78, 488
Verhulst, M. 486
Vidos, T. 78, 231, 235, 339, 488, 490
Vietorisz, T. 97, 487
Viner, J. 187, 492

Waelbroeck, J. 305, 492
Wagner, H. M. 169, 495
Wald, A. 134, 152, 324, 492
Walras, L. 305, 336, 402, 403, 496
Weckstein, R. S. 143, 492
Weitzman, M. 401, 496
Weizsäker, C. C. 212
Wellisch, P. 20, 61, 78, 161, 189, 194, 387, 433, 436, 482, 488, 489
Wets, R. 169, 496
Williams, R. 97, 492
Wolfe, P. 281, 301, 304, 351, 395, 465, 473, 475, 477, 486, 492, 494
Wood, D. E. 103, 495

Zimányi, Gy.-né 14

Tárgymutató

Az alábbiakban nem teljes tárgymutatót közlünk, hanem csupán a könyvben speciális értelemben használt (s első előfordulásuk, illetve definíciójuk helyén ritkított betűkkel szedett) fogalmak betűrendes jegyzékét. A számok a fogalom definíciójának, részletesebb magyarázatának helyére utalnak.

Egyes fogalmak után (KT) rövidítés olvasható. Ez arra utal, hogy a fogalomnak a kétszintű tervezéssel kapcsolatban, azaz a 24. fejezetben adtunk speciális értelmezést.

Adattartomány 135
Ágazat
  Koordinációs ~ 372
  Szak ~ 372
Aktuális árak 43
Álló alap 42
Allokációs programozási feladat
  Elsődleges ~ 199
  Másodlagos ~ 201
Alsó optimum (KT) 291
Anyaginput-koefficiens 44, (KT) 286
Anyagkeret (KT) 283
Ár
  Aktuális ~ 43
  Árnyék ~ 43, 276
  Átlag ~ 372
  Export ~ 176
  Import ~ 176
  Hivatalos kalkulatív ~ 43
  Kalkulatív ~ 43
  Kiindulási ~ 188
  Külkereskedelmi ~ 176
  Normál ~ 236
  Újdonsági ~ 235
Arányos üzemeltetési költség 424
Árnyékár 43, 276
Átlagár 372
Átlagos hatékonyság (termelési alap ~) 214
Azonossági tartomány
  Kvalitatív ~ 129
  Kvantitatív ~ 129

Belső eszközlekötési tényező 206
Belső négyzet (technológiai mátrix) 44
Bérkoefficiens (direkt) 186
Bértarifa (kalkulatív) 201
Bértényező (kalkulatív) 176
Beruházási
  ~ költség 41
  ~ tevékenység (KT) 284
Bizonytalansági
  ~ fok 135
  ~ pönálé 139, 151
  ~ prémium 139, 151
Biztonsági
  ~ érték 150
  ~ faktor 150
  ~ programozás 150
  ~ rangsorolás 139
  ~ stratégia 150
  ~ szint 139, 150
Bruttó
  ~ beruházásigény 67
  ~ kibocsátás 44

Célfüggvény 71
  Szektor ~-hozzájárulás 474
Címzett 28

Degresszió
  Költség ~ 92
Dekompozíciós eljárás 395
Deviza
  ~ árfolyam 42
  ~ hozam (KT) 287
Differenciális
  ~ hatékonyság 197
  ~ termelékenység 197
Direkt
  ~ anyaginput-koefficiens 45
  ~ bérkoefficiens 186
  ~ termelési alap koefficiens 184
Diszkontált költségösszeg 429
Diszkrét paraméteres programozás 358

Dokumentált
~ tervegyenlet 34
~ tervszám 33
Dominálás 108
Döntési probléma 61
Duális paraméteres programozás 263

Efficiens program 325
Elaszticitás, a nemzeti jövedelemnek a létszám szerinti ~ 212
Elaszticitás, a nemzeti jövedelemnek a termelési alap szerinti ~ 212
Elfogadható
~ hipotézis 195
~ program (gazdaságpolitikailag) 329
Elfogadhatatlan hipotézis 195
Elkészülési idő 428
Ellátási feladat (KT) 283
Elsődleges allokációs programozási feladat 199
Elszámolási
~ elv 175
~ időszak 430
Elszámolás
~ hazai ráfordításként 176
~ külkereskedelmi ráfordításként 176
Engedélyezési okmány 40
Eredményvektor 325
Értékesítési hányad 372
Érzékenységi vizsgálat 126
Eszközlekötési
~ járulék 42
~ járulék formulája 428
~ tényező 41
Eszközlekötési
Belső ~ tényező 206
Racionális ~ tényező 201
Export
~ ár 176
~ tevékenység (KT) 285
Extern
~ fogyasztás (KT) 283
~ kibocsátás 44
~ ráfordítás 46
~ ráfordítási koefficiens 46
Extenzív kihasználás 441

Felfutási paraméter 382
Felhalmozási hányad 209
Felkamatozás 429
Felső optimum (KT) 291
Felújítás 30
Fenntartási ráfordítás 181
Feszített gazdaságpolitikai feladat 320
Forgóalap 42

Gazdasági vezetés 326
Gazdaságossági mutatószám 41
Gazdaságpolitikai
~ cél 313
~ cél súlya 316
~ eredmény 324
~ feladat 318
Gazdaságpolitikai
~ követelmény 318
~ követelmény szerint efficiens 325
~ lag elfogadható program 330
Gépcsoport 64

Hagyományos tervezési módszer 25
Hatékonyság, termelési alap ~
átlagos ~ 214
differenciális ~ 197
Hazárd stratégia 151
Helyettesítés differenciális aránya 198
Hivatalos
~ kalkulatív árak 43
~ kalkulatív értékelés 43
~ terv 68
Hosszútávú terv 27

Ideiglenes hipotézis 195
Időszak (KT) 283
Import
~ ár 176
Korlátos ~ tevékenység (KT) 285
Szabad ~ tevékenység (KT) 285
Indirekt anyaginput-koefficiens 45
Input-output-tábla 44
Inverz mátrix 45
Irányszám 261, (KT) 283
Izokvantum-görbe 198

Javított népgazdasági program 476
Jellemző (modell ~) 126

Kalkulatív
~ ár 43
~ bértényező 176
~ bértarifa 201
~ értékelés 43
~ eszközlekötési tényező 201
~ illetményadó 177
~ kamatláb 180
Hivatalos ~ értékelés 43
Kamatláb 180
Karakterisztikus érték 129
Kvalitatív ~ 129
Kvantitatív ~ 129
Kvantitatív 129
Kétszintű tervezés (KT) 281
Kiemelt termék 372
Kiindulási árrendszer 188
Kisegítő
~ tervegyenlet 34
~ tervszám 33
Komparatív szektorfeladat 474
Konstruált mértékegység 318
Konvencionális mértékegység 318
Konzisztencia-viszgálat 274
Koordinációs ágazat 372
Korlát 73
Simasági ~ 382
Korlátos importtevékenység 285
Korlátozó feltétel 66
Korlátozott biztonság stratégiája 151

Költség
~ degresszió 92
~ nívóegyenese 202
~ progresszió 89
Beruházási ~ 41
Programtól függő ~ 71
Üzemeltetési ~ 41
Középtávú terv 27
Központ (KT) 282
Központi feladat 474
Külkereskedelmi ár 176
Külső anyag 342
Külső korlát 34
Külső szféra 341
Kvalitatív
~ azonossági tartomány 129
~ karakterisztikus érték 129
Kvantitatív
~ azonossági tartomány 129
~ karakterisztikus érték 129

Laza gazdaságpolitikai feladat 320
Leállíthatóság vizsgálata (KT) 291
Lépés (KT) 292
Létszám
~ differenciális termelékenysége 197
~ koefficiens (KT) 286
Lezárás
Számítás ~ (KT) 291

Makrofüggvény 386
Terv- ~ 388
Makrováltozó 386
~ realizációja 387
Maradékváltozó 72
Másodlagos allokációs programozási feladat 201
Maximális biztonság stratégiája 151
Megállapítás 188
Megengedett program 73
Mérleg 27
~ es termék 28
Specifikált ~ 31
Szintetikus ~ 27
Termék ~ 27
Modell
Nagy ~ 371
~ rendszer 351
~ szerkezet 126
Munkaerőkeret (KT) 283
Munkahipotézis 195
Elfogadható ~ 195
Elfogadhatatlan ~ 195
Ideiglenes ~ 195
Munka átlagos termelékenysége 216
Munka technikai felszereltsége 214

Nagy feladat 473
Nagy modell 371
Nemzeti jövedelemnek a létszám szerinti elaszticitása 212
Nemzeti jövedelemnek a termelési alap szerinti elaszticitása 212
Nemzeti jövedelem standard felosztása 209
Nívóegyenes 202
Normálár 236
Növekményhányados 358

Optimális program 73
Oszthatóság 86
Output-koefficiens (KT) 285

Paraméter 127
Felfutási ~ 382
Simasági ~ 383
~ es programozás 127
~ es programozás, diszkrét 358
~ es programozás, duális 263
Pénzügyi szféra 376
Preferencia-reláció 326
~ rendezés, teljes 326
Praxeológia 17
Program 66
δ-optimális ~ (KT) 290
Efficiens ~ 325
Javított népgazdasági ~ 476
Megengedett ~ 73
Optimális ~ 73
~ struktúra 128
Szektor-optimális ~ 474
Programozás
Biztonsági ~ 150
Duális paraméteres ~ 263
Paraméteres ~ 127
Programtól függő költség 71
Programozási
~ szféra 62
~ többlet 332
Progresszió
Költség ~ 89

Racionális
~ kalkulatív bértarifa 201
~ kalkulatív eszközlekötési tényező 201
Rangsoroláson alapuló választás 107
Ráterhelés 204
Teljes ~ 217
Reálszféra 376
Reprodukáló tevékenység (KT) 284
Reziduális termelés 373
Rizikó-indifferens stratégia 151

Sakktáblamérleg 48
Simasági korlátok 382
Simasági paraméter 383
Speciális feltétel (KT) 286
~ optimum komponens (KT) 294
Specifikális mérleg 31
Standard felosztás (a nemzeti jövedelemé) 209
Stratégia, biztonsági 150
Hazárd ~ 151
Korlátozott biztonság ~ 151
Maximális biztonság ~ 151
Rizikóindifferens ~ 151

Struktúra (program ~) 128
Súlyvektor 475
Szabad importtevékenység (KT) 285
Szabályozók 374
Szakágazat 372
Szakasz (KT) 291
Számításba vehető programok halmaza 329
Szektor célfüggvény-hozzájárulás 474
Szektor tervjavaslat 474
Szektorfeladat 473
  Komparatív ~ 474
Szektor-optimális program 474
Szerkezet, gazdasági 18
Szerkezeti döntés 18
Szerkezet, modell ~ 126
Szféra
  Külső ~ 341
  Pénzügyi ~ 376
  Programozási ~ 62
  Reál ~ 376
Szintetikus mérleg 27

Távlati tervezés 27
Technikai színvonal minőségi paramétere 212
Technológiai
  ~ koefficiens 44
  ~ mátrix belső négyzete 44
  ~ variáns 65
Teljes
  ~ anyaginput koefficiens 45
  ~ hazai ráfordítástartalom 249
  ~ tartalom 47
  ~ tartalom koefficiens 46
Teljes központi információs feladat (KT) 281
Teljes preferenciarendezés 326
Teljes ráterhelés 217
Teljesítési arány 119
Terjedelem 64
Termék 28, 282
  Mérleges ~ 28
  ~ mérleg 27
  Kiemelt ~ 372
Termelési
  ~ alap 42
  ~ alap átlagos hatékonysága 214
  ~ alap differenciális hatékonysága 197
  ~ alap koefficiens 184
  ~ volumen 372
Termelési függvény 196
Terv
  Hivatalos ~ 68
  Hosszútávú ~ 27
  Középtávú ~ 27
Tervdirektíva 56
Tervegyenlet
  Dokumentált ~ 34
  Kisegítő ~ 34
Tervév 60
Tervezés
  Hagyományos ~i módszer 25
  Kétszintű ~ 281
  Távlati ~ 27
  Többszintű ~ 404
Tervezők 330
Tervjavítási eljárás 351, 473
Tervkoordináció 36
Terv-makrofüggvény 388
Tervperiódus (KT) 283
Tervszám
  Dokumentált ~ 33
  Kisegítő ~ 33
Tevékenység 64
  ~ terjedelem 64
  Beruházási ~ (KT) 284
  Export ~ (KT) 285
  Import ~ (KT) 285
  Reprodukáló ~ (KT) 284
„tól -ig" formában adott becslés 135
Többszintű tervezés 404
Túlfeszített gazdaságpolitikai feladat 320

Újdonsági ár 235
Üzemeltetési költség 41
  Arányos ~ 424

A kiadásért felel a Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó igazgatója
A szerkesztésért felel: Dr. Légrádi Istvánné
Műszaki vezető: Büchler Alfréd
Műszaki szerkesztő: Bertalanffy András
Kiadványszám: K—3428. Formátum: B/5
Megjelent 44,5 (A/5) ív terjedelemben, 2200 példányban, 7-es monó betűtípusból, 1973. évben
KG—2136—k—7376
73.8638 Egyetemi Nyomda, Budapest. Felelős vezető: Janka Gyula igazgató

4000